

2023학년도 논술고사

자연계열(오전)



성명	
전형	
수험번호	

표지를 제외한 페이지 수 : 4

[문항 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) 자연수 n ($n \geq 3$)에 대하여, 각 가로줄과 세로줄이 n 개의 칸으로 이루어진 정사각형 모양의 표가 있다. [그림 1]은 $n=3$ 인 경우와 $n=4$ 인 경우를 표현한 것이다.

$n=3$ 인 경우

$n=4$ 인 경우

[그림 1]

이 표의 각 칸에 실수를 하나씩 적어, 위에서부터 k 번째 가로줄에 적힌 n 개의 수를 왼쪽에서 오른쪽으로 읽어 얻는 수열을 k 번째 가로수열, 왼쪽에서부터 k 번째 세로줄에 적힌 n 개의 수를 위에서 아래로 읽어 얻는 수열을 k 번째 세로수열이라 한다. 각 가로수열과 세로수열이 등차수열 또는 등비수열인 표를 n -등차등비표라 하자.

[그림 2]의 표는 각 가로수열과 세로수열이 등차수열 또는 등비수열이므로 모두 3-등차등비표이다.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

4	6	9
2	5	8
1	4	7

[그림 2]

(나) 함수 $f(x)$ 에 대하여, n -등차등비표의 각 칸마다 그 칸에 적힌 수 x 대신 $f(x)$ 를 적어 만든 표를 $f(x)$ 에 의해 변환한 표라 하자. 예를 들어 [그림 2]의 두 3-등차등비표를 $f(x)=2x$ 에 의해 변환한 표는 [그림 3]과 같다.

2	4	6
8	10	12
14	16	18

8	12	18
4	10	16
2	8	14

[그림 3]



2023학년도 자연계열(오전) 논술고사

자연계열
[오전]

[문제 1-1] 제시문 (가)를 읽고 물음에 답하라.

(1) 아래의 3-등차등비표에서 두 번째 가로수열과 두 번째 세로수열은 등차수열이며, 그 외 가로수열과 세로수열은 모두 등비수열일 때, $a+b+c+d+e$ 의 값을 구하라.

10	a	b
c	10	d
40	e	10

(2) 다음 <조건>을 만족하는 3-등차등비표의 개수를 구하라.

< 조 건 >

- ① 각 칸에 적힌 수는 9 이하의 자연수이다.
- ② 첫 번째 가로수열은 첫째항만 홀수이고 나머지 항은 짝수이다.
- ③ 첫 번째 세로수열은 둘째항만 짝수이고 나머지 항은 홀수이다.

홀	짝	짝
짝		
홀		

(3) 자연수 n ($n \geq 3$)에 대하여, n -등차등비표에 적힌 모든 수의 합이 20이고 각 가로수열이 등차수열이라 하자. 이 n -등차등비표의 첫 번째 세로수열의 합을 α 라 하고 n 번째 세로수열의 합을 β 라 하자. α 와 β 가 이차방정식 $x^2 - 5x + p = 0$ 의 서로 다른 두 실근일 때, n 의 값을 구하고 실수 p 의 범위를 구하라.

[문제 1-2] 제시문 (가)와 (나)를 읽고 물음에 답하라.

(1) 10-등차등비표를 $f(x) = \log_2 x$ 에 의해 변환한 표의 첫 번째 가로수열은 등차수열이며, 이 가로수열의 첫째항이 4이고 제10항이 40이라 하자. 변환하기 이전의 표에서 첫 번째 가로수열의 합을 구하라.

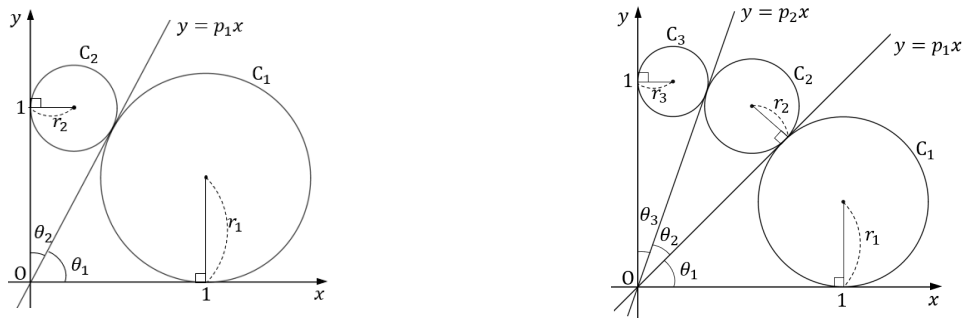
(2) 두 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{2}x$ 와 $g(x) = x^3 + ax^2 + b$ 에 대하여 아래 3-등차등비표를 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 에 의해 변환한 표가 3-등차등비표일 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하라. (단, $\sqrt{3} > 1.7$)

1	2	3
4	5	6
7	8	9

[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) 자연수 n 에 대하여, $0 < p_1 < \dots < p_n$ 을 만족하는 n 개의 실수 p_1, \dots, p_n 이 있다. x 축과 직선 $y = p_1x$ 에 동시에 접하면서 점 $(1, 0)$ 을 지나며 중심이 제1사분면에 있는 원을 C_1 이라 하자. y 축과 직선 $y = p_nx$ 에 동시에 접하면서 점 $(0, 1)$ 을 지나며 중심이 제1사분면에 있는 원을 C_{n+1} 이라 하자. $n \geq 2$ 일 때, $2 \leq k \leq n$ 인 자연수 k 에 대하여, 두 직선 $y = p_{k-1}x$, $y = p_kx$ 와 원 C_{k-1} 에 동시에 접하고 중심이 제1사분면에 있는 원을 C_k 라 하자. x 축과 직선 $y = p_1x$ 가 이루는 예각을 θ_1 , 직선 $y = p_nx$ 와 y 축이 이루는 예각을 θ_{n+1} 이라 하자. $n \geq 2$ 일 때, $2 \leq k \leq n$ 인 자연수 k 에 대하여 두 직선 $y = p_{k-1}x$ 와 $y = p_kx$ 가 이루는 예각을 θ_k 라 하자. $n+1$ 이하인 자연수 k 에 대하여, 원 C_k 의 반지름을 r_k 라 하자.

[그림 4]는 $n = 1$ 인 경우와 $n = 2$ 인 경우를 표현한 것이다.



[그림 4]

한편 $n = 1$ 인 경우, $r_1 = \tan \frac{\theta_1}{2}$ 이고 $r_2 = \tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta_1}{2} \right)$ 이므로, 삼각함수의 덧셈정리에 의해

$$r_2 = \frac{1 - \tan \frac{\theta_1}{2}}{1 + \tan \frac{\theta_1}{2}} = \frac{1 - r_1}{1 + r_1} \text{ 이다.}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(2p - x)$ 를 만족하는 실수 p 가 존재하는 함수 $f(x)$ 를 생각하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = p$ 에 대하여 대칭이다. 따라서 $f(\alpha) = 0$ 이면 $x = 2p - \alpha$ 가 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근이 된다. 한편 $\int_0^{2p} xf(x) dx$ 를 계산할 때, $x = 2p - t$ 로 치환하면 다음을 얻는다.

$$\int_0^{2p} xf(x) dx = \int_0^{2p} (2p - t)f(2p - t) dt = \int_0^{2p} (2p - x)f(x) dx$$



2023학년도 자연계열(오전) 논술고사

자연계열
[오전]

[문제 2-1] 제시문 (가)를 읽고 물음에 답하라.

(1) $n = 1$ 일 때, $5(r_1 + r_2) > 4$ 임을 증명하라. (단, $\sqrt{2} > 1.4$)

(2) n 이하인 자연수 k 에 대하여 $p_k = \tan \frac{k\pi}{2(n+1)}$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n+1} (k-1)r_k$ 를 구하라.

(3) n 이하인 자연수 k 에 대하여 $p_k = k$ 이고 $\sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{\tan \theta_k} = 82$ 일 때, n 의 값을 구하라.

[문제 2-2] 제시문 (나)를 읽고 물음에 답하라.

(1) 모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x) = f(2-x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 를 생각하자. 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근을 모두 더하면 34일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 구하라.

(2) 함수 $f(x) = \frac{|\cos x|}{3 + \cos^2 x}$ 에 대하여 $\int_0^\pi x f(x) dx$ 의 값을 구하라.

2023학년도 논술고사

자연계열(오전) 모범답안



[문제1-1]

(1) 두 번째 가로수열과 두 번째 세로수열이 등차수열이므로 $a+e=c+d=20$ 이다. 이로부터 $a+c+d+e=40$ 을 얻는다. 한편 첫 번째 세로수열은 등비수열이므로 $c^2=400$ 이고 $c=\pm 20$ 이다. 만약 $c=20$ 이면, $d=0$ 이 되어 세 번째 가로수열 $b, d, 10$ 이 등비수열을 이룬다는 조건에 모순이다. 따라서 $c=-20$ 일 수밖에 없고 $d=40$ 이 된다. 세 번째 가로수열이 등비수열이라는 조건을 사용하여 $b=160$ 을 얻는다. 처음 얻은 식과 종합하면 $a+b+c+d+e=200$ 이다. (3-등차등비표를 완성하면 아래와 같다.)

10	40	160
-20	10	40
40	-20	10

(2) ②에 의하여, 첫 번째 가로수열은 등차수열이 될 수 없으므로 공비가 1이 아닌 등비수열이 된다. 이 가로수열의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하자. 조건에 따라 a 는 홀수이고 ar 과 ar^2 은 짝수이다. ①로부터 $ar^2 \leq 9$ 이므로, $a=1, r=2$ 이거나 $a=9, r=\frac{3}{2}$ 이어야 한다. 한편, ③에 의하여 첫 번째 세로수열은 등비수열이 될 수 없으므로 공차가 0이 아닌 등차수열이 된다. 이 세로수열의 공차를 d 라 하자. d 는 홀수이며 $a+2d \leq 9$ 이므로, $a=1$ 일 때 $d=1$ 또는 3 이고 $a=9$ 일 때 $d=-1$ 또는 -3 이다. 이에 따라 총 4가지 경우를 모두 고려하면 아래의 그림과 같다. 나머지 칸을 그림과 같이 x, w, y, z 라 두자.

1	2	4
2	x	w
3	y	z

$$a=1, d=1$$

1	2	4
4	x	w
7	y	z

$$a=1, d=3$$

9	6	4
8	x	w
7	y	z

$$a=9, d=-1$$

9	6	4
6	x	w
3	y	z

$$a=9, d=-3$$

만약 z 가 짝수이면, 세 번째 가로수열인 $3, y, z$ 또는 $7, y, z$ 가 홀수로 시작하여 짝수로 끝나므로 등차수열일 수 없다. 또한 z 가 9 이하의 짝수라는 조건 때문에 등비수열도 될 수 없어 모순이다. 따라서 z 가 홀수여야 하고, 세 번째 세로수열인 $4, w, z$ 는 등차수열이 될 수 없다. 따라서 세 번째 세로수열은 등비수열이 되어 $4, 2, 1$ 이거나 $4, 6, 9$ 이어야만 한다. 각 경우마다 x 와 y 를 결정하는 방법이 유일하므로 총 8개이다. (8개의 등차등비표를 완성하면 아래와 같다.)

1	2	4
2	2	2
3	2	1

1	2	4
4	3	2
7	4	1

9	6	4
8	5	2
7	4	1

9	6	4
6	4	2
3	2	1

1	2	4
2	4	6
3	6	9

1	2	4
4	5	6
7	8	9

9	6	4
8	7	6
7	8	9

9	6	4
6	6	6
3	6	9

(3) k 번째 가로수열의 첫째항을 a_k , 제 n 항을 b_k 라 하자. 모든 칸에 적힌 수의 총합이 20이라는 조건으로부터 $\sum_{k=1}^n \frac{n(a_k+b_k)}{2} = 20$ 을 얻는다. 또한 $\alpha = \sum_{k=1}^n a_k$ 이고 $\beta = \sum_{k=1}^n b_k$ 이기 때문에, $n(\alpha+\beta) = 40$ 이 된다. 한편 α 와 β 가 이차방정식 $x^2-5x+p=0$ 의 서로 다른 두 실근이므로, 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=5$ 이고 $\alpha\beta=p$ 이다. 따라서 $n=8$ 이다. 또한 $x^2-5x+p=0$ 가 서로 다른 두 실근을 가져야 하므로 판별식에 의해 $25-4p > 0$, 즉 $p < \frac{25}{4}$ 를 얻는다.

[문제 1-2]

(1) 첫째항이 4이고 제10항이 40인 등차수열의 공차는 4이다. 이 등차수열은 함수 $f(x) = \log_2 x$ 에 의하여 변환된 수열이므로, 변환하기 이전의 표에서는 첫째항이 2^4 , 공비가 2^4 인 등비수열이 된다. 이 등비수열의 합은 $2^4 \times \frac{2^{40} - 1}{2^4 - 1} = \frac{16}{15}(2^{40} - 1)$ 이다.

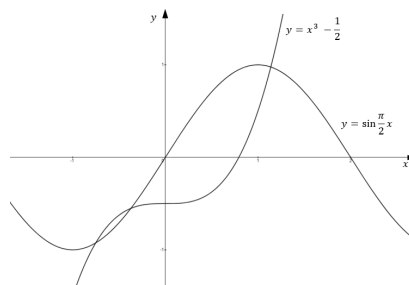
(2) 함숫값 $f(1), f(2), \dots, f(9)$ 는 각각 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1이므로 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 에 의해 변환된 표는 아래와 같다.

$a+b+1$	b	$a+b-1$
b	$a+b+1$	b
$a+b-1$	b	$a+b+1$

두 번째 가로수열이 등차수열이거나 등비수열이므로 $a = -1$ 또는 $(a+b+1)^2 = b^2$ 이 성립한다. $a = -1$ 인 경우는 첫 번째 가로수열이 $b, b, b-2$ 가 되어 모순이다. 따라서 $a+b+1 = -b$ 이고 $a = -2b-1$ 이다. 이를 대입하면 첫 번째 가로수열이 $-b, b, -b-2$ 이다. 항상 $-b \neq -b-2$ 이므로 등비수열이 될 수 없다. 첫 번째 가로수열이 등차수열인 조건을 사용하면 $b = -\frac{1}{2}$ 이고 $a = 0$ 이므로 $g(x) = x^3 - \frac{1}{2}$ 이다.

$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

이제 구간을 나누어서 $y = \sin \frac{\pi}{2}x$ 와 $y = x^3 - \frac{1}{2}$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하자.



$x > 0$ 일 때, $g(0) < f(0)$ 이고 $f(2) < g(2)$ 이므로 그래프개형에 의하면 한 개의 교점을 가진다.

$x \leq 0$ 일 때, 그래프 개형을 생각하면 교점은 많아야 두 개를 가짐을 알 수 있다. 두 함수의 그래프의 교점의 개수는 $h(x) = g(x) - f(x) = x^3 - \frac{1}{2} - \sin \frac{\pi}{2}x = 0$ 의 실근의 개수와 같다.

한편 $h(0) = h(-1) = -\frac{1}{2} < 0$ 이고 $\sqrt{3} > 1.7$ 이므로

$$h\left(-\frac{2}{3}\right) = g\left(-\frac{2}{3}\right) - f\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} - \frac{1}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{43}{54} + \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$$

이므로, 사잇값 정리로부터 방정식 $h(x) = 0$ 는 열린구간 $\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ 와 열린구간 $\left(-\frac{2}{3}, 0\right)$ 에 실근을 가지게 된다. 즉, 이 경우 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 2이다.

따라서 전체 그래프의 교점의 개수는 3이다.

[문제2-1]

(1) $r_1 + 1$ 이 양수이므로

$$r_1 + r_2 = r_1 + \frac{1-r_1}{1+r_1} = (1+r_1) + \frac{2}{1+r_1} - 2 \geq 2\sqrt{2} - 2 > 0.8$$

이다. 즉, $5(r_1 + r_2) > 4$ 가 성립한다.

(2) 직선의 기울기와 탄젠트함수의 정의로부터 $\theta_1 = \dots = \theta_n = \frac{\pi}{2(n+1)}$ 이다. 또한 $\sum_{i=1}^{n+1} \theta_i = \frac{\pi}{2}$ 이므로

$\theta_{n+1} = \frac{\pi}{2(n+1)}$ 이다. $n+1$ 이하인 자연수 k 에 대하여 원점과 원 C_k 가 접하는 접점 사이의 거리가 1이므로

로 $r_k = \tan \frac{\theta_k}{2} = \tan \frac{\pi}{4(n+1)}$ 이고, $\sum_{k=1}^{n+1} (k-1)r_k = \tan \frac{\pi}{4(n+1)} \sum_{k=1}^{n+1} (k-1) = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \tan \frac{\pi}{4(n+1)}$ 이다.

다. 이제 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$ 을 사용하여 다음을 얻는다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n+1} (k-1)r_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2n} \tan \frac{\pi}{4(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\tan \frac{\pi}{4(n+1)}}{\frac{\pi}{4(n+1)}} = \frac{\pi}{8}$$

(3) $k=1$ 인 경우는 $\tan \theta_1 = p_1 = 1$ 이고, $k=n+1$ 인 경우는 $\tan \theta_{n+1} = \frac{1}{p_n} = \frac{1}{n}$ 이다.

$2 \leq k \leq n$ 인 경우, $p_k = \tan \left(\sum_{i=1}^k \theta_i \right)$ 이므로, $\tan \theta_k = \tan \left(\sum_{i=1}^k \theta_i - \sum_{i=1}^{k-1} \theta_i \right) = \frac{p_k - p_{k-1}}{1 + p_k p_{k-1}} = \frac{1}{1 + k^2 - k}$ 이다.

따라서 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n+1} \frac{1}{\tan \theta_k} &= 1 + \sum_{k=2}^n (k^2 - k + 1) + n = \sum_{k=1}^n (k^2 - k + 1) + n \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)}{2} + 2n = \frac{n(n^2+5)}{3} = 82 \end{aligned}$$

이를 정리하면 $n^3 + 5n - 246 = (n-6)(n^2 + 6n + 41) = 0$ 이므로 $n=6$ 이다.

[문제2-2]

(1) 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근 중 2보다 큰 것의 개수를 m 이라 하자. 그러한 m 개의 실근을 $2+\alpha_1, \dots, 2+\alpha_m$ ($\alpha_i > 0$)이라 하면 $2-\alpha_1, \dots, 2-\alpha_m$ 도 방정식 $f(x)=0$ 의 근이 된다. 따라서 방정식 $f(x)=0$ 의 2가 아닌 서로 다른 실근을 모두 더한 값은 $4m$ 이 된다. 서로 다른 실근의 합인 34가 4의 배수가 아니므로, 2가 방정식 $f(x)=0$ 의 실근이 되어야 하고 $4m+2=34$ 를 얻는다. 즉, $m=8$ 이므로 방정식 $f(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 $2 \times 8 + 1 = 17$ 이다.

(2) $\cos(\pi-x) = -\cos x$ 이므로 $f(\pi-x) = f(x)$ 이고, $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{\pi}{2}$ 에 대칭이다. 제

시문 (나)에 의해 $\int_0^\pi x f(x) dx = \int_0^\pi (\pi-x) f(x) dx$ 이므로, $2 \int_0^\pi x f(x) dx = \pi \int_0^\pi f(x) dx$ 이다. 그래프의



대칭성으로부터

$$\int_0^{\pi} x f(x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{3 + \cos^2 x} dx$$

이다. 여기서 $\sin x = t$ 로 치환하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{3 + \cos^2 x} dx &= \pi \int_0^1 \frac{1}{4 - t^2} dt = \frac{\pi}{4} \int_0^1 \left(\frac{1}{2 - t} + \frac{1}{2 + t} \right) dt = \frac{\pi}{4} [-\ln(2 - t) + \ln(2 + t)]_0^1 \\ &= \frac{\pi}{4} \ln 3 \end{aligned}$$

2023학년도 논술고사

자연계열(오전) 채점기준





2023학년도 자연계열(오전) 채점기준

자연계열
[오전]

하위문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	$a + e = c + d = 20$ 임을 관찰	3점
	$c = -20, d = 40$ 를 구함	3점
	$b = 160$ 를 구하여 답 200을 얻음	4점
[1-1] (2)	첫 번째 가로수열이 1, 2, 4를 찾고 3-등차등비표를 2개 이상 4개 이하 찾음	4점
	3-등차등비표를 5개 이상 7개 이하 찾음	3점
	모든 경우를 다 찾아서 답 8을 얻음	3점
[1-1] (3)	$n(\alpha + \beta) = 40$ 임을 관찰함	3점
	$n = 8$ 을 얻음	4점
	$p < \frac{25}{4}$ 을 얻음	3점
[1-2] (1)	등비수열임을 관찰	3점
	공비가 2^4 임을 얻음	2점
	등비수열의 합을 구하여 $2^4 \times \frac{2^{40} - 1}{2^4 - 1} = \frac{16}{15}(2^{40} - 1)$ 을 얻음	5점
[1-2] (2)	$a \neq -1$ 임을 관찰	2점
	등차등비표의 성질을 이용하여 $g(x) = x^3 - \frac{1}{2}$ 를 찾음	3점
	그래프의 개형과 $x < 0$ 인 영역에서 사잇값의 정리를 활용해 개수가 3임을 구함	5점



2023학년도 자연계열(오전) 채점기준

자연계열
[오전]

하위문항	채점 기준	배점
[2-1]	$r_1 + r_2 = r_1 + \frac{1-r_1}{1+r_1} = (1+r_1) + \frac{2}{1+r_1} - 2$ 임을 보임.	5점
(1)	$(1+r_1) + \frac{2}{1+r_1} - 2 \geq 2\sqrt{2} - 2 > 0.8$ 임을 보임.	5점
[2-1]	$r_k = \tan \frac{\pi}{4(n+1)}$ 임을 보임.	3점
(2)	$\sum_{k=1}^{n+1} (k-1)r_k = \frac{n(n+1)}{2} \cdot \tan \frac{\pi}{4(n+1)}$ 임을 보임.	3점
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)}{2n} \tan \frac{\pi}{4(n+1)} = \frac{\pi}{8}$ 임을 보임.	4점
[2-1]	$k=1$ 일 때, $\tan \theta_1 = p_1 = 1$ 임을 보임.	1점
	$k=n+1$ 일 때, $\tan \theta_{n+1} = \frac{1}{p_n} = \frac{1}{n}$ 임을 보임.	2점
(3)	$2 \leq k \leq n$ 일 때, $\tan \theta_k = \frac{1}{1+k^2-k}$ 임을 보임.	4점
	$n=6$ 임을 보임.	3점
[2-2]	방정식의 근이 $2+\alpha$, $2-\alpha$ 의 꼴로 나타나고 두 근의 합이 4임을 설명함.	4점
(1)	방정식의 한 근이 2인 경우가 있음을 설명함.	3점
	방정식의 실근의 개수가 17임을 보임.	3점
[2-2]	$\int_0^\pi x f(x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(x) dx$ 임을 보임.	3점
(2)	$\frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(x) dx = \pi \int_0^1 \frac{1}{4-t^2} dt$ 임을 보임.	4점
	$\int_0^\pi x f(x) dx$ 이 $\frac{\pi}{4} \ln 3$ 임을 보임.	3점