



2021학년도 논술고사

자연계열 (저녁, 의학과)



성명	
전형	
수험번호	

표지를 제외한 페이지 수 : 5

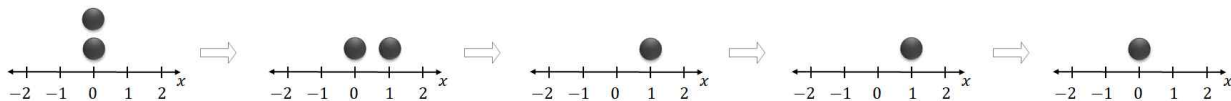
[문항 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b 개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 검은 바둑돌을 이동시키거나 버리는 것을 1회의 시행이라 하자.

<검은 바둑돌의 규칙>

- ㉠ 눈의 수가 1 또는 4이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 $x = 1$ 의 위치로 이동시킨다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.
- ㉡ 눈의 수가 2 또는 5이면, $x = 1$ 의 위치에 있는 검은 바둑돌 1개를 원점으로 이동시킨다. $x = 1$ 의 위치에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.
- ㉢ 눈의 수가 3 또는 6이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 버린다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

예를 들어, 검은 바둑돌 2개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 순서대로 시행한 규칙은 ㉠ - ㉢ - ㉠ - ㉡ 이 되어 검은 바둑돌의 배치는 [그림 2-1]과 같이 변한다.



[그림 2-1]

(나) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b 개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 검은 바둑돌을 제시문 (가)의 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키거나 버리고, 흰 바둑돌을 <흰 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키는 것을 1회의 시행이라 하자.

<흰 바둑돌의 규칙>

- ㉣ 눈의 수가 짝수이면 흰 바둑돌을 양의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.
- ㉤ 눈의 수가 홀수이면 흰 바둑돌을 음의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.

예를 들어 검은 바둑돌 2개, 흰 바둑돌 1개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 검은 바둑돌 1개가 원점에 있고 흰 바둑돌은 $x = 2$ 의 위치에 있다.

[문제 1-1] (25점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 5회 시행 직후 검은 바둑돌이 수직선 위에 남아 있지 않을 확률을 p 라 할 때, $\log p$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.47$, $\log 7 = 0.84$, $\log 11 = 1.04$ 로 계산한다.)

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 12회 시행을 하였을 때, 2, 4, 6, 8, 10, 12번째 시행 직후마다 검은 바둑돌이 원점에 있지 않는 사건을 A 라 하고, 12번째 시행 직후 수직선 위에 검은 바둑돌이 남아 있는 사건을 B 라 하자. 이때 $P(B|A) < \frac{3}{92}$ 임을 증명하여라. (단, $\left(\frac{5}{9}\right)^5 < \frac{19}{359}$ 를 증명 없이 이용할 수 있다.)

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 2개가 놓여 있고 4회 시행을 하였다. 수직선 위에 남아 있는 검은 바둑돌의 개수를 확률변수 X 라 할 때, X 의 기댓값 $E(X)$ 와 표준편차 $\sigma(X)$ 를 구하여라.

[문제 1-2] (25점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 홀수인 양의 정수 n 에 대하여 n 회 시행 직후 흰 바둑돌이 $x = k$ 의 위치에 있을 확률을 p_k 라 할 때 $\sum_{k=1}^n (k^2 + 1)(p_k + p_{-k})$ 의 값을 n 에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 3개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 3 이상의 정수 n 에 대하여 n 회 시행 직후 바둑돌 배치로 가능한 경우의 수를 n 에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있고, 13회 시행을 하여 나온 주사위의 눈의 수를 순서대로 x_1, \dots, x_{13} 이라 하자. 다음 <조건>을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, \dots, x_{13})$ 의 개수를 구하여라.

< 조 건 >

- ① 첫 12회 시행을 하는 동안 모든 주사위의 눈이 정확히 두 번씩 나왔다.
- ② 13번째 시행을 마친 직후에는 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌이 모두 $x = 1$ 의 위치에 있다.

[문항 2]**[제시문]**

[가] 100년 전 독일의 과학자 Otto Warburg 박사는 암세포가 산소 소비 없이 정상세포에 비하여 약 16배의 포도당을 소모한다는 사실을 발견하였다. 이러한 발견은 현대의학에서 암 환자의 진단에 유용하게 응용되고 있다. FDG-PET^(주1) 진단법은 방사성동위원소로 표지된 탈산소 포도당(FDG)을 우리 몸에 주입하여, 포도당을 많이 사용하는 암조직을 양전자 방사 단층 촬영(PET)으로 찾아내는 방식이다. FDG는 포도당과 동일하게 세포에 흡수되지만 대사되지 않아 세포에 축적된다.

[나] Otto Warburg 박사는 이러한 발견을 통하여 정상세포의 미토콘드리아 호흡^(주2)이 파괴되면 정상세포가 암세포로 변형된다는 가설을 제시하였다. 이후 많은 과학자들의 연구를 통하여 Otto Warburg 박사의 가설이 적용되는 암세포들이 존재하는 반면 적용되지 않는 암세포들도 많이 존재한다는 사실이 밝혀졌다. 즉 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 정상세포가 암세포로 변형되는 경우와 미토콘드리아 호흡과 상관없이 암세포로의 변형되는 경우가 혼재되어 있음을 확인하였다. 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 발생한 암세포에서는 대부분의 경우 미토콘드리아 DNA 돌연변이(mutation)가 발견된다. 미토콘드리아 DNA는 미토콘드리아의 기질(matrix)에 존재하는 DNA로 미토콘드리아 전자전달계의 기능 유지에 중요한 역할을 담당하는 단백질들의 유전자들을 담고 있다. 현재까지 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 유방암, 대장암, 췌장암 등 많은 암세포들의 발생에 원인이 되고 있음이 보고되고 있다.

[다] Otto Warburg 박사의 발견은 항암제의 개발에도 큰 영향을 주고 있다. 미국의 AbbVie 제약사에서 개발 중인 항암제 Ritonavir는 포도당이 세포로 들어오는 통로인 포도당 운반 단백질의 저해제로 현재 임상 2단계의 약효성 테스트 중이며, 항암효과가 탁월하여 새로운 항암제로 미국 FDA의 승인을 얻을 수 있을 것으로 기대되고 있다. Ritonavir는 정상세포에는 독성이 적은 것으로 알려지고 있다.

(주1) FDG-PET: ^{18}F -fluorodeoxyglucose positron emission tomography imaging

(주2) 미토콘드리아 호흡: 미토콘드리아에서의 산소 소비



[문제 2-1] (5점) Warburg박사는 암세포가 정상세포에 비교하여 약 16배의 포도당을 소비한다는 사실을 발견하였다. Warburg박사의 가설을 바탕으로 암세포가 정상세포보다 16배의 포도당을 소비하는 원인을 설명하시오.

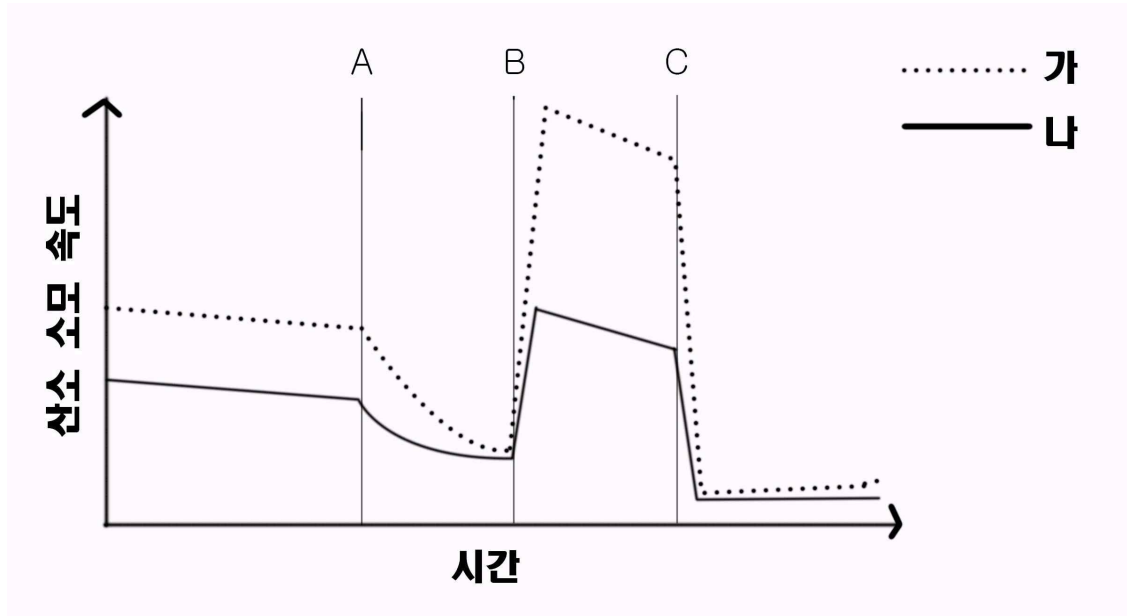
[문제 2-2] (5점) 암세포에서 미토콘드리아 DNA의 돌연변이에 의해 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체(NADH 산화 효소)의 기능이 소실되었다. 이 암세포에서 1 몰 (1 mol)의 포도당이 미토콘드리아 호흡을 통해 완전히 산화되었을 때 생산될 수 있는 최대의 ATP의 양을 계산하고 그 이유를 설명하시오.

[문제 2-3] (5점) 피루브산에서 젖산이 생성되지 않는 상황에서 1몰(mol) 포도당이 완전히 산화될 때 소비되는 O_2 의 몰(mol) 수, 발생하는 CO_2 의 몰(mol) 수와 H_2O 의 몰(mol) 수를 정상세포와 Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포에서 계산하시오.

[문제 2-4] (15점) 미토콘드리아는 생명체 진화의 가설 중 세포내 공생설에 부합하며, 아직도 원핵생물의 특성을 유지하고 있다. 이 사실을 바탕으로 다음의 질문들에 답하시오.

- (1) 미토콘드리아 DNA에는 13개의 유전자가 존재한다. 대장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 단 한 염기의 돌연변이가 발견되었으며, 미토콘드리아에서 12개의 유전자의 mRNA가 사라진 것이 발견되었다. 미토콘드리아 DNA의 프로모터의 수는 몇 개인가?
- (2) 췌장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 전사 종결 지점에 돌연변이가 발견되었으며, 12개 유전자의 mRNA가 매우 많이 증가하는 것이 발견되었다. 췌장암에서 mRNA가 증가한 이유를 설명하시오.
- (3) (1), (2) 문제의 대장암과 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 초래하는 결과들로부터 미토콘드리아 DNA 프로모터들의 위치를 추정해 낼 수 있다. DNA 이중가닥을 단일 가닥1, 단일 가닥2로 규정할 때 프로모터들이 어디에 존재해야 하는 가를 설명하시오.

[문제 2-5] (15점) 다음은 정상세포 (가)와 세균의 단백질 합성을 억제하는 특정 항생제 (테트라사이클린)를 장기간 처리한 세포 (나)에서 미토콘드리아를 추출한 후, NADH와 ADP의 존재 하에 시간에 따른 미토콘드리아의 산소 소모 속도를 측정한 그래프이다. 산소 소모 속도의 측정 중에 각각 A, B, C의 약물을 투여하였다. A는 전자전달복합체의 ATP 합성효소를 억제하는 약물이고, B는 미토콘드리아 내막에서 수소이온의 농도차를 소실시키는 약물이며 C는 첫 번째 전자전달 복합체를 억제하는 약물이다.



- (1) (가)와 (나)에서 산소소모 속도의 차이가 나타나는 원인을 설명하시오.
- (2) A와 C 약물 투여 후 산소 소모 속도가 저하된 이유와 A와 C에 대한 반응이 차이가 나타나는 원인을 설명하시오.
- (3) B 약물에 의한 산소 소모 속도 변화의 원인을 설명하시오.

[문제 2-6] (5점) Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포들은 Ritonavir에 의하여 사멸되는 반면 정상세포들의 경우 큰 영향을 받지 않는 이유를 에너지 생산의 관점에서 설명하시오.



2021학년도 논술고사

자연계열 (저녁, 의학과) 모범답안



[문제 1-1]

(1) 검은 바둑돌이 k 번째 시행에서 규칙 ㉔에 의해 버려질 확률을 구하자.

$k=1$: 처음 시행에서 규칙 ㉔의 경우가 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

$k=2$: 처음 시행 후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 첫 시행에서 반드시 규칙 ㉔의 경우가 나와야 하므로 2번째 시행 직후 버려질 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ 이다.

$k=3$: 두 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 차례대로 규칙 ㉔, ㉔의 경우가 되거나 혹은 차례로 규칙 ㉓ - ㉔의 경우가 되어야 한다. 3번째 시행 직후 버려질 확률은 $2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$ 이다.

$k=4$: 세 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 5가지의 경우 중 하나이다.

㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉓ - ㉔, ㉓ - ㉔ - ㉔, ㉓ - ㉓ - ㉔, ㉓ - ㉔ - ㉔

즉 4번째 시행 직후 버려질 확률은 $5 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{81}$ 이다.

$k=5$: 네 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 13가지의 경우 중 하나이다.

㉔ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉓ - ㉔, ㉔ - ㉓ - * - ㉔,
㉓ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉓ - ㉔ - ㉓ - ㉔, ㉓ - ㉓ - * - ㉔,
㉓ - ㉔ - * - ㉔

즉 5번째 시행 직후 버려질 확률은 $13 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{243}$ 이다.

따라서 검은 바둑돌이 4회 시행 직후 수직선에 남아 있지 않을 확률은

$$p = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \frac{5}{81} + \frac{13}{243} = \frac{154}{243} \text{ 이고,}$$

$$\log p = \log \frac{154}{243} = \log 2 + \log 7 + \log 11 - 5 \log 3 = 0.3 + 0.84 + 1.04 - 2.35 = -0.17$$

이다.

(2) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 이므로 $P(A)$ 와 $P(A \cap B)$ 를 각각 구하자.

$P(A \cap B)$ 를 먼저 계산하자. 사건 $A \cap B$ 은 12회 시행하는 동안 $2k$ 번째 시행 직후 ($k=1, 2, \dots, 6$) 검은 바둑돌은 $x=1$ 의 위치에 있어야 한다.

처음 검은 바둑돌의 위치는 원점이므로 두 번째 시행 직후에 검은 바둑돌이 $x=1$ 의 위치에 있기 위해서는 시행된 규칙은 ㉓ - ㉓의 경우, ㉓ - ㉔의 경우, ㉔ - ㉓의 경우로 총 3가지 경우가 있다. 이제 두 번의 시행을 더 했을 때 여전히 $x=1$ 의 위치에 있으려면 차례로 시행된 규칙은 아래의 5가지 중 하나이다.

㉓ - ㉓, ㉓ - ㉔, ㉔ - ㉓, ㉔ - ㉓, ㉔ - ㉔

따라서 12회의 시행을 마치기까지 이렇게 두 번씩 5번을 시행해야 하므로, $P(A \cap B) = \frac{3}{9} \times \left(\frac{5}{9}\right)^5$ 이다.

이제 $P(A)$ 를 구하자. $P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$ 이므로, $P(A \cap B^c)$ 을 구하면 된다.

바둑돌이 $2k+1$ 번째 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 확률을 먼저 구하자.

$k=0$ 일 때 : 첫 번째 혹은 두 번째 시행에서 버려져야 하므로, 첫 시행에서 규칙 ㉔의 경우이거나 두 번



째 시행까지 차례로 ㉠ - ㉡의 경우가 된다. 따라서 확률은 $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$ 이다.

$k > 0$ 일 때 : $2k$ 번째 까지는 검은 바둑돌이 남아 있어야 하므로 $P(A \cap B)$ 를 구하는 같이 구할 수 있으므로 확률은 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$ 이고, $2k+1$ 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 경우는 규칙 ㉠ - ㉡ 이 차례대로 나오

는 경우 밖에 없으므로 구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{27} \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$ 이다.

즉, $P(A \cap B^c) = \frac{4}{9} + \frac{1}{27} \sum_{k=1}^5 \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1} = \frac{4}{9} + \frac{1}{12} \left(1 - \frac{5^5}{9^5}\right)$ 이다. 이제 $\frac{5^5}{9^5} = \alpha$ 라하고, 조건부 확률을 구하면

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A \cap B^c)} = \frac{\frac{\alpha}{3}}{\frac{\alpha}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{12}(1-\alpha)} = \frac{12\alpha}{9\alpha + 19}$$
이다.

한편, $359\alpha < 19$ 이므로, $P(B|A) = \frac{12\alpha}{9\alpha + 19} < \frac{12\alpha}{9\alpha + 359\alpha} = \frac{3}{92}$ 이다.

(3) 총 81 가지의 경우 중 각 X 에 대하여 경우의 수를 구하면 다음과 같다.

$X=0$ 인 경우 : 아래의 나열된 9+3+3+6=21 가지의 경우이다.

㉠ - ㉠ - * - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - *,
㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠,
㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠

$X=2$ 인 경우 : ㉠, ㉠ 으로부터 구성된 16가지 경우와 ㉠ - ㉠ - ㉠ - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠의 21가지의 경우이다.

$X=1$ 인 경우 : 81개에 대한 나머지 경우이므로 경우의 수는 39이다.

따라서 $E(X) = 0 \times \frac{21}{81} + 1 \times \frac{39}{81} + 2 \times \frac{21}{81} = 1$ 이다.

분산을 구해보면 $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{123}{81} - 1 = \frac{42}{81}$ 이므로, $\sigma(X) = \frac{\sqrt{42}}{9}$ 이다.

[문제 1-2]

(1) 홀수가 m 번 (단, $2m \leq n$) 나온다고 하면 흰 바둑들의 위치는 $k = n - 2m$ 이며, 홀수가 $n - m$ 번 나오면 흰 바둑들의 위치는 $-k$ 이다. $\sum_{k=1}^n k^2 (p_k + p_{-k}) = \sum_{k=1}^n k^2 p_k + \sum_{k=1}^n (-k)^2 p_{-k}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^n k^2 (p_k + p_{-k}) = \sum_{m=0}^n (n-2m)^2 \frac{n C_m}{2^n}$$

이다. 한편, n 번의 시행에서 주사위의 눈의 수가 홀수가 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하면, X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르므로 이항분포의 평균과 분산으로부터 $E(X)$ 와 $V(X)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$E(X) = \frac{n}{2} = 0 \times {}_n C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 \times {}_n C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots + n \times {}_n C_n \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$V(X) = \frac{n}{4} = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 0^2 \times {}_n C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1^2 \times {}_n C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots + n^2 \times {}_n C_n \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

이로부터 $E(X^2) = \frac{n^2 + n}{4}$ 임을 확인 할 수 있다.

$$(\text{준식}) = n^2 - 4nE(X) + 4E(X^2) = n^2 - 2n^2 + n + n^2 = n$$

이다. 또한 n 이 홀수 이므로 원점의 위치에 흰 바둑들이 위치할 수 없고, $\sum_{k=1}^n (p_k + p_{-k})$ 는 모든 확률의 합이므로 1이다. 따라서 답은 $n+1$ 이다.

(2) 검은 바둑들은 원점 혹은 $x=1$ 위에 있어야 하고 최대 3개까지 있을 수 있다. 원점의 검은 바둑들의 개수를 a , $x=1$ 위의 검은 바둑들의 개수를 b 라고 하면 가능한 (a, b) 는 $a+b \leq 3$ 이 되는 음이 아닌 정수의 순서쌍이 되므로, $(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1), (1,2), (0,3)$ 으로 모두 10개이다. 또한 흰 바둑들 배치의 경우의 수는 $n+1$ 이다.

한편 검은 바둑들이 규칙 ㉠을 따라 움직이는 사건을 A 라 하고 흰 바둑들이 규칙 ㉡을 따라 움직이는 사건을 B 라 하면, $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ 이므로 두 사건은 독립이다.

비슷하게 하면, 검은 바둑들의 규칙 중 ㉢, ㉣, ㉤ 하나가 일어나는 사건과 흰 바둑들의 규칙 중 ㉡와 ㉢가 일어나는 사건은 독립이다. 따라서 검은 바둑들과 흰 바둑들의 움직임은 서로 독립적이므로 전체 경우의 수는 $10(n+1)$ 가지이다.

(3) 먼저 흰 바둑들의 위치는 주사위의 눈의 순서에 상관없이 그 횟수에 의해서만 결정되므로 조건 ㉠에 의해 12회 시행 직후에 흰 바둑들은 원점에 있고 조건 ㉡에 의하여 x_{13} 은 2, 4, 6중에 하나가 되어야 한다. 조건 ㉠로부터 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉢, ㉣, ㉤의 경우가 각각 네 번씩 일어났다는 것을 알 수 있고, 13회 시행까지 검은 바둑들이 버려지지 않고 모두 남아 있으므로 규칙 ㉡의 경우가 되는 시행의 직전에 원점에 검은 바둑들이 있으면 안 된다. 따라서 ㉡이 시행되기 전에 검은 바둑들 4개를 $x=1$ 의 위치로 옮기는 시행 (㉢)이 모두 일어나야 한다. 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉣이 ㉡과 ㉢ 사이에 일어나게 되면 검은 바둑들을 버리게 되므로, 12회까지 가능한 경우는 아래 두 가지 중 하나이다.

(i) ㉣ - ㉣ - ㉣ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉣

검은 바둑들 1개가 12회 시행 직후에 원점의 위치에 있으므로, ㉢의 경우가 일어나는 $x_{13} = 4$ 이다.

(ii) ㉣ - ㉣ - ㉣ - ㉣ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡

검은 바둑들이 모두 $x=1$ 의 위치에 있으므로, ㉡의 경우가 일어나는 $x_{13} = 6$ 이다.

즉 ㉢의 자리에는 1, 1, 4, 4, ㉣의 자리에는 2, 2, 5, 5, ㉡의 자리에는 3, 3, 6, 6이 있어야 한다.

a, a, b, b 를 일렬로 나열하는 순열의 개수는 6이므로, 각 경우 6^3 가지이고, 구하고자 하는 답은 $3 \cdot 6^3 = 648$ 이다.

[문제 2-1] (5점) Warburg박사는 암세포가 정상세포에 비교하여 약 16배의 포도당을 소비한다는 사실을 발견하였다. Warburg박사의 가설을 바탕으로 암세포가 정상세포보다 16배의 포도당을 소비하는 원인을 설명하시오

[예시 답안] Warburg박사의 가설: 미토콘드리아 호흡 파괴가 암세포로 변화하는 원인임.

설명: 포도당 한 분자에서 생성되는 ATP는 해당 과정에서 2분자, TCA회로에서 2분자, 산화적 인산화에서 약 28분자임. 미토콘드리아 호흡이 파괴되면 세포는 피루브산이 젖산으로 전환되는 발효과정을 통하여 ATP를 합성하므로, TCA회로와 산화적 인산화가 작동하지 못하여 포도당 한 분자당 ATP 2분자가 생성됨. 즉, 정상세포는 포도당 한 분자 당 32분자의 ATP 생성, 암세포는 2분자의 ATP 생성. 암세포가 생존을 위하여 정상세포와 유사한 양의 ATP가 필요하다고 가정할 때 정상세포보다 16배의 포도당이 필요함.

[문제 2-2] (5점) 암세포에서 미토콘드리아 DNA의 돌연변이에 의해 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체(NADH 산화 효소)의 기능이 소실되었다. 이 암세포에서 1 몰 (1 mol)의 포도당이 미토콘드리아 호흡을 통해 완전히 산화되었을 때 생산될 수 있는 최대의 ATP의 양을 계산하고 그 이유를 설명하시오

[예시 답안] 1 몰의 포도당은 해당과정 중 2 몰의 ATP를 생산하고 TCA 회로에서 2 몰의 ATP를 생산하며 2 몰의 $FADH_2$ 와 10 몰의 NADH를 생산한다. $FADH_2$ 와 NADH는 전자전달계를 통하여 최대 28몰의 ATP를 생산한다. 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체가 기능을 상실하면 NADH를 기질로 사용하지 못하고 $FADH_2$ 만을 사용하여 ATP를 생산할 수 있다. "1분자의 NADH로부터 2.5분자의 ATP가, 1 분자의 $FADH_2$ 로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다". 그러므로 생성될 수 있는 최대의 ATP는 해당과정 2몰 + TCA 회로 2 몰 + $2FADH_2 \times 1.5$ 몰 = 7몰 이다.

[문제 2-3] (5점) 피루브산에서 젖산이 생성되지 않는 상황에서 1몰(mol) 포도당이 완전히 산화될 때 소비되는 O_2 의 몰(mol) 수, 발생하는 CO_2 의 몰(mol) 수와 H_2O 의 몰(mol) 수를 정상세포와 Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포에서 계산하시오

[예시 답안] 정상세포에서는 1 몰의 포도당이 해당작용을 거쳐 2몰의 피루브산이 되며, 2몰의 피루브산이 2몰의 아세틸 CoA가 될 때 2몰의 CO_2 (이산화탄소)와 2몰의 NADH가 발생된다. 2 몰의 아세틸 CoA는 TCA회로에서 4 몰의 CO_2 (이산화탄소)와 6 몰의 NADH, 2 몰의 $FADH_2$ 가 발생된다. 8 몰의 NADH, 2 몰의 $FADH_2$ 는 전자전달계를 거쳐 6몰의 O_2 (산소)를 6몰의 H_2O (물)로 환원시킨다. 즉, 정상세포에서는 1 몰의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)를 발생되고, 6 몰의 O_2 (산소)를 소비하여 6 몰의 H_2O (물)을 발생시킨다.

" $C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O + \text{에너지}$ "

피루브산이 젖산으로 전환되지 못하는 암세포에서는 발효를 할 수 없어, 피루브산이 아세틸 CoA로 전환되어 TCA회로에 완전히 산화된다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당으로부터 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)가 발생된다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되었으므로 O_2 (산소)의 소비를 못하고, O_2 (산소)로부터 발생하는 H_2O (물)도 없다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)를 발생되고, 0 몰의 O_2 (산소)를 소비하여 0 몰의 H_2O (물)을 발생시킨다.

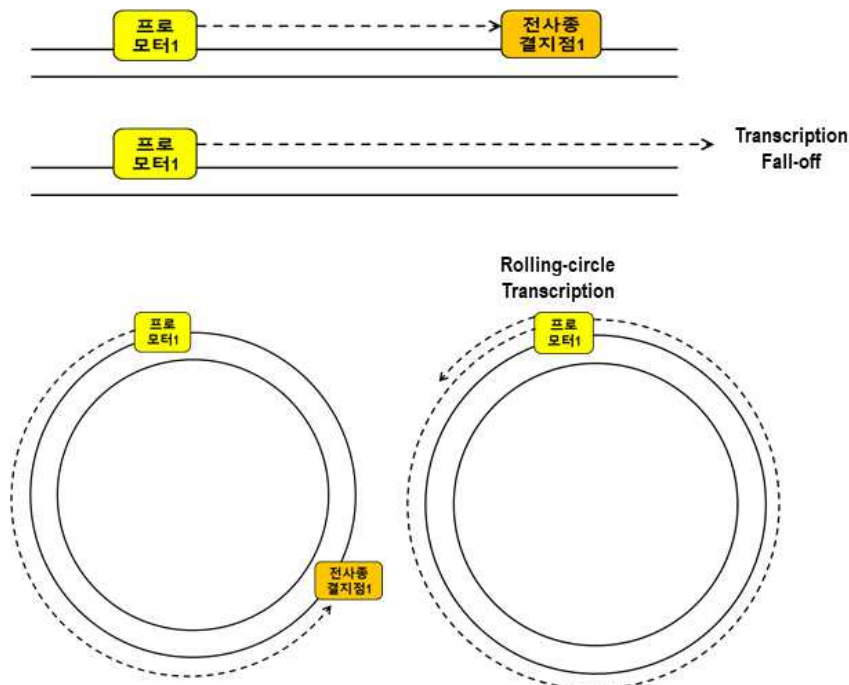
[문제 2-4] (15점) 미토콘드리아는 생명체 진화의 가설 중 세포내 공생설에 부합하며, 아직도 원핵생물의 특성을 유지하고 있다. 이 사실을 바탕으로 다음의 질문들에 답하시오

(1) (5점) 미토콘드리아 DNA에는 13개의 유전자가 존재한다. 대장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 단 한 염기의 돌연변이가 발견되었으며, 미토콘드리아에서 12개의 유전자의 mRNA가 사라진 것이 발견되었다. 미토콘드리아 DNA의 프로모터의 수는 몇 개인가?

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA 유전자들의 발현(전사)은 여러 유전자들이 한 프로모터(또는 조절 부위)에 의하여 발현조절 될 수 있다(polycistronic). 프로모터(또는 조절 부위)에 돌연변이가 발생하면 유전자 발현(전사)을 저해 할 수 있으므로, 대장암 미토콘드리아 DNA에서 발견된 돌연변이는 프로모터(또는 조절 부위)에 위치해 있다고 추론할 수 있다. 그리고 12개 유전자의 mRNA가 동시에 사라졌다는 사실로부터 12개의 유전자가 하나의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 알 수 있으며, 나머지 1개의 유전자는 다른 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 알 수 있다. 그러므로 미토콘드리아 DNA 유전자들은 총 2개의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 추론할 수 있다.

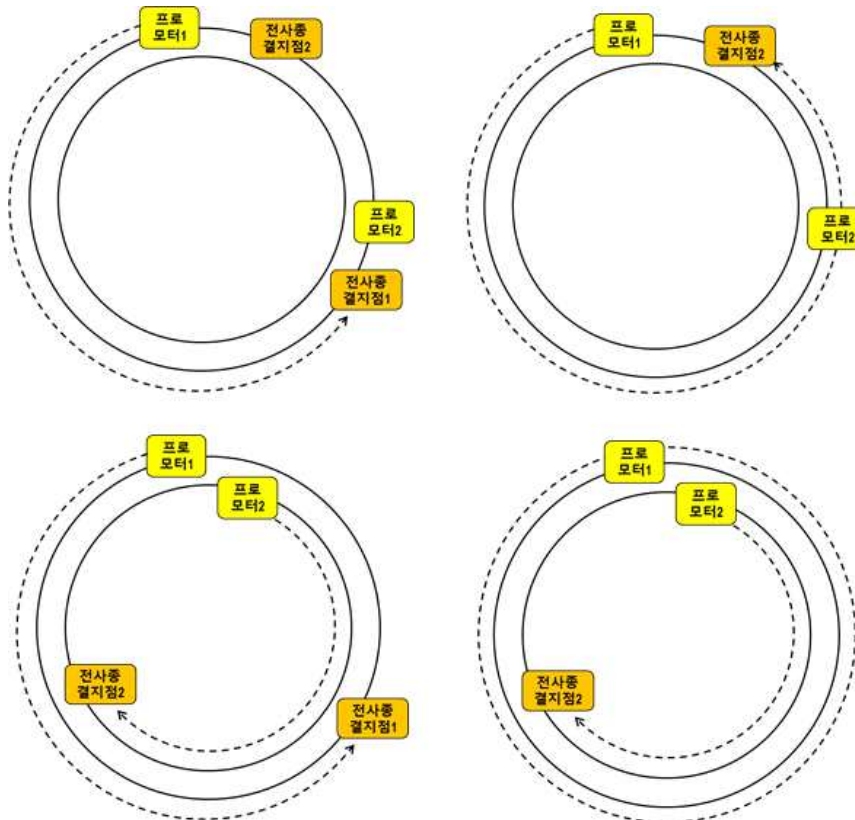
(2) (5점) 췌장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 전사 종결 지점에 돌연변이가 발견되었으며, 12개 유전자의 mRNA가 매우 많이 증가하는 것이 발견되었다. 췌장암에서 mRNA가 증가한 이유를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조를 이루고 있다. 선형 DNA의 경우 전사 종결 지점에 돌연변이가 생겨 전사가 종결되지 않아도 DNA의 끝에서 전사가 끝나는 반면(RNA polymerase fall-off), 원형 DNA의 경우 전사 종결 지점의 돌연변이에 의하여 전사가 종결되지 못할 경우 끊임 없이 전사가 지속되게 된다(rolling circle transcription). 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이는 전사 종결을 저해하여 끊임 없이 전사가 지속되게 하며, 이로 인하여 mRNA의 양이 매우 많이 증가하게 된다.

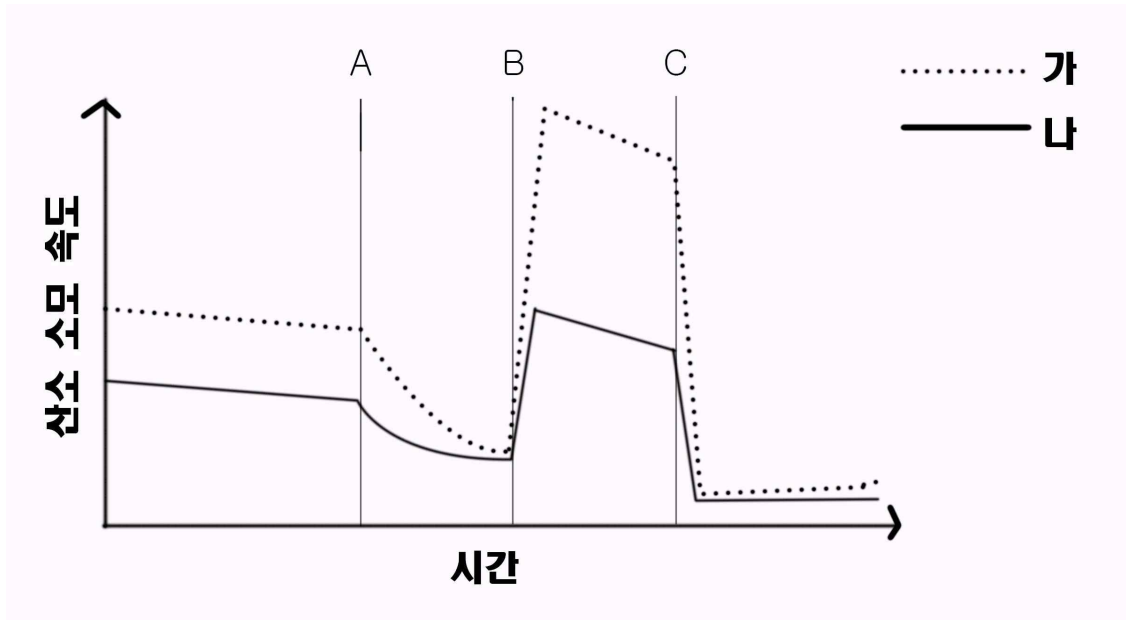


(3) (5점) (1), (2) 문제의 대장암과 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 초래하는 결과들로부터 미토콘드리아 DNA 프로모터들의 위치를 추정해 낼 수 있다. DNA 이중가닥을 단일 가닥1, 단일 가닥2로 규정할 때 프로모터들이 어디에 존재해야 하는 가를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조이므로, 유전자들이 동일한 단일 가닥에 존재한다면, 전사 종결 지점 돌연 변이는 유전자들의 mRNA 양을 증가 시킬 수 없다. 문제 (2)의 결과로부터 12 개의 유전자들의 mRNA만 양이 증가 하였으므로, 나머지 1 개의 유전자는 동일한 단일 가닥에 존재할 수 없다. 그러므로 2개의 프로모터들은 서로 다른 단일 가닥에 존재해야만 한다.



[문제 2-5] (15점) 다음은 정상세포 (가)와 세균의 단백질 합성을 억제하는 특정 항생제 (테트라사이클린)를 장기간 처리한 세포 (나)에서 미토콘드리아를 추출한 후, NADH와 ADP의 존재 하에 시간에 따른 미토콘드리아의 산소 소모 속도를 측정한 그래프이다. 산소 소모 속도의 측정 중에 각각 A, B, C의 약물을 투여하였다. A는 전자전달복합체의 ATP 합성효소를 억제하는 약물이고, B는 미토콘드리아 내막에서 수소이온의 농도차를 소실시키는 약물이며 C는 첫 번째 전자전달 복합체를 억제하는 약물이다.



(1) (5점) (가)와 (나)에서 산소소모 속도의 차이가 나타나는 원인을 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵세포로부터 진화하여 아직도 원핵생물(세균)의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아는 원핵생물(세균)과 유사한 구조의 독립적인 DNA를 가지고 있으며 원핵생물(세균)과 유사한 독립적인 리보솜과 번역 시스템을 가지고 있다. 그러므로 세균의 단백질 합성을 특이하게 억제하는 항생제인 테트라사이클린은 장기간 사용되었을 경우에 세균과 유사한 단백질 합성 체계를 가지고 있는 미토콘드리아의 단백질 합성을 억제할 수 있다. 미토콘드리아는 전자전달복합체의 중요한 단백질들을 독자적으로 번역하여 합성하므로 테트라사이클린은 전자전달복합체의 단백질의 번역을 억제하여, 결국 전자전달복합체의 기능을 억제하고 산소의 소모를 감소시키는 결과를 초래한다.

(2) (5점) A와 C 약물 투여 후 산소 소모 속도가 저하된 이유와 A와 C에 대한 반응이 차이가 나타나는 원인을 설명하시오

[예시 답안] A는 다섯번째 전자전달복합체인 ATP 합성효소를 억제하는 약물이다. ATP 합성효소는 다른 전자전달복합체에서 전자의 이동과 이에 따른 수소이온의 미토콘드리아 내막 외부로의 이동 중에 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온 농도차이를 해소하는 과정에서 발생하는 에너지를 이용하여 ADP로부터 ATP를 합성한다. 그러므로 ATP 합성효소를 억제하면 수소이온의 농도차이를 해소할 수 없게 되어 수소이온은 미토콘드리아의 내막 외부에 축적되고 이 현상은 효소반응의 원칙에 따라 NADH의 NAD^+ 로의 분해과정에서 나온 전자가 전자전달복합체를 이동하여 산소를 사용하여 물을 생성되는 과정이 억제된다.

C는 첫 번째 전자전달복합체 즉 NADH 산화효소를 억제하는 약물이다. NADH 산화효소는 NADH를 기질로 전자를 추출하여 다른 전자전달복합체로 전자를 운반하는 역할을 하는데, 이 효소가 억제되면 미토콘드리아에서 일어나는 전자의 이동과 산소의 소모가 중단된다.

C는 전자의 이동과 산소소모를 직접적으로 억제하므로 그 효과가 빠르게 나타나 두 세포 모두에서 산소소모를 급격하게 억제하지만, A는 산소소모를 직접적으로 억제하는 것이 아니라 전자의 이동에 의해 발생한 수소이온의 농도 차의 해소 과정을 억제함으로써 산소소모를 이차적으로 억제하므로 C 약물과 비교하여 상대적으로 산소 소모의 억제 효과가 늦게 발생한다.



(3) (5점) B 약물에 의한 산소 소모 속도 변화의 원인을 설명하시오

[예시 답안] B는 전자전달복합체에서 고에너지 전자의 이동에 의해 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온농도차이를 소실시키는 약물이므로 효소반응의 원칙에 의해 미토콘드리아의 전자전달복합체는 소실된 수소이온의 농도차를 복구하기 위해 NADH를 기질로 전자의 산화와 환원 과정에 의한 전자의 이동을 최대한으로 증가시키게 되고 이는 급격한 산소소모의 증가를 초래한다.

효소반응의 원칙: 효소는 기질을 사용하여 생성물을 만드는 단백질 또는 단백질 복합체이다. 일반적인 효소의 반응 속도는 기질과 생성물의 상대적인 양에 의해 결정된다. 즉 기질이 상대적으로 많을 경우에는 효소의 반응속도는 증가하고 효소의 반응에 따라 생성물의 상대적인 양이 많을 경우에는 효소의 반응 속도는 느려진다.

[문제 2-6] (5점) Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포들은 Ritonavir에 의하여 사멸되는 반면 정상세포들의 경우 큰 영향을 받지 않는 이유를 에너지 생산의 관점에서 설명하시오

[예시 답안] 정상세포들은 미토콘드리아 호흡이 정상적이므로, 포도당의 세포 내 유입이 제한된다 하더라도 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 없고, 해당 과정을 통해서만 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 암세포의 세포 내로 포도당이 유입되지 못할 경우 해당 과정을 통한 에너지(ATP) 생산을 할 수 없어 결국 에너지의 부족으로 암세포는 사멸로 이르게 된다.



2021학년도 논술고사

자연계열 (저녁, 의학과) 채점기준



[문제 1-1] (25점)

(1) (7점) 검은 바둑돌이 k 번째 시행에서 규칙 ㉔에 의해 버려질 확률을 구하자.

$k=1$: 처음 시행에서 규칙 ㉔의 경우가 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

$k=2$: 처음 시행 후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 첫 시행에서 반드시 규칙 ㉔의 경우가 나와야 하므로 2번째 시행 직후 버려질 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ 이다.

$k=3$: 두 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 차례대로 규칙 ㉔, ㉔의 경우가 되거나 혹은 차례로 규칙 ㉔ - ㉔의 경우가 되어야 한다. 3번째 시행 직후 버려질 확률은 $2 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{27}$ 이다.

$k=4$: 세 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 5가지의 경우 중 하나이다.

㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔

즉 4번째 시행 직후 버려질 확률은 $5 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{81}$ 이다.

$k=5$: 네 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 13가지의 경우 중 하나이다.

㉔ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - * - ㉔,
㉔ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔ - * - ㉔,
㉔ - ㉔ - * - ㉔

즉 5번째 시행 직후 버려질 확률은 $13 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{13}{243}$ 이다. (4점)

따라서 검은 바둑돌이 4회 시행 직후 수직선에 남아 있지 않을 확률은

$$p = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \frac{5}{81} + \frac{13}{243} = \frac{154}{243} \text{ 이고, (1점)}$$

$$\log p = \log \frac{154}{243} = \log 2 + \log 7 + \log 11 - 5 \log 3 = 0.3 + 0.84 + 1.04 - 2.35 = -0.17 \text{ (2점)}$$

이다.

(2) (9점) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ 이므로 $P(A)$ 와 $P(A \cap B)$ 를 각각 구하자.

$P(A \cap B)$ 를 먼저 계산하자. 사건 $A \cap B$ 은 12회 시행하는 동안 $2k$ 번째 시행 직후 ($k=1,2,\dots,6$) 검은 바둑돌은 $x=1$ 의 위치에 있어야 한다.

처음 검은 바둑돌의 위치는 원점이므로 두 번째 시행 직후에 검은 바둑돌이 $x=1$ 의 위치에 있기 위해서는 시행된 규칙은 ㉔ - ㉔의 경우, ㉔ - ㉔의 경우, ㉔ - ㉔의 경우로 총 3가지 경우가 있다. 이제 두 번의 시행을 더 했을 때 여전히 $x=1$ 의 위치에 있으려면 차례로 시행된 규칙은 아래의 5가지 중 하나이다.

㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔, ㉔ - ㉔

따라서 12회의 시행을 마치기까지 이렇게 두 번씩 5번을 시행해야 하므로, $P(A \cap B) = \frac{3}{9} \times \left(\frac{5}{9}\right)^5$ 이다. (3점)

이제 $P(A)$ 를 구하자. $P(A) = P(A \cap B^c) + P(A \cap B)$ 이므로, $P(A \cap B^c)$ 을 구하면 된다.

바둑돌이 $2k+1$ 번째 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 확률을 먼저 구하자.

$k=0$ 일 때 : 첫 번째 혹은 두 번째 시행에서 버려져야 하므로, 첫 시행에서 규칙 ㉔의 경우이거나 두 번

째 시행까지 차례로 ㉠ - ㉡의 경우가 된다. 따라서 확률은 $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$ 이다.

$k > 0$ 일 때 : $2k$ 번째 까지는 검은 바둑돌이 남아 있어야 하므로 $P(A \cap B)$ 를 구하는 같이 구할 수 있으므로 확률은 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$ 이고, $2k+1$ 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 경우는 규칙 ㉠ - ㉡ 이 차례대로 나오

는 경우 밖에 없으므로 구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{27} \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$ 이다.

즉, $P(A \cap B^c) = \frac{4}{9} + \frac{1}{27} \sum_{k=1}^5 \left(\frac{5}{9}\right)^{k-1} = \frac{4}{9} + \frac{1}{12} \left(1 - \frac{5^5}{9^5}\right)$ 이다. (3점)

이제 $\frac{5^5}{9^5} = \alpha$ 라하고, 조건부 확률을 구하면

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B) + P(A \cap B^c)} = \frac{\frac{\alpha}{3}}{\frac{\alpha}{3} + \frac{4}{9} + \frac{1}{12}(1-\alpha)} = \frac{12\alpha}{9\alpha + 19} \text{이다. (1점)}$$

한편, $359\alpha < 19$ 이므로, $P(B|A) = \frac{12\alpha}{9\alpha + 19} < \frac{12\alpha}{9\alpha + 359\alpha} = \frac{3}{92}$ 이다. (2점)

(3) (9점) 총 81 가지의 경우 중 각 X 에 대하여 경우의 수를 구하면 다음과 같다.

$X=0$ 인 경우 : 아래의 나열된 9+3+3+6=21 가지의 경우이다.

㉠ - ㉠ - * - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - *,
㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠,
㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ (2점)

$X=2$ 인 경우 : ㉠, ㉠ 으로부터 구성된 16가지 경우와 ㉠ - ㉠ - ㉠ - *, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠, ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠의 21가지의 경우이다. (2점)

$X=1$ 인 경우 : 81개에 대한 나머지 경우이므로 경우의 수는 39이다. (2점)

따라서 $E(X) = 0 \times \frac{21}{81} + 1 \times \frac{39}{81} + 2 \times \frac{21}{81} = 1$ 이다. (1점)

분산을 구해보면 $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{123}{81} - 1 = \frac{42}{81}$ 이므로, $\sigma(X) = \frac{\sqrt{42}}{9}$ 이다. (2점)

[문제 1-2] (25점)

(1) (8점) 홀수가 m 번 (단, $2m \leq n$) 나온다고 하면 흰 바둑돌의 위치는 $k = n - 2m$ 이며, 홀수가 $n - m$ 번 나오면 흰 바둑돌의 위치는 $-k$ 이다. (2점)

$$\sum_{k=1}^n k^2 (p_k + p_{-k}) = \sum_{k=1}^n k^2 p_k + \sum_{k=1}^n (-k)^2 p_{-k} \text{ 이므로}$$

$$\sum_{k=1}^n k^2 (p_k + p_{-k}) = \sum_{m=0}^n (n - 2m)^2 \cdot \frac{n C_m}{2^n} \quad (2\text{점})$$

한편, n 번의 시행에서 주사위의 눈의 수가 홀수가 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하면, X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 를 따르므로 이항분포의 평균과 분산으로부터 $E(X)$ 와 $V(X)$ 를 구하면 다음과 같다. (1점)

$$E(X) = \frac{n}{2} = 0 \times {}_n C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 \times {}_n C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n \times {}_n C_n \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$V(X) = \frac{n}{4} = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 0^2 \times {}_n C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1^2 \times {}_n C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n^2 \times {}_n C_n \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

이로부터 $E(X^2) = \frac{n^2 + n}{4}$ 임을 확인 할 수 있다.

$$(\text{준식}) = n^2 - 4nE(X) + 4E(X^2) = n^2 - 2n^2 + n + n^2 = n \quad (2\text{점})$$

이다.

또한 n 이 홀수 이므로 원점의 위치에 흰 바둑돌이 위치할 수 없고, $\sum_{k=1}^n (p_k + p_{-k})$ 는 모든 확률의 합이므로 1이다. (1점)

따라서 답은 $n+1$ 이 된다.

(2) (7점) 검은 바둑돌은 원점 혹은 $x=1$ 위에 있어야 하고 최대 3개까지 있을 수 있다. 원점의 검은 바둑돌의 개수를 a , $x=1$ 위의 검은 바둑돌의 개수를 b 라고 하면 가능한 (a, b) 는 $a+b \leq 3$ 이 되는 음이 아닌 정수의 순서쌍이 되므로, $(0,0), (1,0), (0,1), (2,0), (1,1), (0,2), (3,0), (2,1), (1,2), (0,3)$ 으로 모두 10개이다. (2점)

또한 흰 바둑돌 배치의 경우의 수는 $n+1$ 이다. (2점)

한편 검은 바둑돌이 규칙 ㉠을 따라 움직이는 사건을 A 라 하고 흰 바둑돌이 규칙 ㉡을 따라 움직이는 사건을 B 라 하면, $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ 이므로 두 사건은 독립이다.

비슷하게 하면, 검은 바둑돌의 규칙 중 ㉠, ㉡, ㉢ 하나가 일어나는 사건과 흰 바둑돌의 규칙 중 ㉡와 ㉢이 일어나는 사건은 독립이다. 따라서 검은 바둑돌과 흰 바둑돌의 움직임은 서로 독립적이므로 전체 경우의 수는 $10(n+1)$ 가지이다. (3점)

(3) (10점) 먼저 흰 바둑돌의 위치는 주사위의 눈의 순서에 상관없이 그 횟수에 의해서만 결정되므로 조건 ①에 의해 12회 시행 직후에 흰 바둑돌은 원점에 있고 조건 ②에 의하여 x_{13} 은 2, 4, 6중에 하나가 되어야 한다. (1점)

조건 ①로부터 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉠, ㉡, ㉢의 경우가 각각 네 번씩 일어났다는 것을 알 수 있고, 13회 시행까지 검은 바둑돌이 버려지지 않고 모두 남아 있으므로 규칙 ㉢의 경우가 되는 시행의 직전에 원점에 검은 바둑돌이 있으면 안된다. 따라서 ㉢이 시행되기 전에 검은 바둑돌 4개를 $x=1$ 의 위치로



2021학년도 자연계열(저녁, 의학과) 채점기준

자연계열(저녁)
[의학과]

옮기는 시행 (㉠)이 모두 일어나야 한다. 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉠이 ㉡과 ㉢ 사이에 일어나게 되면 검은 바둑돌을 버리게 되므로, 12회까지 가능한 경우는 아래 두 가지 중 하나이다.

(i) ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ (3점)

검은 바둑돌 1개가 12회 시행 직후에 원점의 위치에 있으므로, ㉠의 경우가 일어나는 $x_{13} = 4$ 이다.

(ii) ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ (3점)

검은 바둑돌이 모두 $x = 1$ 의 위치에 있으므로, ㉢, ㉡의 경우가 일어나는 $x_{13} = 4$ 또는 $x_{13} = 6$ 이다.

즉 ㉠의 자리에는 1, 1, 4, 4, ㉢의 자리에는 2, 2, 5, 5, ㉡의 자리에는 3, 3, 6, 6이 있어야 한다.

a, a, b, b 를 일렬로 나열하는 순열의 개수는 6이므로, 각 경우 6^3 가지이고, (2점)

구하고자 하는 답은 $3 \cdot 6^3 = 648$ 이다. (1점)

[문제 2-1] (5점) Warburg박사는 암세포가 정상세포에 비교하여 약 16배의 포도당을 소비한다는 사실을 발견하였다. Warburg박사의 가설을 바탕으로 암세포가 정상세포보다 16배의 포도당을 소비하는 원인을 설명하시오

[예시 답안] Warburg박사의 가설: 미토콘드리아 호흡 파괴가 암세포로 변화하는 원인임.

설명: 포도당 한 분자에서 생성되는 ATP는 해당 과정에서 2분자, TCA회로에서 2분자, 산화적 인산화에 약 28분자임. 미토콘드리아 호흡이 파괴되면 세포는 피루브산이 젖산으로 전환되는 발효과정을 통하여 ATP를 합성하므로, TCA회로와 산화적 인산화가 작동하지 못하여 포도당 한 분자당 ATP 2분자가 생성됨. 즉, 정상세포는 포도당 한 분자 당 32분자의 ATP 생성, 암세포는 2분자의 ATP 생성. 암세포가 생존을 위하여 정상세포와 유사한 양의 ATP가 필요하다고 가정할 때 정상세포보다 16배의 포도당이 필요함.

[채점기준]

FADH₂만이 ATP 생산에 사용할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여 (NADH는 ATP 생산에 사용 못 한다는 사실만 기재 시 1점 부여).

1분자의 FADH₂로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다는 사실 기재 시 3 점 부여.

계산이 틀리면 1점 차감.

[문제 2-2] (5점) 암세포에서 미토콘드리아 DNA의 돌연변이에 의해 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체(NADH 산화 효소)의 기능이 소실되었다. 이 암세포에서 1 몰 (1 mol)의 포도당이 미토콘드리아 호흡을 통해 완전히 산화되었을 때 생산될 수 있는 최대의 ATP의 양을 계산하고 그 이유를 설명하시오

[예시 답안] 1 몰의 포도당은 해당과정 중 2 몰의 ATP를 생산하고 TCA 회로에서 2 몰의 ATP를 생산하며 2 몰의 FADH₂와 10 몰의 NADH를 생산한다. FADH₂와 NADH는 전자전달계를 통하여 최대 28몰의 ATP를 생산한다. 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체가 기능을 상실하면 NADH를 기질로 사용하지 못하고 FADH₂만을 사용하여 ATP를 생산할 수 있다. "1분자의 NADH로부터 2.5분자의 ATP가, 1분자의 FADH₂로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다". 그러므로 생성될 수 있는 최대의 ATP는 해당과정 2몰 + TCA 회로 2 몰 + 2FADH₂ X 1.5 몰 = 7몰 이다.

[채점기준]

FADH₂만이 ATP 생산에 사용할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여 (NADH는 ATP 생산에 사용 못 한다는 사실만 기재 시 1점 부여).

1분자의 FADH₂로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다는 사실 기재 시 3 점 부여.

계산이 틀리면 1점 차감.

[문제 2-3] (5점) 피루브산에서 젖산이 생성되지 않는 상황에서 1몰(mol) 포도당이 완전히 산화될 때 소비되는 O₂의 몰(mol) 수, 발생되는 CO₂의 몰(mol) 수와 H₂O의 몰(mol) 수를 정상세포와 Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포에서 계산하시오

[예시 답안] 정상세포에서는 1 몰의 포도당이 해당작용을 거쳐 2몰의 피루브산이 되며, 2몰의 피루브산이 2몰의 아세틸 CoA가 될 때 2몰의 CO₂(이산화탄소)와 2몰의 NADH가 발생된다. 2 몰의 아세틸 CoA는 TCA회로에서 4 몰의 CO₂(이산화탄소)와 6 몰의 NADH, 2 몰의 FADH₂가 발생된다. 8 몰의 NADH, 2 몰의 FADH₂는 전자전달계를 거쳐 6몰의 O₂(산소)를 6몰의 H₂O(물)로 환원시킨다. 즉, 정상세포에서는 1



물의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)를 발생되고, 6 몰의 O_2 (산소)를 소비하여 6 몰의 H_2O (물)을 발생시킨다.

" $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2 \rightarrow 6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} + \text{에너지}$ "

피루브산이 젖산으로 전환되지 못하는 암세포에서는 발효를 할 수 없어, 피루브산이 아세틸 CoA로 전환되어 TCA회로에 완전히 산화된다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당으로부터 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)가 발생된다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되었으므로 O_2 (산소)의 소비를 못하고, O_2 (산소)로부터 발생하는 H_2O (물)도 없다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2 (이산화탄소)를 발생되고, 0 몰의 O_2 (산소)를 소비하여 0 몰의 H_2O (물)을 발생시킨다.

[채점기준]

정상세포에서 각 분자들의 몰 수 정확히 기재 시 2점 부여. 수가 하나라도 틀리면 0점 부여.

암세포에서 CO_2 수 정확히 기재 시 2 점 부여.

암세포에서 O_2 와 H_2O 수를 모두 정확히 기재 시 1 점 부여.

[문제 2-4] (15점) 미토콘드리아는 생명체 진화의 가설 중 세포내 공생설에 부합하며, 아직도 원핵생물의 특성을 유지하고 있다. 이 사실을 바탕으로 다음의 질문들에 답하시오

(1) (5점) 미토콘드리아 DNA에는 13개의 유전자가 존재한다. 대장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 단 한 염기의 돌연변이가 발견되었으며, 미토콘드리아에서 12개의 유전자의 mRNA가 사라진 것이 발견되었다. 미토콘드리아 DNA의 프로모터의 수는 몇 개인가?

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA 유전자들의 발현(전사)은 여러 유전자들이 한 프로모터(또는 조절 부위)에 의하여 발현조절 될 수 있다(polycistronic). 프로모터(또는 조절 부위)에 돌연변이가 발생하면 유전자 발현(전사)을 저해 할 수 있으므로, 대장암 미토콘드리아 DNA에서 발견된 돌연변이는 프로모터(또는 조절 부위)에 위치해 있다고 추론할 수 있다. 그리고 12개 유전자의 mRNA가 동시에 사라졌다는 사실로부터 12개의 유전자가 하나의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 알 수 있으며, 나머지 1 개의 유전자는 다른 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 알 수 있다. 그러므로 미토콘드리아 DNA 유전자들은 총 2 개의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된다는 사실을 추론할 수 있다.

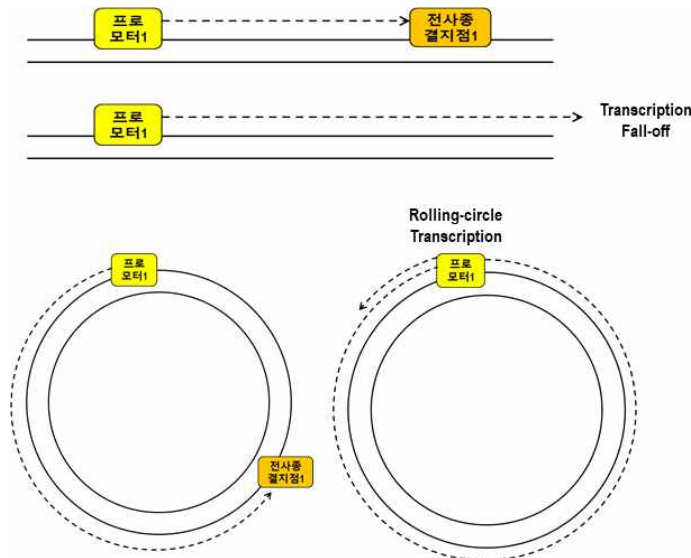
[채점기준]

여러 유전자들이 한 프로모터에 의하여 발현조절 될 수 있다 또는 polycistronic 기재 시 3점 부여.

2개의 프로모터 기재 시 2점 부여.

(2) (5점) 췌장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 전사 종결 지점에 돌연변이가 발견되었으며, 12개 유전자의 mRNA가 매우 많이 증가하는 것이 발견되었다. 췌장암에서 mRNA가 증가한 이유를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조를 이루고 있다. 선형 DNA의 경우 전사 종결 지점에 돌연변이가 생겨 전사가 종결되지 않아도 DNA의 끝에서 전사가 끝나는 반면(RNA polymerase fall-off), 원형 DNA의 경우 전사 종결 지점의 돌연변이에 의하여 전사가 종결되지 못할 경우 끝임 없이 전사가 지속되게 된다(rolling circle transcription). 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연 변이는 전사 종결을 저해하여 끝임 없이 전사가 지속되게 하며, 이로 인하여 mRNA의 양이 매우 많이 증가하게 된다.



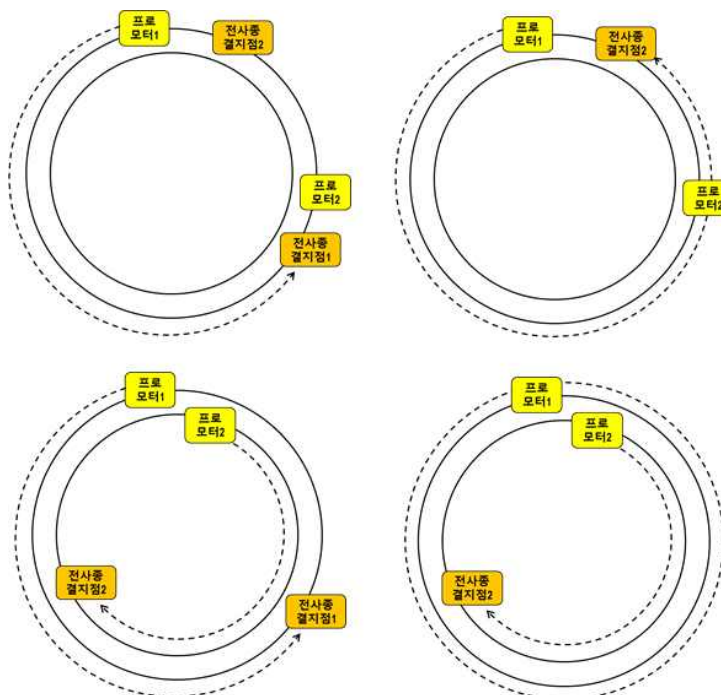
[채점기준]

미토콘드리아 DNA가 원형의 구조를 가짐을 기재 시 1점 부여.

원형의 구조 DNA의 전사 종결 결함 시 끝임 없이 전사가 진행됨을 기재 시 4점 부여.

(3) (5점) (1), (2) 문제의 대장암과 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 초래하는 결과들로부터 미토콘드리아 DNA 프로모터들의 위치를 추정해 낼 수 있다. DNA 이중가닥을 단일 가닥1, 단일 가닥2로 규정할 때 프로모터들이 어디에 존재해야 하는 가를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조이므로, 유전자들이 동일한 단일 가닥에 존재한다면, 전사 종결 지점 돌연 변이는 유전자들의 mRNA 양을 증가 시킬 수 없다. 문제 (2)의 결과로부터 12 개의 유전자들의 mRNA만 양이 증가 하였으므로, 나머지 1 개의 유전자는 동일한 단일 가닥에 존재할 수 없다. 그러므로 2개의 프로모터들은 서로 다른 단일 가닥에 존재해야만 한다.

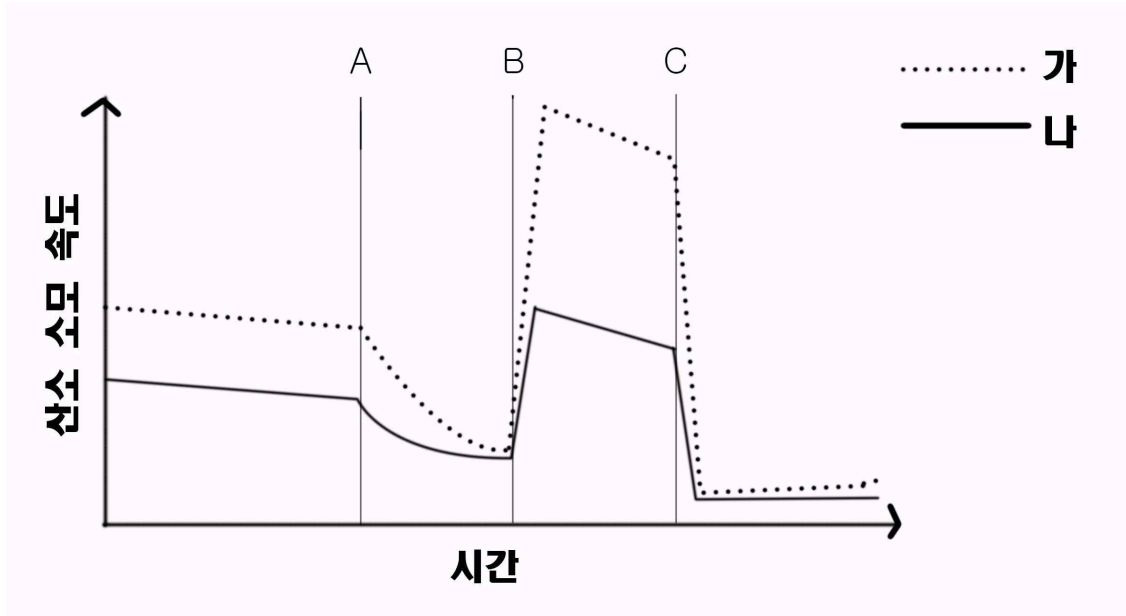


[채점기준]

동일 가닥에 프로모터가 존재한다면 12개의 mRNA의 양이 증가할 수 없다는 추론 기재 시 또는 다른 가닥에 프로모터들이 존재해야만 12개의 mRNA들 만이 증가한다는 추론 기재 시 3점 부여.

서로 다른 단일 가닥에 프로모터가 존재 한다는 추론 기재 시 또는 단일 가닥1에 프로모터 1개, 단일 가닥2에 프로모터 1개가 존재한다고 기재 시 2점 부여.

[문제 2-5] (15점) 다음은 정상세포 (가)와 세균의 단백질 합성을 억제하는 특정 항생제 (테트라사이클린)를 장기간 처리한 세포 (나)에서 미토콘드리아를 추출한 후, NADH와 ADP의 존재 하에 시간에 따른 미토콘드리아의 산소 소모 속도를 측정한 그래프이다. 산소 소모 속도의 측정 중에 각각 A, B, C의 약물을 투여하였다. A는 전자전달복합체의 ATP 합성효소를 억제하는 약물이고, B는 미토콘드리아 내막에서 수소이온의 농도차를 소실시키는 약물이며 C는 첫 번째 전자전달 복합체를 억제하는 약물이다.



(1) (5점) (가)와 (나)에서 산소소모 속도의 차이가 나타나는 원인을 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵세포로부터 진화하여 아직도 원핵생물(세균)의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아는 원핵생물(세균)과 유사한 구조의 독립적인 DNA를 가지고 있으며 원핵생물(세균)과 유사한 독립적인 리보솜과 번역 시스템을 가지고 있다. 그러므로 세균의 단백질 합성을 특이하게 억제하는 항생제인 테트라사이클린은 장기간 사용되었을 경우에 세균과 유사한 단백질 합성 체계를 가지고 있는 미토콘드리아의 단백질 합성을 억제할 수 있다. 미토콘드리아는 전자전달복합체의 중요한 단백질들을 독자적으로 번역하여 합성하므로 테트라사이클린은 전자전달복합체의 단백질의 번역을 억제하여, 결국 전자전달복합체의 기능을 억제하고 산소의 소모를 감소시키는 결과를 초래한다.

[채점기준]

미토콘드리아 DNA의 유전자 발현 시스템이 원핵생물(세균)과 유사하며 이로 인하여 항생제가 미토콘드리아의 유전자 발현을 저해한다는 추론 기재 시 3점 부여.

(원핵생물 언급 없을 시 0점)

미토콘드리아 DNA의 유전자 발현이 저해되면 전자전달계의 기능(활성)이 감소하여 산소 소비가 감소한다는 추론 기재 시 2점 부여.



(2) (5점) A와 C 약물 투여 후 산소 소모 속도가 저하된 이유와 A와 C에 대한 반응이 차이가 나타나는 원인을 설명하십시오

[예시 답안] A는 다섯번째 전자전달복합체인 ATP 합성효소를 억제하는 약물이다. ATP 합성효소는 다른 전자전달복합체에서 전자의 이동과 이에 따른 수소이온의 미토콘드리아 내막 외부로의 이동 중에 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온 농도차이를 해소하는 과정에서 발생하는 에너지를 이용하여 ADP로부터 ATP를 합성한다. 그러므로 ATP 합성효소를 억제하면 수소이온의 농도차이를 해소할 수 없게 되어 수소이온은 미토콘드리아의 내막 외부에 축적되고 이 현상은 효소반응의 원칙에 따라 NADH의 NAD⁺로의 분해과정에서 나온 전자가 전자전달복합체를 이동하여 산소를 사용하여 물을 생성되는 과정이 억제된다.

C는 첫 번째 전자전달복합체 즉 NADH 산화효소를 억제하는 약물이다. NADH 산화효소는 NADH를 기질로 전자를 추출하여 다른 전자전달복합체로 전자를 운반하는 역할을 하는데, 이 효소가 억제되면 미토콘드리아에서 일어나는 전자의 이동과 산소의 소모가 중단된다.

C는 전자의 이동과 산소소모를 직접적으로 억제하므로 그 효과가 빠르게 나타나 두 세포 모두에서 산소소모를 급격하게 억제하지만, A는 산소소모를 직접적으로 억제하는 것이 아니라 전자의 이동에 의해 발생한 수소이온의 농도 차이 해소 과정을 억제함으로써 산소소모를 이차적으로 억제하므로 C 약물과 비교하여 상대적으로 산소 소모의 억제 효과가 늦게 발생한다.

[채점기준]

약물 A는 수소이온의 농도차이를 해소하지 못하여 또는 수소 이온이 과다하게 축적되어 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 1점 부여.

약물 C는 NADH가 전자전달계에 들어가지 못하게 하여 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 1점 부여.

약물 A는 수소이온 농도차이가 과도하게 증가하기까지 시간이 다소 소요되므로 산소소모가 완만히 감소하나 약물 C는 즉시 전자전달계에 멈추게 되어 급격히 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 3점 부여.

(3) (5점) B 약물에 의한 산소 소모 속도 변화의 원인을 설명하십시오

[예시 답안] B는 전자전달복합체에서 고에너지 전자의 이동에 의해 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온농도차이를 소실시키는 약물이므로 효소반응의 원칙에 의해 미토콘드리아의 전자전달복합체는 소실된 수소이온의 농도차를 복구하기 위해 NADH를 기질로 전자의 산화와 환원 과정에 의한 전자의 이동을 최대한으로 증가시키게 되고 이는 급격한 산소소모의 증가를 초래한다.

효소반응의 원칙: 효소는 기질을 사용하여 생성물을 만드는 단백질 또는 단백질 복합체이다. 일반적인 효소의 반응 속도는 기질과 생성물의 상대적인 양에 의해 결정된다. 즉 기질이 상대적으로 많을 경우에는 효소의 반응속도는 증가하고 효소의 반응에 따라 생성물의 상대적인 양이 많을 경우에는 효소의 반응 속도는 느려진다.

[채점기준]

수소이온 농도차이를 유지하기 위하여 산소 소모를 늘린다는 사실 기재 시 3점 부여.

효소 반응 원리에 의하여 생성물(product)의 감소는 기질(substrate)의 사용을 늘린다는 사실 기재 시 2점 부여.

[문제 2-6] (5점) Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포들은 Ritonavir에 의하여 사멸되는 반면 정상세포들의 경우 큰 영향을 받지 않는 이유를 에너지 생산의 관점에서 설명하십시오

[예시 답안] 정상세포들은 미토콘드리아 호흡이 정상적이므로, 포도당의 세포 내 유입이 제한된다 하더



라도 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 없고, 해당 과정을 통해서만 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 암세포의 세포 내로 포도당이 유입되지 못할 경우 해당 과정을 통한 에너지(ATP) 생산을 할 수 없어 결국 에너지의 부족으로 암세포는 사멸로 이르게 된다.

[채점기준]

정상세포는 단백질을 사용하여 미토콘드리아에서 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여.
정상세포는 지방을 사용하여 미토콘드리아에서 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여.
암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 해당 과정으로만 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 1점 부여. (또는 암세포는 단백질, 지방을 사용하여 ATP를 생산할 수 없다 1점 부여)