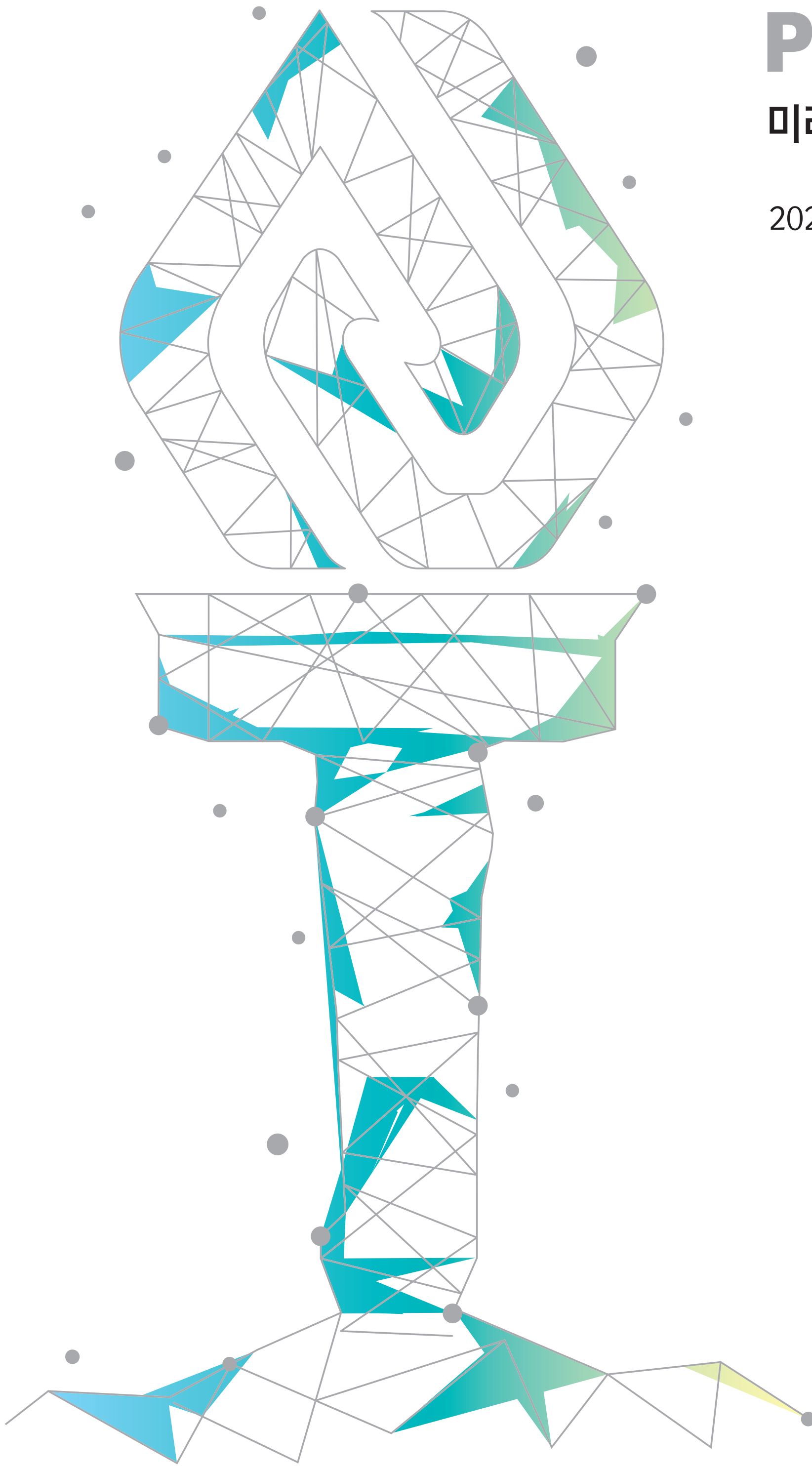
CONNECTING
MINDS
연결된 세상,
협력하는 지성



CONNECTING PRIDE

미래지성, 연결의 가치를 완성하다

2021학년도 **아주대학교 논술자료집**

아주대가 일으킨
변화의 물결
유쾌한 파란이 시작되다

아주대학교의 상징인
'파란(아주블루)'

자신의 한계를 허무는
'파란(破卵)'

세상에 퍼지는 신선한
'파란(波瀾)'

국내 대학 최초 자기주도형 학습 프로그램 도입
파란학기제

아주대학교는 2016년 전국 대학 최초로 학생들이 자기주도적으로 도전 과제를 설계하고 실천하여 학점을 받는 '파란학기제'를 시작해 대학 교육의 파란을 일으켜 왔습니다. 학생들 스스로 도전할 수 있는 프로젝트를 기획하고 완성함으로써 3~18학점의 정규 학점을 인정받는 '파란학기제'는 정형화된 대학교육의 울타리를 벗어나기 위한 아주대학교의 도전이 집약되어 있습니다. 아주대학교의 파란이 대한민국 교육의 변화를 이끌고 있습니다.

파란학기 운영현황 및 수상 내역

파란학기 운영현황

2016년부터 현재까지 **217팀 775명 참여**

국제화 / 발명·취업·창업 / 연구·혁신·제안 / 인문·예술 / 사회봉사 등 다양한 분야에 도전

파란학기 수상팀

훌륭한 뱃사공상 [아:몬] 시리어스 게임 제작 및 후원품 생산 활동 유도

황금실패상 [가치타다] 교통 약자를 위한 대중교통 이용 불편 솔루션

Zero to One상 [원천동 스튜디오] 물리학과 학생이 연출하고 사회학과 학생이 작곡에 참여한 단편 음악영화

내일의 주인공상 [파원] 졸업생 인터뷰를 바탕으로 한 국어국문학과 무크지 제작

시선집중상 [E:dge] 기부의 새로운 한 영역으로써 영상 기부의 실현

모든 분야에 열려있는 파란학기제, 인문, 문화·예술, 봉사, 국제화, 산학협력 등 무엇이든 도전이 가능합니다.

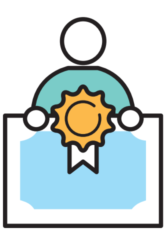
파란학기제는 영화 연출, 가구 디자인 및 제작과 같은 창작 활동 뿐 아니라 '파란학기 익스트림'과 함께 '교통 약자를 위한 대중교통 이용 불편 솔루션' 개발, '지역상권 살리기' 등 지역 사회 문제 해결까지 다양한 분야의 주제를 다루고 있습니다.

파란학기제는 독창적인 아이디어를 바탕으로 다양한 사람들이 협동하여 창조적이고 도전적으로 문제를 해결하는 미래형 아주인의 성장을 위한 발판입니다.

도전정신을 강화하고 보다 창의적인 인재로 성장하기 위한 디딤돌
파란학기 익스트림

아주대학교만의 특별한 프로그램 '파란학기제'를 통해 학생들이 일으킨 물결은 성공적인 취·창업뿐만 아니라 사회적 문제 해결이라는 영역까지 도달하고 있습니다. '파란학기 익스트림'을 새롭게 도입하여 서로 다른 전공 교수진과 학생들이 협력하고 실질적인 성과를 창출하며 '연결지성'을 실천하고 있습니다.

파란학기 익스트림이란?



- 파란학기제 도전과제 수준을 강화한 프로그램
- 실제적인 사회환경 개선에 기여하는 도전과제 수행
- 사회문제 해결을 위해 서로 다른 전공 교수진과 학생들이 협력
- 교수진과 학생들의 적극적인 참여로 실질적인 성과 창출

관련주제

- UN총회에서 채택된 17가지 지속가능개발 목표(SDGs)와 연계된 주제 (빈곤 종식, 기아 퇴치, 양질의 교육, 깨끗한 물과 위생, 불평등 완화 등)
- 지역사회 혁신 혹은 국내외 소외 지역의 문제 해결
- 실제 사회 문제 해결, 환경 개선에 기여하는 도전과제 등

세계와 교류하고 글로벌 지성을 배우는 글로벌 프로그램

한계를 두지 않는 협력으로
세계와 교류하고
글로벌 지성을 배우다

지역과 국가를 넘어
미래를 위한 모든 영역에서
경계 없이 소통하는 아주대학교.

그 속에서 아주인은 무한한 협력으로
세상을 연결하고 세계와 교류하여
시대를 앞선 글로벌 인재로 성장합니다.

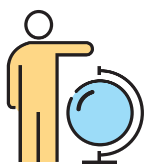
희망으로 성장하는 글로벌 인재 파란사다리

파란사다리 사업은 사회·경제적으로 어려운 여건 속에서도 자기 개발과 진로 개척을 위해 노력하는 대학생에게 해외 연수를 지원하는 사업입니다. 교육부와 한국장학재단이 2018년부터 해마다 대학생 1,200명을 선발해 연수 경비를 지원하는 본 프로그램은 아주대학교가 2015년 여름에 시작한 'AFTER YOU 프로그램·아주 글로벌 캠퍼스'가 기반이 되었습니다.

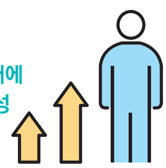
아주대학교는 파란사다리 사업의 우수 주관 대학으로 선정되어 매회 100명의 학생을 선발, 해외 연수를 진행했습니다.

본교 재학생 80명, 인근 지역 타 대학 학생 20명이 참여하였으며, 학생들은 여름 방학 4주 동안 미국 미시건대학교와 워싱턴대학교, 중국 상해교통대학교에서 어학연수와 문화체험을 성공적으로 수행했습니다.

2015년 여름
AFTER YOU 프로그램으로 최초 시작



학점·어학 등이 아닌
자기개발 의지와 미래에 대한 계획, 잠재가능성 등을 기준으로 선발



2015년부터
2019년까지
5년간
총 596명 파견

해외 유수 기업에서 쌓는 실무 경험 글로벌 인턴십

- World-OKTA(세계한인무역협회), IDB(미주개발은행), KOTRA(대한무역투자진흥공사), INKE(세계한인벤처네트워크) 등 전 세계 20여 개국 해외유수기업으로 파견
- 평균 6개월간 파견되어 글로벌 기업문화와 실무 경험
- 2015년부터 시작하여 매학기 60명 내외, 총 300여 명의 학생 참여

미국 명문대 학위를 동시에 복수학위제

- 국내 최초 복수학위 취득자 배출
- 국내외 학위 동시 취득 후 해외명문대학원 진학 및 글로벌 기업 취업
- 미국 자매대학 2개교와 복수학위 프로그램 진행
  - 미국 SUNY-Stony Brook University (스토니브룩대학)
  - 미국 Illinois Institute of Technology (일리노이공과대학)

전 세계가 우리의 캠퍼스 교환학생제도

- 전 세계 67개국 319개교 및 4개 국제 교육기관과 교류협정 (2019. 4. 기준)
- 2019년 219명 재학생 해외파견
- 대륙별 비율 (유럽 76%, 북미 8%, 아시아 16%)
- 1인 최대 2회까지 교환학생 기회 제공

2021학년도
아주대학교 논술자료집

CONTENTS

2021 논술고사 모집인원

2021 논술고사 모집인원

계열	대학	모집단위	수시 모집 인원 (정원 내 · 외)	논술	학생부 교과	학생부 종합					정원외			실기/실적
				논술 우수자 전형	학업 우수자 전형	ACE 전형	SW 융합 인재 전형	다산 인재 전형	고른 기회Ⅰ 전형	고른 기회Ⅱ 전형	특수 교육 대상자 전형	특성화 고등을 졸업한 재직자전형 (정원 내 · 외)	국방IT 우수 인재1 전형	체육 우수자 (축구) 전형
자연계열	공과대학	기계공학과★	102	17	14	35		25	6	5				
		산업공학과★	61		16	24		15	4	2				
		화학공학과★	37	10	5	15		5	1	1				
		신소재공학과◎	28	6	5	10		5	1	1				
		응용화학생명공학과◎	50		12	25		8	3	2				
		환경안전공학과★	33	5	5	13		8	2					
		건설시스템공학과★	27		5	10		8	3	1				
		교통시스템공학과	30	5	5	10		8	2					
		건축학과★◎	64	13	10	23		13	3	2				
	정보통신대학	융합시스템공학과	53									53		
		전자공학과★	157	50	30	40		20	12	5				
		소프트웨어학과◎	79	10	13	20	30		4	2				
		사이버보안학과	29		5	15		7	1	1				
		미디어학과◎	75		12	40		16	4	3				
	자연과학대학	국방디지털융합학과◎	0										20	
		수학과◎	56	16	7	12			1					
		물리학과◎	29		5	17		5	2					
		화학과◎	27		5	15		5	1	1				
		생명과학과◎	38	5	5	20		5	2	1				
	의과대학	의학과	30	10		20								
	간호대학	간호학과♠	37		10	23			2	2				
	자연계열 총계		1,042	147	169	387	30	153	54	29	0	53	20	0
인문계열	경영대학	경영학과	83	17	15	24		18	4	3	2			
		e-비즈니스학과◎	34		10	15		8	1					
		금융공학과◎	30	10	5	10		5						
		글로벌경영학과	53									53		
	인문대학	국어국문학과◎	26	5	5	12			2	1	1			
		영어영문학과♠◎	49		8	20		15	3	2	1			
		불어불문학과♠◎	23		5	10		5	1	1	1			
		사학과◎	23		5	10		5	1	1	1			
		문화콘텐츠학과◎	18			16			1	1				
	사회과학대학	경제학과	38	6	10	10		5	3	3	1			
		행정학과	27		12	10			2	2	1			
		심리학과	39	8	5	15		8	1	1	1			
		사회학과	25	5	5	12			1	1	1			
		정치외교학과	22	5	5	10			1	1				
		스포츠레저학과	12											12
	인문계열 총계		502	56	90	174	0	69	21	17	10	53	0	12
전체 총계			1,544	203	259	561	30	222	75	46	10	106	20	12

※ 수시모집(정원내, 국방IT우수인재1 전형, 특성화고등을졸업한재직자전형) 미충원 인원은 정시모집에 이월하여 선발함
※ 학생부종합(특성화고등을졸업한재직자전형): 융합시스템공학과, 글로벌경영학과 각 53명 선발(정원내 1명, 정원외 52명)
※ 건축학과는 입학 후 전공을 선택하며, 건축공학전공(4년제)은 공학교육 전문과정, 건축학전공(5년제)은 전공심화과정을 운영함
※ 의과대학은 한국의학교육평가원으로부터 의학교육 평가인증 획득, 인증기간(2020.3.~2024.2. 4년간)
※ 간호대학은 한국간호교육평가원으로부터 간호교육프로그램(학사학위과정)인증 획득, 인증기간(2018.6.14.~2023.6.13. 5년간)
♠ 교직과정이 설치된 학과로 2학년 진급 시 교직이수자를 선발함
★ 공학교육 전문과정을 운영하는 학과로 해당 학생은 공학교육 전문과정을 반드시 이수하여야 함(단, 건축학과는 건축공학 전공만 해당). 해당 학과에서 공학교육 전문과정을 이수하지 않을 경우 제1전공 이외에 복수전공 또는 부전공을 이수해야 함
◎ 전공심화과정을 운영하는 학과로 해당 학생은 전공심화과정을 반드시 이수하여야 함(단, 건축학과는 건축학 전공만 해당). 해당 학과에서 전공심화과정을 이수하지 않을 경우 제1전공 이외에 복수전공 또는 부전공을 이수해야 함

2

2021 논술고사 주요사항 및 출제경향

1973
AJOU UNIVERSITY

논술안내

1 대상 전형: 논술(논술우수자전형)

2 반영비율

단계	전형요소 및 반영비율	
일괄합산	논술점수 80%	학생부교과 20%

※ 기본점수 없음

※ 모집인원에 상관없이 적절한 학력 수준에 미치지 못한다고 판단될 경우 입학사정회의의 결정으로 합격자를 선발하지 않을 수 있음

3 논술유형

계열 및 유형	출제범위
자연계열 및 금융공학과 [수리논술]	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분
의학과 [수리논술 + 과학논술(생명과학)]	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분
	생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ
인문계열(금융공학과 제외) [통합논술(언어 · 사회)]	국어, 화법과 작문, 독서, 언어와 매체, 문학, 통합사회, 한국사, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회 · 문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상

4 논술 출제경향

계열 및 유형	출제경향
자연계열 및 금융공학과 [수리논술]	– 수리적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 – 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생의 경우 해결할 수 있는 수준의 다양한 수학적 주제를 다룸 – 답이 틀려도 풀이 과정이 옳으면 상당한 부분점수를 부여함 – 공식을 암기하여 풀 수 있는 문제는 출제하지 않음 – 영어 제시문은 출제하지 않음
의학과 [수리논술 + 과학논술(생명과학)]	– 수리논술: 수리적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 – 과학논술: 자연과학적 분석력, 응용력, 창의력을 측정하는 문제 출제 – 답이 틀려도 풀이 과정이 옳으면 상당한 부분점수를 부여함 – 공식을 암기하여 풀 수 있는 문제는 출제하지 않음 – 영어 제시문은 출제하지 않음
인문계열 (금융공학과 제외) [통합논술(언어 · 사회)]	– 고교 교육과정을 정상적으로 이수한 수험생이라면 해결할 수 있는 수준의 문제 출제 – 요약형 혹은 비교 · 대조형 문제와 통합형 문제 출제 – 요약형 문제의 경우 수험생 본인의 의견을 더하지 않고 제시문에서 소주제문들을 간추려 한 편의 글이 되도록 요약하는 능력을 측정 – 비교 · 대조형 문제의 경우 제시문들의 주제나 논점을 중심으로 그 유사점 · 차이점을 한편의 글이 되도록 기술하는 능력을 측정 – 통합형 문제의 경우 3~5개의 독립된 제시문들을 주고 그 지문들을 서로 연결하는 논리력과 통합적 사고력을 측정(제시문들은 인문/사회분야를 비롯한 범교과 과정에서 골고루 취함) – 영어 제시문은 출제하지 않음

5 논술문제 출제 문항 수 및 답안 분량

계열 및 유형	문항 수 및 답안 분량
자연계열 및 금융공학과 [수리논술]	– 출제 문항 수: 2문항(문항별 세부문제 3문제 내외 출제) – 답안 분량: 문항별 A3 2페이지 이내
의학과 [수리논술 + 과학논술(생명과학)]	– 출제 문항 수: 2문항(문항별 세부문제 출제) – 답안 분량: 문항별 A3 2페이지 이내
인문계열(금융공학과 제외) [통합논술(언어 · 사회)]	– 출제 문항 수: 2문항(문항별 세부문제 2문제 내외 출제) – 답안 분량: 요약형 문제 및 비교 · 대조형 문제(800자 내외), 통합형 문제(800자 내외)

6 시험 시간: 120분

논술 | 논술우수자전형

1 지원자격

국내 · 외 고등학교 졸업(예정)자[조기졸업자 포함] 또는 관계 법령에 의하여 고등학교 졸업자와 동등 이상의 학력이 있다고 인정된 자(검정고시 합격자 포함)

2 모집단위 및 모집인원: 203명

※ 금융공학과는 자연계열 수리논술을 시행하며, 학생부교과는 자연계열 기준으로 반영

3 수능최저학력기준: 없음(단, 의학과 제외)

모집단위	수능최저학력기준
의학과	국어, 수학가, 영어, 과탐(2과목 평균) 등급 합 5 이내

4 전형방법: 일괄합산

논술	학생부교과
80%	20%

5 논술고사 일정 ※ COVID-19 관련 변경가능하오니 반드시 응시 전 일정을 재확인하시기 바랍니다.

일시		시간		대학	모집단위
2020. 12.12.(토)	오전	입실	07:30~08:40	경영대학(금융공학과 제외), 인문대학	경영학과, 국어국문학과
		고사	09:00~11:00		
	오후	입실	12:30~13:40	사회과학대학	경제학과, 심리학과, 사회학과, 정치외교학과
		고사	14:00~16:00		
2020. 12.13.(일)	오전	입실	07:30~08:40	공과대학	기계공학과, 화학공학과, 신소재공학과, 환경안전공학과, 교통시스템공학과, 건축학과
		고사	09:00~11:00		
	오후	입실	12:30~13:40	정보통신대학	전자공학과, 소프트웨어학과
		고사	14:00~16:00		
	저녁	입실	17:30~18:40	**금융공학과**, 자연과학대학, 의과대학	금융공학과, 수학과, 생명과학과, 의학과
		고사	19:00~21:00		

6 전형료: 63,000원

7 제출서류

제출서류		비고
필수제출	학교생활기록부 1부 혹은 검정고시 합격증명서 1부	인터넷 원서접수 시 학생부 혹은 검정고시 합격자료 온라인 제공에 동의(별도제출 없음) ※ 단, 온라인 제공에 동의하지 않거나 학생부 온라인시스템 미설치 고등학교 출신자, 2012년 2월 이전 고등학교 졸업자, 2015년 이전 검정고시 합격자는 직접 제출 해당서류와 출력한 원서를 동봉하여 2020. 10. 6.(화)까지 제출 (마감일 우체국 소인분까지 인정하며 등기우편, 택배 제출 가능)
추가서류 (해당자)	국외 고등학교 성적증명서 및 졸업증명서	국외 고등학교 졸업자(성적증명서, 졸업증명서 각 1부) 일부 교육과정 이수자(성적증명서 1부)
	조기졸업(예정)증명서 1부	조기졸업(예정)자에 한함

※ 모든 서류는 원본 제출을 원칙으로 함. 부득이하게 사본을 제출할 시 반드시 원본대조필(발급기관, 출신고교 또는 본교 입학처에서 확인)을 받은 서류를 제출해야 함

※ 제출 서류의 중앙 하단에 각 페이지별로 수험번호와 성명을 기재하여 제출하여야 함

※ 주요 전형자료에 미기재 된 사항 또는 추가 소명자료가 필요한 경우 추가 서류 제출을 요구할 수 있음

※ 국외고등학교 교육과정 이수자, 졸업자 중 최종등록자는 국외고등학교에서 발급 받은 성적증명서 및 졸업증명서에 대해 아포스티유/영사 확인을 받아 2021. 02. 22.(월)까지 입학처로 제출해야 함. 단, 원서접수 시 제출한 자는 제외함

※ 개명(학교생활기록부와 이름이 다를 시), 주민등록번호 변경자는 주민등록초본을 2020. 10. 6.(화)까지 입학처로 제출(원서출력 후 동봉)

※ 제출한 서류는 반환하지 않음

※ 서류 미제출자는 불합격 처리 함

3

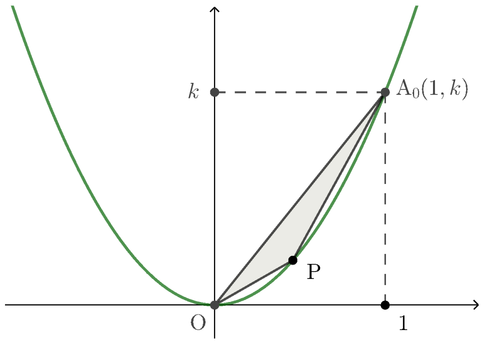
2021학년도 모의논술

1973
AJOU UNIVERSITY

2021학년도 자연계열 모의논술 문제

[문항 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) [그림1]과 같이 이차함수의 그래프 $y=kx^2$ ($k>0$인 실수)와 점 $A_0(1,k)$가 있다. 또한 곡선 $y=kx^2$을 따라 원점 $O(0,0)$과 점 A_0 사이를 움직이는 점 P가 있다.



[그림1]

점 P가 원점 O와 점 A_0 사이를 움직이면서 $\triangle OA_0P$의 넓이가 최대가 될 때 점 P의 위치를 A_1이라고 하고, 그때의 $\triangle OA_0A_1$의 넓이를 s_1이라 하자. 이런 방법으로 음이 아닌 정수 n에 대하여, 원점 O에서 점 A_n까지 곡선 $y=kx^2$을 따라 점 P가 움직일 때, $\triangle OA_nP$의 넓이가 최대가 되는 점 P의 위치를 점 A_{n+1}이라 하고 이때의 $\triangle OA_nA_{n+1}$의 넓이를 s_{n+1}이라 하자.

점 A_n을 x축에 내린 수선의 발을 점 B_n이라 하면, $\triangle OA_nP$의 넓이는 $\triangle OA_nB_n$의 넓이에서 $\triangle OB_nP$의 넓이와 $\triangle A_nB_nP$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다.

(나) 미분가능한 함수 $y=f(x)$와 점 $A(1,f(1))$이 있다. 아래의 <조건>을 만족하는 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 P가 존재하는지 판단하고자 한다.

<조 건>

(1) $P \neq A$이다.
(2) 점 P에서 $y=f(x)$에 대한 접선의 기울기는 선분 $\overline{AP}$를 포함하는 직선의 기울기에 -1을 곱한 것과 같다.

위의 <조건>을 만족하는 점 $P(x,y)$가 존재한다고 가정하자. 그러면 점 P에서 $y=f(x)$에 대한 접선의 기울기는 $f'(x)$이고 선분 $\overline{AP}$의 기울기는 $\dfrac{f(1)-f(x)}{1-x}$ (단, $x \neq 1$)이므로, $f'(x)=-\dfrac{f(1)-f(x)}{1-x}$가 된다. 따라서 <조건>을 만족하는 점 P가 존재하는 것과 x에 대한 방정식 $(1-x)f'(x)=f(x)-f(1)$ 의 $x \neq 1$인 실근이 존재하는 것은 동치이다.

[문제 1-1] (20점) 제시문 (가)를 읽고 다음의 물음에 답하여라.

(1) 점 A_1의 x좌표를 구하여라.

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} s_n$의 값을 k에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 점 P와 y축 대칭인 점을 P′라 하고 $\triangle \mathrm{A}_0\mathrm{PP}'$의 넓이가 최대일 때 점 P의 x좌표를 p라 하자. $\int_0^p x(\sin \pi x^2 - \cos \pi x^2)\, dx$의 값을 구하여라.

[문제 1-2] (30점) 제시문 (나)를 읽고 다음의 물음에 답하여라,

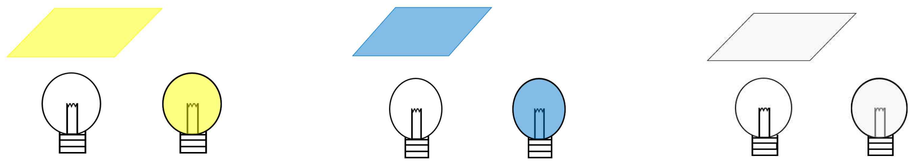
(1) $f(x) = nx^2$ (n은 양의 정수)일 때 <조건>을 만족하는 점 P에 대하여, $\triangle \mathrm{OAP}$의 넓이를 t_n라 하자. $\lim_{n\to\infty}(t_n + 1)^{\frac{1}{n}}$의 값을 구하여라.

(2) $f(x) = xe^x$일 때 <조건>을 만족하는 점 P가 존재하지 않음을 증명하여라.

(3) $f(x) = kx^2 + kx$ ($k \neq 0$인 실수)일 때, <조건>을 만족하는 점 P가 존재하도록 하는 k 값의 범위를 구하여라.

[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

전구에 색이 있는 반투명 비닐커버를 씌운다고 하자. 비닐커버는 노란색, 파란색, 흰색 중 하나이며, 비닐커버를 임의로 골랐을 때 각 색을 가질 확률은 항상 $\frac{1}{3}$로 서로 같다. 전구에 비닐커버 한 장을 씌우면 전구는 비닐커버와 같은 색으로 보인다.

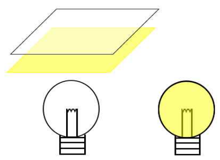


전구에는 여러 장의 비닐커버를 겹치도록 씌울 수 있다. 안쪽부터 바깥쪽까지 차례대로 씌우며, 벗길 때는 바깥쪽부터 안쪽 순서대로 벗긴다. 여러 장의 비닐커버를 동시에 겹쳐서 씌우면 다음 규칙에 따라 전구의 색이 노란색, 파란색, 흰색, 초록색 중 하나로 결정된다.

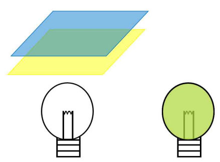
<비닐커버 색에 따른 전구의 색 규칙>

(1) 비닐커버의 순서는 전구의 색에 영향을 주지 않는다.

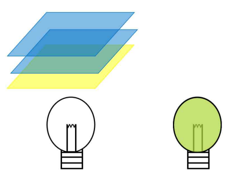
(2) 특정 색의 비닐커버와 흰색 비닐커버를 겹쳐 씌우면 전구는 특정색으로 보인다.



(3) 노란색 비닐커버와 파란색 비닐커버를 겹쳐 씌우면 전구의 색은 초록색이다.



(4) 같은 색의 비닐커버를 여러 장 겹쳐 씌울 때, 전구의 색은 그 색이 한 장이 있는 것과 같다.



예를 들어 노란색 비닐커버 2장, 파란색 비닐커버 2장, 흰색 비닐커버 1장을 겹쳐서 씌우면 씌우는 순서에 상관없이 전구의 색은 초록색이다.

[문제 2-1] (25점) 제시문을 읽고 다음의 물음에 답하여라.

(1) 두 장의 비닐커버를 임의로 골라 하나의 전구에 씌웠을 때 전구의 색이 노란색일 확률을 구하여라.

(2) 두 장의 비닐커버를 임의로 골라 하나의 전구에 씌웠더니 이 전구의 색이 노란색이 되었다. 이 전구의 바깥쪽 비닐커버를 한 장 벗겼을 때 전구의 색이 여전히 노란색일 확률을 구하여라.

(3) 두 개의 전구 A, B에 각각 임의로 고른 두 장의 비닐커버가 씌어져 있다. 전구 A의 색은 노란색이고 전구 B의 색은 파란색이다. 전구 A의 바깥쪽 비닐커버 한 장과 전구 B의 바깥쪽 비닐커버 한 장을 벗겨낸 다음, 벗겨낸 두 장의 비닐커버를 비닐커버가 한 장도 씌어져 있지 않던 전구 C에 겹쳐 씌운다. 이때 세 전구 A, B, C의 색이 모두 다를 확률을 구하여라.

[문제 2-2] (25점) 제시문을 읽고 다음의 물음에 답하여라.

(1) 한 개의 전구에 10장의 비닐커버를 겹쳐 씌울 때, 다음 <조건>을 만족하는 경우의 수를 E_k라 하자. (단, k는 $2 \le k \le 10$인 정수이다.)

<조 건>

첫 번째 비닐커버를 씌웠을 때 전구 색은 노란색이었고, k 번째 비닐커버를 씌웠을 때 전구의 색은 처음으로 초록색이 되었다.

$c = \log_{10}6$라 할 때, $\sum_{k=2}^{10} \log_{10} E_k$의 값을 c에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 양의 정수 n에 대하여 n개의 전구가 한 줄로 정렬되어 차례대로 놓여 있고, 각 전구 마다 n장의 비닐커버를 겹쳐 씌운다. 전구를 이동하지 않으며 비닐커버를 씌운 뒤 색이 같더라도 전구는 놓인 위치에 따라 구별가능하다. 이때 다음 <조건>을 만족하는 경우의 수를 F_k라 하자. (단, k는 $0 \le k \le n$인 정수이다.)

<조 건>

(가) 정확히 k개의 전구에는 동일한 색상 순서로 비닐 커버를 씌우고, k 번째 비닐커버를 씌웠을 때 전구의 색은 처음으로 초록색이 된다.
(나) 나머지 $n-k$개의 전구는 n장의 비닐커버를 씌운 후에도 흰색이다.

이때, $\sum_{k=0}^{n} F_k$의 값을 n에 대한 식으로 나타내어라.

2021학년도 자연계열 모의논술 풀이

[1-1] (20점)

(1) (4점) 점 $\triangle \mathrm{OA_0P}$의 넓이는 $\triangle \mathrm{OA_0B_0}$의 넓이에서 $\triangle \mathrm{OB_0P}$의 넓이와 $\triangle \mathrm{A_0B_0P}$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있으므로, 아래의 식이 성립한다. 점 P의 좌표를 (x, kx^2)이라 두면,

$\triangle \mathrm{OA_0B_0}$의 넓이는 $\frac{k}{2}$, $\triangle \mathrm{OB_0P}$의 넓이는 $\frac{kx^2}{2}$, $\triangle \mathrm{A_0B_0P}$의 넓이는 $\frac{(1-x)k}{2}$이므로, 다음이 성립한다.

$$2\times(\triangle \mathrm{OA_0P}\text{의 넓이}) = k-(kx^2+(1-x)k) = kx-kx^2 = -k\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{k}{4}.$$

따라서 $x=\frac{1}{2}$일 때 $\triangle \mathrm{OA_0P}$의 넓이는 최대이므로 $\mathrm{A_1}$의 x좌표는 $\frac{1}{2}$이다.

(2) (8점) $\triangle \mathrm{OA_nP}$의 넓이는$\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이에서 $\triangle \mathrm{OB}_n\mathrm{P}$의 넓이와 $\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다. 점 A_n의 x좌표를 x_n라 두고, 점 P의 좌표를 (x, kx^2)라 두면,

$\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이는 $\frac{kx_n^3}{2}$, $\triangle \mathrm{OB}_n\mathrm{P}$의 넓이는 $\frac{kx^2x_n}{2}$, $\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이는 $\frac{(x_n-x)kx_n^2}{2}$이므로, 다음이 성립한다.

$$2\times(\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}\text{의 넓이}) = kx_n^3-(kx^2x_n+(x_n-x)kx_n^2) = kx_n^2x-kx_nx^2 = -kx_n\left(x-\frac{x_n}{2}\right)^2+\frac{kx_n^3}{4}$$

가 성립한다. 즉 $x=\frac{x_n}{2}$일 때, $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}$의 넓이가 최대이다.

따라서 $x_{n+1}=\frac{x_n}{2}$이며, $s_{n+1}=\frac{kx_n^3}{8}$이다.

수열 $\{x_n\}$은 초항이 $\frac{1}{2}$이고 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열 $x_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$이다.

$x_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$로부터, $s_{n+1}=\frac{k}{8}\left(\frac{1}{2}\right)^{3n}=k\left(\frac{1}{8}\right)^{n+1}$가 된다.

$s_1=\frac{k}{8}$이므로, 수열 $\{s_n\}$도 등비수열이 되어, 등비급수는 $\sum_{n=1}^{\infty}s_n=\frac{\frac{k}{8}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{k}{7}$이다.

(3) (8점) 점 P의 좌표를 (x, y)라 할 때, $\triangle A_0P'P$의 높이는 $k-y$ 밑변의 길이는 $2x$이므로, $\triangle A_0PP'$의 넓이는 $x(k-y) = kx - kx^3$이다.

이제 $0 \le x \le 1$일 때, $f(x) = kx - kx^3$가 최대가 되도록 하는 x의 값을 구하면 된다.

$f'(x) = k - 3kx^2 = k(1-3x^2)$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$에서 $f(x)$가 최댓값을 가진다.

따라서 $p = \frac{\sqrt{3}}{3}$이고 $p^2 = \frac{1}{3}$이다. 주어진 정적분을 계산하면,

$\int_0^p x(\sin \pi x^2 - \cos \pi x^2)\, dx = -\frac{1}{2\pi}\left[(\cos \pi x^2 + \sin \pi x^2)\right]_0^p = -\frac{1}{2\pi}(\cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3}) + \frac{1}{2\pi} = \frac{1-\sqrt{3}}{4\pi}$ 이다.

[1-2] (30점)

(1) (8점) $f(x) = nx^2$ (n은 양의 정수)일 때 $f(1) = n$이고 $f'(x) = 2nx$ 이므로, 제시문 (나)의 식은 $(1-x)2nx = nx^2 - n$이다. 이를 정리하면, $3nx^2 - 2nx - n = 0$ 이다. 인수분해하면, $n(3x+1)(x-1) = 0$이다. 이는 1이 아닌 실근 $x = -\frac{1}{3}$을 가진다. 따라서 점 P는 $\left(-\frac{1}{3}, \frac{n}{9}\right)$으로 결정이 된다.

점 A와 점 P를 x축에 내린 수선의 발을 각각 B, Q라고 하면, $\triangle OAP$의 넓이는 사다리꼴 ABQP의 넓이에서 $\triangle OAB$의 넓이와 $\triangle OPQ$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다.

□ABQP의 넓이는 $\left(n + \frac{n}{9}\right) \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{20n}{27}$, $\triangle OAB$의 넓이는 $\frac{n}{2}$ $\triangle OPQ$의 넓이는 $\frac{n}{54}$ 이므로,

$\triangle AOP$의 넓이는 $t_n = \frac{n(40-27-1)}{54} = \frac{2n}{9}$이다. 극한의 대소 관계에 의해

$$0 \le \lim_{n\to\infty} \ln (t_n + 1)^{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\ln\left(\frac{2n}{9}+1\right)}{n} \le \lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{n} = 0$$

이 되어 $\lim_{n\to\infty} \ln (t_n+1)^{\frac{1}{n}} = 0$이다. 따라서 $\lim_{n\to\infty} (t_n+1)^{\frac{1}{n}} = 1$이다.

(2) (12점) $f(1) = e$이고 $f'(x) = (x+1)e^x$이다. 제시문 (나)의 식은 $(1-x)(x+1)e^x = xe^x - e$ 이다. 즉, x에 대한 방정식 $(x^2+x-1)e^x - e = 0$의 $x \ne 1$인 실근이 존재하지 않음을 보이면 충분하다.

편의상 $g(x) = (x^2+x-1)e^x - e$ 라 두자. $g(1) = 0$이므로 $x = 1$은 방정식 $g(x) = 0$의 근이다. $g'(x) = (x^2+3x)e^x = x(x+3)e^x$이므로 $g(x)$의 증가와 감소는 아래의 표와 같다.

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	0	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\nearrow$	$\frac{5}{e^3} - e$	$\searrow$	$-e-1$	$\nearrow$

위의 표에서 $y=g(x)$는 연속함수이고, $e>2$를 이용하면 극댓값 $g(-3)<0$, 극솟값 $g(0)<0$, $g(1)=0$, $g(2)=5e^2-e>0$ 이므로 $g(x)=0$은 $x=1$ 이외의 근을 가질 수 없다. 따라서 <조건>을 만족하는 점 P는 존재하지 않는다.

(3) (10점) 제시문 (나)를 통해, <조건>을 만족하는 $P(x,y)$의 존재는 방정식 $(1-x)f'(x)=f(x)-f(1)$을 만족하는 1이 아닌 실근의 존재 여부와 같음을 알 수 있다. $f'(x)=2kx+k=k(2x+1)$ 이고 $f(x)-f(1)=kx^2+kx-2k=k(x+2)(x-1)$이므로 x에 대한 방정식 $(1-x)k(2x+1)=k(x+2)(x-1)$의 1이 아닌 실근의 존재 여부를 판단하면 된다. 이 방정식을 정리하면, $k(2x+1)=-k(x+2)$가 되어 $3kx=-3k$이다. 이 방정식을 만족하는 1이 아닌 실근 $x=-1$가 항상 존재한다. 즉, 0이 아닌 모든 실수 k에 대해 방정식을 만족하는 1이 아닌 실근이 존재한다.

[2-1] (25점)

(1) (7점) 전구의 색이 노란색이기 위해서는 두 장의 비닐커버가 모두 노란색 이거나 노란색 + 흰색이어야 한다. 이때 전구에 비닐커버를 씌우는 순서를 고려하면 다음 세 가지 경우가 생긴다.

- 노란색 + 노란색 = $P_{yy} = \frac{1}{9}$
- 노란색 + 흰색 = $P_{yw} = \frac{1}{9}$
- 흰색 + 노란색 = $P_{wy} = \frac{1}{9}$

(단, c_1색 + c_2색으로 표현한 것은 안쪽 비닐커버의 색이 c_1, 바깥쪽 비닐커버의 색이 c_2라는 의미)

따라서 합의 법칙에 의해 전구의 색이 노란색일 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

(참고. 파란색일 확률 역시 $\frac{1}{3}$이다. 흰색일 확률은 $\frac{1}{9}$이고, 초록색일 확률은 $\frac{2}{9}$이다.)

(2) (9점) 전구가 노란색일 때에는 (1)의 풀이와 같은 세 가지 경우 (P_{yy}, P_{yw}, P_{wy}) 중 하나이고, 이 중 바깥쪽 비닐커버를 벗겨내도 여전히 노란색이 되기 위해서는 안쪽 비닐커버가 노란색이 되어야 하므로 노란색+노란색 혹은 노란색+흰색의 경우 (P_{yy}, P_{yw}) 가 된다. 따라서 조건부확률을 계산하면

$$\frac{P_{yy} + P_{yw}}{P_{yy} + P_{yw} + P_{wy}} = \frac{2}{3}$$

이다.

(3) (9점) 전구 A와 전구 B의 상태에 따라 전구 C의 색을 표로 표현하면 다음과 같다.

전구 B \ 전구 A	노란색 + 노란색	노란색 + 흰색	흰색 + 노란색
파란색 + 파란색	초록색	파란색	초록색
파란색 + 흰색	노란색	흰색	노란색
흰색 + 파란색	초록색	파란색	초록색

(전구 A, 전구 B를 나타내는 칸의 색은 바깥쪽 커버를 벗겨냈을 때의 색이고 전구 C를 나타내는 칸의 색은 두 장의 커버를 씌웠을 때 나타나는 색이다.)

전구 C를 나타내는 모든 칸이 나타날 확률은 같으므로 각각 $\frac{1}{9}$이다. 이 중 전구 A, 전구 B, 전구 C의 색이 모두 다른 경우는 6가지 경우가 있으므로 전체 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

(별해) 전구 A, B를 구성하는 방법은 총 9가지의 경우가 있고 모두 확률이 같으므로 경우의 수를 세어서 구할 수 있다. 여기서 A, B, C중 같은 색이 있는 경우의 수를 빼주자. A, B, C가 모두 같은 색인 것은 불가능하다. 셋 중 두 개가 같은 색이 되는 경우들 역시 각각 유일하므로, 총 A, B, C중 같은 색이 있는 경우의 수는 3이다. 따라서 구하고자 확률은 $1-\frac{3}{9}=\frac{2}{3}$이다.

[2-2] (25점)

(1) (12점) <조건>을 만족하기 위해서는 첫 번째 비닐커버의 색은 노란색이어야 하고, k번째 비닐커버를 씌우기 이전에는 노란색, 흰색 비닐커버만 씌워야 한다. 그리고 k번째는 반드시 파란색이 나와야 하고, 그 이후에는 어떤 것이 나와도 상관없다. 따라서 <조건>을 만족하는 경우의 수는 $E_k = 2^{k-2}\times 3^{10-k}$ 이다.

$a=\log_{10}2$, $b=\log_{10}3$이라 두자. 한편 $\log_{10}E_k=(k-2)a+(10-k)b$ 이므로

$$\begin{aligned}\sum_{k=2}^{10}\log_{10}E_k &= a\sum_{k=2}^{10}(k-2)+b\sum_{k=2}^{10}(10-k)\\ &= a(0+1+\cdots+7+8)+b(8+7+\cdots+1+0)\\ &= (a+b)\frac{8\times 9}{2}\end{aligned}$$

이다. 한편 $c=a+b$이므로 원하는 답은 $36c$ 이다.

(2) (13점) 먼저, $F_0=F_1=0$임을 확인하자.

$k\geq 2$일 때 F_k를 구하기 위해 먼저 색이 변하는 k개의 전구를 고른다 (${}_nC_k$ 가지의 경우).

먼저, 전구에 k번째 비닐커버를 씌우면서 노란색에서 초록색으로 변한다고 가정하자.

처음 $k-1$ 번째 비닐커버를 겹쳐 씌울 동안 노란색 비닐커버가 반드시 한 번은 나오도록 비닐커버를 씌우는 경우의 수는 노란색과 흰색 비닐커버를 임의로 $k-1$개 고르는 경우의 수에서 흰색 비닐커버만 씌우는 경우를 제외하면 된다($2^{k-1}-1$). k번째 비닐커버는 반드시 파란색이어야 하며, 나머지 $n-k$ 개의 비닐커버의 경우는 제약이 없으므로 가능한 경우의 수는 3^{n-k}이다. 따라서 곱의 법칙의 의하여, 가능한 경우의 수는 ${}_nC_k\times(2^{k-1}-1)\times 3^{n-k}$이다,

전구에 k번째 비닐커버를 씌우면서 파란색에서 초록색으로 변하는 경우 역시 같은 방법으로 계산할 수 있으므로, $F_0=F_1=0$, $F_k={}_nC_k\times(2^{k-1}-1)\times 3^{n-k}\times 2$ (단, $k\geq 2$) 이다.

따라서 이항정리에 의해

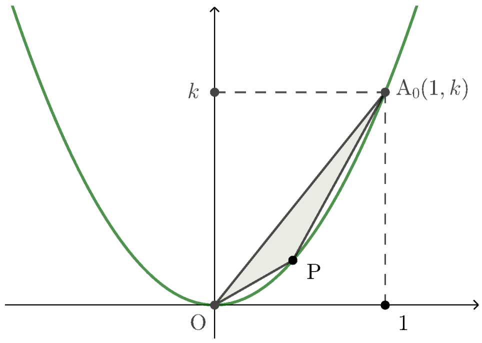
$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n}F_k &= \left(\sum_{k=2}^{n}{}_nC_k2^k3^{n-k}-2\sum_{k=2}^{n}{}_nC_k3^{n-k}\right)=\left(\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k2^k3^{n-k}-2\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k3^{n-k}\right)+3^n\\ &= (2+3)^n-2(1+3)^n+3^n=5^n+3^n-2^{2n+1}\end{aligned}$$

이다.

2021학년도 자연계열 모의논술(의학과) 문제

[문항 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) [그림1]과 같이 이차함수의 그래프 $y=kx^2$ ($k>0$인 실수)와 점 $\mathrm{A}_0(1,k)$가 있다. 또한 곡선 $y=kx^2$을 따라 원점 $\mathrm{O}(0,0)$과 점 A_0 사이를 움직이는 점 P가 있다.



[그림1]

점 P가 원점 O와 점 A_0 사이를 움직이면서 $\triangle \mathrm{OA}_0\mathrm{P}$의 넓이가 최대가 될 때 점 P의 위치를 A_1이라고 하고, 그때의 $\triangle \mathrm{OA}_0\mathrm{A}_1$의 넓이를 s_1이라 하자. 이런 방법으로 음이 아닌 정수 n에 대하여, 원점 O에서 점 A_n까지 곡선 $y=kx^2$을 따라 점 P가 움직일 때, $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}$의 넓이가 최대가 되는 점 P의 위치를 점 A_{n+1}이라 하고 이때의 $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{A}_{n+1}$의 넓이를 s_{n+1}이라 하자.

점 A_n을 x축에 내린 수선의 발을 점 B_n이라 하면, $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}$의 넓이는 $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이에서 $\triangle \mathrm{OB}_n\mathrm{P}$의 넓이와 $\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다.

(나) 미분가능한 함수 $y=f(x)$와 점 $\mathrm{A}(1,f(1))$이 있다. 아래의 <조건>을 만족하는 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 P가 존재하는지 판단하고자 한다.

<조 건>

(1) $\mathrm{P}\neq\mathrm{A}$이다.
(2) 점 P에서 $y=f(x)$에 대한 접선의 기울기는 선분 $\overline{\mathrm{AP}}$를 포함하는 직선의 기울기에 -1을 곱한 것과 같다.

위의 <조건>을 만족하는 점 $\mathrm{P}(x,y)$가 존재한다고 가정하자. 그러면 점 P에서 $y=f(x)$에 대한 접선의 기울기는 $f'(x)$이고 선분 $\overline{\mathrm{AP}}$의 기울기는 $\dfrac{f(1)-f(x)}{1-x}$ (단, $x\neq 1$)이므로, $f'(x)=-\dfrac{f(1)-f(x)}{1-x}$가 된다. 따라서 <조건>을 만족하는 점 P가 존재하는 것과 x에 대한 방정식 $(1-x)f'(x)=f(x)-f(1)$ 의 $x\neq 1$인 실근이 존재하는 것은 동치이다.

[문제 1-1] (20점) 제시문 (가)를 읽고 다음의 물음에 답하여라.

(1) 점 A_1의 x좌표를 구하여라.

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} s_n$의 값을 k에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 점 P와 y축 대칭인 점을 P'라 하고 $\triangle \mathrm{A}_0\mathrm{PP}'$의 넓이가 최대일 때 점 P의 x좌표를 p라 하자. $\int_0^p x(\sin \pi x^2 - \cos \pi x^2)\, dx$의 값을 구하여라.

[문제 1-2] (30점) 제시문 (나)를 읽고 다음의 물음에 답하여라,

(1) $f(x) = nx^2$ (n은 양의 정수)일 때 <조건>을 만족하는 점 P에 대하여, $\triangle \mathrm{OAP}$의 넓이를 t_n라 하자. $\lim_{n\to\infty}(t_n+1)^{\frac{1}{n}}$의 값을 구하여라.

(2) $f(x) = xe^x$일 때 <조건>을 만족하는 점 P가 존재하지 않음을 증명하여라.

(3) $f(x) = kx^2 + kx$ ($k \neq 0$인 실수)일 때, <조건>을 만족하는 점 P가 존재하도록 하는 k 값의 범위를 구하여라.

[문제 2-1] (10점) 특정 유전자가 두 개의 대립유전자인 A와 a를 가지며, 1 세대에서 A 대립유전자의 빈도는 p 그리고 a 대립유전자의 빈도를 q 라고 가정한다 ($p + q = 1$). 이 유전자를 가진 집단이 하디-바인베르크의 평형을 이룬다고 가정할 때, 2 세대에서의 A 대립유전자와 a 대립유전자의 빈도를 계산하고 과정을 설명하시오.

[문제 2-2] (10점) 실제하는 자연계에서는 특정 유전자에 대해 하디-바인베르크의 평형을 이루는 집단은 거의 없다고 알려져 있다. 그렇다면 하디-바인베르크 평형을 이루기 위한 집단의 조건을 설명하시오.

[문제 2-3] (10점) 한 집단에서 유전자풀의 변화를 초래하는 요인을 나열하고 간략히 설명하시오.

[문제 2-4 ~ 문제 2-5] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오.

> 19세기 전체에 걸처 북방코끼리물범은 사냥꾼들의 주요 포획 대상이었다. 이 물범의 지방은 기름의 좋은 원료였는데, 한 마리의 다자란 숫컷 북방코끼리물범으로부터 많게는 25 갤런의 기름을 얻을 수 있었기 때문이다. 기름을 목적으로 한 지속적인 북방코끼리물범의 포획은 1880년대 말에 이르러 사실상 북방코끼리물범의 멸종을 초래하게 된다. 약 40년이 지난 후 멕시코 정부가 과달루프 섬을 생물학적 보호지 (즉, 해상생물 보호구역)로 지정한 뒤에야 비로소 북방코끼리물범은 회생의 기회를 얻게 된다. 이 당시에 과달루프 섬과 그 주변 지역에 100마리도 안되었던 북방코끼리물범은 이후에 급격히 마릿수가 증가하여 개체수로 따지면 숫자나 번식 지역 모두에서 완전히 회복되기에 이르렀다. 북방코끼리물범의 마릿수는 매년 6%씩 증가하여 2000년 현재 127,000 마리에 이르고 있다.

[문제 2-4] (10점) 북방코끼리물범 집단이 경험한 유전자풀의 변화 현상을 설명하시오.

[문제 2-5] (10점) 무분별한 포획이전으로 개체수를 회복한 북방코끼리물범 집단의 예상되는 문제점을 설명하시오.

2021학년도 자연계열 모의논술(의학과) 풀이

[1-1] (20점)

(1) (4점) 점 $\triangle \mathrm{OA_0P}$의 넓이는 $\triangle \mathrm{OA_0B_0}$의 넓이에서 $\triangle \mathrm{OB_0P}$의 넓이와 $\triangle \mathrm{A_0B_0P}$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있으므로, 아래의 식이 성립한다. 점 P의 좌표를 (x, kx^2)이라 두면,

$\triangle \mathrm{OA_0B_0}$의 넓이는 $\dfrac{k}{2}$, $\triangle \mathrm{OB_0P}$의 넓이는 $\dfrac{kx^2}{2}$, $\triangle \mathrm{A_0B_0P}$의 넓이는 $\dfrac{(1-x)k}{2}$이므로, 다음이 성립한다.

$$2\times(\triangle \mathrm{OA_0P}\text{의 넓이}) = k-(kx^2+(1-x)k) = kx-kx^2 = -k\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{k}{4}.$$

따라서 $x=\dfrac{1}{2}$일 때 $\triangle \mathrm{OA_0P}$의 넓이는 최대이므로 $\mathrm{A_1}$의 x좌표는 $\dfrac{1}{2}$이다.

(2) (8점) $\triangle \mathrm{OA_nP}$의 넓이는$\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이에서 $\triangle \mathrm{OB}_n\mathrm{P}$의 넓이와 $\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다. 점 A_n의 x좌표를 x_n라 두고, 점 P의 좌표를 (x, kx^2)라 두면,

$\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이는 $\dfrac{kx_n^3}{2}$, $\triangle \mathrm{OB}_n\mathrm{P}$의 넓이는 $\dfrac{kx^2x_n}{2}$, $\triangle \mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{P}$의 넓이는 $\dfrac{(x_n-x)kx_n^2}{2}$이므로, 다음이 성립한다.

$$2\times(\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}\text{의 넓이}) = kx_n^3-(kx^2x_n+(x_n-x)kx_n^2) = kx_n^2x-kx_nx^2 = -kx_n\left(x-\frac{x_n}{2}\right)^2+\frac{kx_n^3}{4}$$

가 성립한다. 즉 $x=\dfrac{x_n}{2}$일 때, $\triangle \mathrm{OA}_n\mathrm{P}$의 넓이가 최대이다.

따라서 $x_{n+1}=\dfrac{x_n}{2}$이며, $s_{n+1}=\dfrac{kx_n^3}{8}$이다.

수열 $\{x_n\}$은 초항이 $\dfrac{1}{2}$이고 공비가 $\dfrac{1}{2}$인 등비수열 $x_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$이다.

$x_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$로부터, $s_{n+1}=\dfrac{k}{8}\left(\dfrac{1}{2}\right)^{3n}=k\left(\dfrac{1}{8}\right)^{n+1}$가 된다.

$s_1=\dfrac{k}{8}$이므로, 수열 $\{s_n\}$도 등비수열이 되어, 등비급수는 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}s_n=\frac{\frac{k}{8}}{1-\frac{1}{8}}=\frac{k}{7}$이다.

(3) (8점) 점 P의 좌표를 (x, y)라 할 때, $\triangle \mathrm{A_0P'P}$의 높이는 $k-y$ 밑변의 길이는 $2x$이므로, $\triangle \mathrm{A_0PP'}$의 넓이는 $x(k-y)=kx-kx^3$이다.

이제 $0 \le x \le 1$일 때, $f(x)=kx-kx^3$가 최대가 되도록 하는 x의 값을 구하면 된다.

$f'(x)=k-3kx^2=k(1-3x^2)$ 이므로 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$에서 $f(x)$가 최댓값을 가진다.

따라서 $p=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이고 $p^2=\dfrac{1}{3}$이다. 주어진 정적분을 계산하면,

$\displaystyle\int_0^p x(\sin\pi x^2-\cos\pi x^2)\,dx = -\frac{1}{2\pi}\left[(\cos\pi x^2+\sin\pi x^2)\right]_0^p = -\frac{1}{2\pi}\left(\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{2\pi}=\frac{1-\sqrt{3}}{4\pi}$ 이다.

[1-2] (30점)

(1) (8점) $f(x)=nx^2$ (n은 양의 정수)일 때 $f(1)=n$이고 $f'(x)=2nx$ 이므로, 제시문 (나)의 식은 $(1-x)2nx=nx^2-n$이다. 이를 정리하면, $3nx^2-2nx-n=0$ 이다. 인수분해하면, $n(3x+1)(x-1)=0$이다. 이는 1이 아닌 실근 $x=-\dfrac{1}{3}$을 가진다. 따라서 점 P는 $\left(-\dfrac{1}{3}, \dfrac{n}{9}\right)$으로 결정이 된다.

점 A와 점 P를 x축에 내린 수선의 발을 각각 B, Q라고 하면, △OAP의 넓이는 사다리꼴 ABQP의 넓이에서 △OAB의 넓이와 △OPQ의 넓이의 합을 빼서 구할 수 있다.

□ABQP의 넓이는 $\left(n+\dfrac{n}{9}\right)\cdot\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{20n}{27}$, △OAB의 넓이는 $\dfrac{n}{2}$ △OPQ의 넓이는 $\dfrac{n}{54}$ 이므로,

△AOP의 넓이는 $t_n=\dfrac{n(40-27-1)}{54}=\dfrac{2n}{9}$이다. 극한의 대소 관계에 의해

$$0\le \lim_{n\to\infty}\ln\left(t_n+1\right)^{\frac{1}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\ln\left(\frac{2n}{9}+1\right)}{n}\le\lim_{n\to\infty}\frac{\ln n}{n}=0$$

이 되어 $\lim_{n\to\infty}\ln\left(t_n+1\right)^{\frac{1}{n}}=0$이다. 따라서 $\lim_{n\to\infty}\left(t_n+1\right)^{\frac{1}{n}}=1$이다.

(2) (12점) $f(1)=e$이고 $f'(x)=(x+1)e^x$이다. 제시문 (나)의 식은 $(1-x)(x+1)e^x=xe^x-e$ 이다. 즉, x에 대한 방정식 $(x^2+x-1)e^x-e=0$의 $x\neq 1$인 실근이 존재하지 않음을 보이면 충분하다.

편의상 $g(x)=(x^2+x-1)e^x-e$ 라 두자. $g(1)=0$이므로 $x=1$은 방정식 $g(x)=0$의 근이다. $g'(x)=(x^2+3x)e^x=x(x+3)e^x$이므로 $g(x)$의 증가와 감소는 아래의 표와 같다.

x	$\cdots$	-3	$\cdots$	0	$\cdots$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$\nearrow$	$\dfrac{5}{e^3}-e$	$\searrow$	$-e-1$	$\nearrow$

위의 표에서 $y=g(x)$는 연속함수이고, $e>2$를 이용하면 극댓값 $g(-3)<0$, 극솟값 $g(0)<0$, $g(1)=0$, $g(2)=5e^2-e>0$ 이므로 $g(x)=0$은 $x=1$ 이외의 근을 가질 수 없다. 따라서 <조건>을 만족하는 점 P는 존재하지 않는다.

(3) (10점) 제시문 (나)를 통해, <조건>을 만족하는 $P(x,y)$의 존재는 방정식 $(1-x)f'(x)=f(x)-f(1)$을 만족하는 1이 아닌 실근의 존재 여부와 같음을 알 수 있다. $f'(x)=2kx+k=k(2x+1)$ 이고 $f(x)-f(1)=kx^2+kx-2k=k(x+2)(x-1)$이므로

x에 대한 방정식 $(1-x)k(2x+1)=k(x+2)(x-1)$의 1이 아닌 실근의 존재 여부를 판단하면된다. 이 방정식을 정리하면, $k(2x+1)=-k(x+2)$가 되어 $3kx=-3k$이다. 이 방정식을 만족하는 1이 아닌 실근 $x=-1$가 항상 존재한다. 즉, 0이 아닌 모든 실수 k에 대해 방정식을 만족하는 1이 아닌 실근이 존재한다.

[문제 2-1] (10점) 특정 유전자가 두 개의 대립유전자인 A와 a를 가지며, 1 세대에서 A 대립유전자의 빈도는 p 그리고 a 대립유전자의 빈도를 q 라고 가정한다 (p + q = 1). 이 유전자를 가진 집단이 하디-바인베르크의 평형을 이룬다고 가정할 때, 2 세대에서의 A 대립유전자와 a 대립유전자의 빈도를 계산하고 과정을 설명하시오.

[정답]

2세대에서의 모든 유전자형의 빈도: $p^2 + 2pq + q^2 = 1$

	A	a
A	p^2	pq
a	qp	q^2

$$\frac{2p^2 + 2pq}{2(p^2 + 2pq + q^2)} = \frac{2p(p+q)}{2} = p$$

그러므로 2 세대에서의 A 대립유전자의 빈도는 p이고 마찬가지로 a 대립유전자의 빈도는 q이다.

[채점준거]

1. 2세대에서의 대립 유전자 빈도 p와 q를 바르게 기술한 경우는 5점
2. 계산식을 모두 또는 일부만을 기입한 경우: 5점

[문제 2-2] (10점) 실제하는 자연계에서는 특정 유전자에 대해 하디-바인베르크의 평형을 이루는 집단은 거의 없다고 알려져 있다. 그렇다면 하디-바인베르크 평형을 이루기 위한 집단의 조건을 설명하시오.

[정답]

1. 무작위 교배가 이루어져야 한다.
2. 집단이 매우 커야 한다.
3. 돌연변이나 이주가 없다.
4. 자연선택이 작용하지 않는다.
5. 집단 간의 유전자흐름이 없다.

[채점준거]

정답 1개당 2점

[문제 2-3] (10점) 한 집단에서 유전자풀의 변화를 초래하는 요인을 나열하고 간략히 설명하시오.

[정답]

1. 돌연변이: DNA의 염기서열에 변화가 생겨 새로운 대립유전자가 나타나는 현상
2. 유전적 부동: 한 집단의 한세대에서 다음 세대로 무작위로 전달되는 대립유전자의 빈도가 변화하는 현상. 개체수가 작은 집단에서 더 강하게 나타나는 경향이 있음.
3. 자연선택: 특정형질을 가진 개체가 다른 개체보다 생존과 번식에 유리하여 더 많은 대립유전자를 다음 세대에 남기는 현상
4. 유전자 흐름: 분리된 두 집단 사이에서 개제의 이주나 배우자의 이동이 일어나 유전자풀이 섞이는 현상

[채점준거]

1. 정답 하나당 2.5점을 배정
2. 정답에서 요인만을 쓰고 적합한 설명이 없거나 설명이 틀린 경우는 1.5점
3. 정답에서 설명만 맞게 쓴 경우는 1점

[문제 2-4] (10점) 북방코끼리물범 집단이 경험한 유전자풀의 변화 현상을 설명하시오.

[정답]

병목 효과: 유전자부동의 예로써 집단의 개체수가 극단적으로 줄어들었을 때 발생함. 즉 지진, 홍수, 화재 등의 자연재해로 무작위로 선택된 소수의 집단만이 생존한 경우에 발생함. 대립유전자 빈도가 사고 이전의 세대에 비해 급격히 변하여 완전히 소실될 수 있음

[채점준거]

1. 병목효과와 유전자부동이 들어간 경우는 5점
2. 바른 설명을 기술한 경우는 추가 5점

[문제 2-5] (10점) 무분별한 포획이전으로 개체수를 회복한 북방코끼리물범 집단의 예상되는 문제점을 설명하시오.

[정답]

급격한 개체 감소는 유전적 다양성의 급격한 감소를 초래하고 한정된 대립유전자만이 집단 내에 존재함으로써

1. 유해한 돌연변이에 취약하고
2. 질병에 대한 면역이 부족하고
3. 선천성 기형이 나올 확률이 높으며
4. 자연 서식지에서 생존 능력이 감소한다.

[채점준거]

1. 유전자 다양성의 감소 2점
2. 예상되는 문제점을 기술: 각 항목당 2점

2021학년도 인문계열 모의논술 문제

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

인간의 본성에서 반드시 충족시켜야 하는 부분은 생리적 욕구만이 아니다. 그에 못지않게 강력한 또 다른 부분도 있는데, 육체적 과정이 아니라 인간의 생활양식과 습관의 본질 그 자체에 뿌리를 두고 있는 이 부분은 바로 외부 세계와 관계를 맺고자 하는 욕구, 고독을 피하려는 욕구다. 육체적 굶주림이 죽음으로 이어지듯, 완전히 혼자 고립되어 있다는 느낌은 정신적 분열을 초래한다. 이렇게 타인과 관계를 맺는 것은 신체적인 접촉과는 다르다. 개인은 육체적 의미에서는 오랫동안 혼자 지내면서도 어떤 견해나 가치관, 또는 적어도 남과 교감한다는 느낌과 '소속감'을 줄 수 있는 사회 활동에 관여할 수 있다. 반면에 사람들과 어울려 살면서도 완전한 고독감에 사로잡힐 수 있고, 이 고독감이 일정한 한계를 넘으면 정신분열증을 비롯한 정신이상을 초래할 수 있다. 가치관, 상징, 행동 양식과의 이런 관계 결핍을 정신적 고독이라고 부를 수 있고, 정신적 고독은 육체적 고독만큼 참기 어렵다고 말할 수 있다. 아니, 그렇다기보다 육체적 고독은 정신적 고독과 함께 의미하는 경우에만 견딜 수 없어진다고 말할 수 있다. 외부 세계와의 정신적 관계는 다양한 형태를 띨 수 있다. 수도원의 독방에서 신을 믿는 수도사와 독방에 갇혀 있으면서도 동지들과 일체감을 느끼는 정치범은 정신적으로 혼자가 아니다. 지극히 이국적인 환경에서도 야회복을 입고 있는 영국 신사, 동포들과 완전히 격리되어 있는데도 조국이나 그 상징과 일체감을 느끼는 소시민도 정신적으로는 혼자가 아니다. 외부 세계와의 관계는 고귀할 수도 있고 하찮을 수도 있지만, 아무리 천박한 행동 양식과 관계를 맺더라도 혼자인 것보다는 훨씬 낫다. 종교와 민족주의는 어떤 관습이나 믿음 못지않게 터무니없고 수치스럽지만, 개인을 타인과 연결해주기만 한다면 인간이 가장 두려워하는 고독에서 벗어날 수 있는 도피처가 될 수 있다.

— 에리히 프롬, 《자유로부터의 도피》

(나)

명절날 나는 엄매 아배 따라 우리 집 개는 나를 따라 진할머니 진할아버지가 있는 큰집으로 가면

얼굴에 별 자국이 솜솜 난 말수와 같이 눈도 껌벅거리는 하루에 베 한 필을 짠다는 벌 하나 건넛집엔 복숭아나무가 많은 신리(新里) 고무 고무의 딸 이녀(李女) 작은 이녀(李女)

열여섯에 사십(四十)이 넘은 홀아비의 후처가 된 포족족하니 성이 잘 나는 살빛이 매감탕 같은 입술과 젖꼭지는 더 까만 애수잿이 마을 가까이 사는 토산(土山) 고무 고무의 딸 승녀(承女) 아들 승(承)동이

육십 리(六十里)라고 해서 파랗게 뵈이는 산을 넘어 있다는 해변에서 과부가 된 코끝이 빨간 언제나 흰옷이 정하던 말끝에 설게 눈물을 짤 때가 많은 큰골 고무 고무의 딸 홍녀(洪女) 아들 홍(洪)동이 작은 홍(洪)동이

배나무 접을 잘하는 주정을 하면 토방돌을 뽑는 오리치를 잘 놓는 먼 섬에 반디젓 담그려 가기를 좋아하는 삼춘 참춘 엄매 사춘 누이 사춘 동생들이 그득히들 할머니 할아버지가 있는 안간에들 모여서 방 안에서는 새 옷의 내음새가 나고

또 인절미 송구떡 콩가루차떡의 내음새도 나고 끼때의 두부와 콩나물과 뽂운 잔디와 고사리와 도야지비계는 모두 선득선득하니 찬 것들이다

저녁술을 놓은 아이들은 외양간 섶 밭마당에 달린 배나무 동산에서 쥐잡기를 하고 숨굴막질을 하고 꼬리잡이를 하고 가마 타고 시집가는 놀음 말 타고 장가가는 놀음을 하고 이렇게 밤이 어둡도록 북적하니 논다

밤이 깊어 가는 집 안엔 엄매는 엄매들끼리 아르간에서들 웃고 이야기하고 아이들은 아이들끼리 웃간 한 방을 잡고 조아질하고 쌈방이 굴리고 바리깨돌림하고 호박떼기하고 제비손이구손이하고 이렇게 화디의 사기방등에 심지를 몇 번이나 돋구고 홍게닭이 몇 번이나 울어서 졸음이 오면 아릇목싸움 자리싸움을 하며 흐드득거리다 잠이 든다 그래서는 문창에 텅납새의 그림자가 치는 아침 시누이 동세들이 욱적하니 흥성거리를 부엌으론 샛문 틈으로 장지문 틈으로 무이징게국을 끓이는 맛있는 내음새가 올라오도록 잔다

― 백석, 〈여우난골족〉

(다)

개발독재와 경제성장으로 이어진 혁명적인(?) 땅값의 시기에 부모님들, 삼촌과 이모, 가깝게는 사촌 오빠와 언니 세대들 일부가 '절대 지지 않는' 재테크 수단으로서 부동산을 통해 재산을 불리는 사이 우리에게 남겨진 살 곳들은 어디에 있을까.

우리가 갈 수 있는 곳들은 다음과 같다. 반지하방, 옥탑방, 고시원, 하숙집, 원룸…. 만일 학생이라면 기숙사, 직장인이라면 사택을 제공받는 경우도 있을 테고, 매우 성공적인 경우에는 어느 정도 모아 둔 목돈에 대출을 받아서 집을 장만할 수도 있겠다. 그러나 기본적으로 우리가 갈 수 있는 곳은 반지하방에서 원룸의 범위를 크게 벗어나지 않는다. 온전한 '집'이 아니라 '방'으로 여겨지는 곳들. 오로지 하나의 방 혹은 방들로 이루어진 곳들에서 우리는 삶을 유지해야 한다. 혹자는 다음과 같이 물을 수도 있을 것이다. 그래도 반지하방과 원룸을 하나의 범주에 넣는 것은 너무 지나친 것 아닐까. 장대비가 쏟아지면 이따금 가구가 물에 잠기는 반지하방과 서울 어느 지역에서는 전셋값만 해도 1억 원이 넘는 원룸을 하나의 분류에 집어넣는 것은 그다지 수긍하기 힘들지도 모른다. 하지만 소유를 하는 '집'이 아니고, 대체로 잠시 머무르며, 대부분의 경우 그 안에서 혼자 생활한다는 점을 감안하면, 반지하방, 옥탑방, 고시원, 하숙집, 원룸을 한 범주에 넣는 것을 무리라고만을 할 수 없다.

(중략)

결국 어느 정도 경제적 여력이 되는 경우에는 보증금을 주고 월세를 내는 원룸(혹은 오피스텔)으로 가고, 보증금을 얼마나 갖고 있느냐에 따라 원룸보다 더 낮은 단계의 옥탑방이나 반지하방, 지하방에 살기도 한다. 보증금을 마련하기 어려운 경우엔 점차 기업형으로 변해 가고 있는 하숙집 또는 쪽방과 비슷하게 취급되는 고시원(여학생 전용, 외국인 유학생 전용 고시원 등

으로 점점 세분화되는 한편 여전히 값만 비싼 쪽방과 다를 바 없는 곳들 또한 동시에 존재하는) 으로 가기도 한다. 이런 방들 사이에서 20대들은 끊임없이 쳇바퀴를 돌게 된다.

'방살이'의 쳇바퀴는 어떤 식으로 돌아가는가. 먼저 경제적으로 자립을 선언한 20대가 대학교를 다니면서 아르바이트를 하나 정도 하는 경우를 생각해 보자. 한 달 수입이 60만 원가량이라고 쳤을 때 이 돈으로 주거비 지출을 포함한 생계를 유지해야 한다면 들어갈 수 있는 곳은 보증금 없는 고시원이나 하숙집밖에 없다. 이 경우 아마도 그 혹은 그녀는 한 달 수입의 절반가량을 주거비로 내야 할 것이다. 남는 돈으로는 생활비와 학비를 내고 말이다. 그런데 때마침 등록금이 1천만 원 시대를 맞이하고 있으므로, 결국 이 안타까운 20대는 학자금 대출을 신청할 것이며, 직업을 갖기 전까지는 고시원을 맴돌 수밖에 없다.

이번에는 회사에 취직한 20대 후반이 있다고 가정해 보자. 이 사람의 연봉은 2천만 원 정도다. 이 사람이 보증금 1천만 원에 월세 40만 원짜리 서울 시내에 있는 원룸(2009년 9월 현재 더 올랐지만)을 얻었다고 치자. 이 경우 일단 매달 40만 원씩, 1년에 500만 원가량이 월세로 나간다. 여기에 부모님한테 꾼 1천만 원을 돌려 드리면, 한 해 동안 남는 돈은 약 500만 원. 이 돈으로 먹고살아야 한다는 말인데, 사실상 500만 원으로 일 년을 버티긴 힘들다. 그러므로 이 사람은 아마도 부모님한테 돌려드릴 돈을 계속 미룰 가능성이 높다. 물론 보증금과 월세를 내는 원룸이나 오피스텔을 벗어나 전세로 가는 데도 오랜 시간이 걸릴 테고 말이다. 그런데도 이 사람은 운이 좋은 편이다. 부모에게서 1천만 원이라는 목돈이라도 지원받을 수 있었으니까.

(중략)

방살이, 즉 방에서 혼자 사는 삶. 쳇바퀴를 도는 것 같은 이 생활이 마냥 부정적인 것만은 아니다. 종종 이런저런 핑계로 얼마든지 캥거루족이 될 수 있는데도 굳이 나와서 혼자 사는 사람들도 있는 것이 사실이다. 많은 사람들에게는 불가피한 선택이지만, 또 어떤 이들에게 방살이는 나름대로 억눌린 답답한 생활에서 벗어나 주체적으로 생활할 수 있는 기회를 주기도 한다. 실제로는 일부 기성세대의 자산 증식에 큰 기여를 한 땅값과 집값만큼이나, 우리의 방살이 또한 어떤 면에서는 '혁명적'이다. 분명 우리는 우리의 부모들과는 다른 감수성으로 방에서 산다. 부정적인 의미로 보면, 우리가 사는 방들은 고립된 섬이다. 며칠간 계속 회사에 나오지 않는 직장 동료의 원룸을 찾아갔더니 혼자 목숨을 끊은 채 방치되어 있었다거나, 고시원에서 홀로 살던 이가 자기가 살던 고시원에 불을 질러 다른 이들의 목숨을 앗은 사건, 사고들이 이를 방증한다.

그러나 이러한 고립은 '자유'를 뜻하기도 한다. 집에 들어가도 들어간 것 같지 않은 기분이 드는 억압적 환경에서 벗어난 자유, 혼자 있을 수 있는 자유, 성인으로서 자신을 책임진다는 것에 대한 자유…. 동시에 섬에 고립된 수많은 원룸과 반지하방과 고시원과 하숙집의 세입자들. 방살이에는 이렇게 너무나도 다른 극단적인 양면이 있다. 그리고 이 둘 사이 어딘가에서 헤매고 있는 사람이 꽤나 많을 것이다. 매달 월세를 부담스러워하고 걱정하면서 그럭저럭 생활을 이어나가는 사람들 말이다.

— 우석훈, 《혁명은 이렇게 조용히》

[문제1-1] (가)의 관점을 적용하여 (나)의 '나'와 (다)의 '우리'가 처한 상황을 비교하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제1-2] (가) 또는 (나)를 참고하여 (다)의 '방살이'가 지닌 문제점을 분석하고, 그것을 극복하는 방법을 서술하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

미국 버클리 소재 캘리포니아 주립대학교(University of California, Berkeley)는 1973년 가을학기 대학원 선발과정에서 여학생을 차별했다는 취지의 소송을 당하였다. 소송을 제기한 집단은 자신의 주장을 뒷받침하기 위해 <표 1>의 지원자 전체의 합격률 자료를 제시하였다.

<표 1> 캘리포니아 주립대학교 대학원 지원자 집합자료

남학생		여학생	
전체 지원자 수	합격률	전체 지원자 수	합격률
8442	44%	4321	35%

그러나 캘리포니아 주립대학교는 대학원이 여성 차별적인 선발을 했다는 주장을 반박하기 위해 <표 2>의 학과 별 합격률 자료를 제시하였다.

<표 2> 캘리포니아 주립대학교 대학원 지원자 학과 별 세부자료

	남학생		여학생	
	지원자 수	합격률	지원자 수	합격률
A	825	62%	108	82%
B	560	63%	25	68%
C	325	37%	593	34%
D	417	33%	375	35%
E	191	28%	393	24%
F	373	6%	341	7%
전체	8442	44%	4321	35%

(나)

신장결석 치료방법은 개복수술법(open surgery)과 피부를 통한 신석절제술(percutaneous nephrolithotomy)이 있다. 신석절제술이 더 효과적이라고 주장하는 의사들은 자신의 주장을 뒷받침하기 위해 개복수술법 또는 신석절제술을 받은 환자 전체의 치료성공률에 대한 <표 3>의 자료를 제시하였다.

<표 3> 신장 결석 환자 집합자료

	개복수술법		신석절제술	
	환자 수	성공률	환자 수	성공률
전체	350	78%	350	83%

그러나 이러한 주장에 반대하는 의사들은 자신의 반대입장을 뒷받침하기 위해 환자 증세에 따른 각 치료법의 효과를 보여주는 <표 4>의 자료를 제시하였다.

<표 4> 환자의 증세에 따른 세부자료

	개복수술법		신석절제술	
	환자 수	성공률	환자 수	성공률
경증 환자 (작은 결석)	87	93%	270	87%
중증 환자 (큰 결석)	263	73%	80	69%
전체	350	78%	350	83%

[문제 2-1]

(가)에서 캘리포니아 주립대학이 여성차별적인 선발을 했다는 주장의 타당성을 평가하고, 평가의 근거를 뒷받침하는 **관찰결과**를 제시하시오. (나)에서 신석절제술이 더 효과적이라는 주장의 타당성을 평가하고, 평가의 근거를 뒷받침하는 **관찰결과**를 제시하시오. (가) 사례와 (나) 사례의 공통점은 무엇인가를 기술하고, 두 사례가 자료해석에 어떠한 점을 유의해야 하는가에 대해 말하는지를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점)**.

[문제 2-2]

(가)에서 전체 학생들의 집합자료가 보여주는 바가 각 학과의 세부자료가 보여주는 바와 다른 **이유**를 설명하시오. (나)에서 전체 환자들의 집합자료가 보여주는 바가 환자의 증세에 따른 세부자료가 보여주는 바와 다른 **이유**를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 **(25점)**.

2021학년도 인문계열 모의논술 풀이

[문제 1]

1. 채점 시 유의 사항

■ 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
■ 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

[문제 1-1] (나)에서 '나'는 명절날 모인 친척들과 어울려 지내면서 가족 공동체에 대한 강한 소속감을 느끼고 있다. 흩어져 있던 가족 구성원들이 명절을 즐기기 위하여 함께 모인 합일의 공간에는 맛있는 음식 냄새와 새 옷 냄새가 풍기고, 어른들의 웃고 이야기하는 소리, 아이들끼리 놀고 다투는 소리로 가득하다. 이러한 냄새와 소리는 따뜻한 인간적인 정과 기쁨을 표현한다.
반면 (다)에서 '우리'는 마치 고립된 섬과 같은 방에서 혼자 살아가면서 공동체에 소속감을 상실한 채 고독감을 느끼고 있다. 우리는 높은 집값과 부족한 경제적 여력 때문에 온전한 집이 아닌 방으로 여겨지는 주거 공간에서 살아가는 '방살이'에 내몰린다. 이는 성인으로서 자신의 삶에 책임을 지고 자유로운 생활을 누린다는 장점도 있지만, 혼자서 지내는 상황의 특성상 외부 세계와의 정신적 고립으로 인해 견딜 수 없는 고독감에 시달리기도 한다. (445자)

[문제 1-2] (가)에 따르면 인간에게는 생리적 기본 욕구 못지않게 외부 세계와 관계를 맺고자 하는 욕구, 즉 고독을 피하려는 욕구가 중요하다. 그런데 경제적인 여건 때문에 좁은 방에서 남들과 고립된 채 지내는 '방살이'를 지속하다 보면 타인과 교감한다는 느낌이나 공동체에 대한 소속감을 느끼지 못하게 되고 이것이 심해지면 정신적 고독으로 이어질 수도 있다.
방살이에서 늘어가는 고독감을 줄이기 위해서는 자발적으로 다른 사람들과 연대하는 일을 의식적으로 추구할 필요가 있다. 가령 같은 원룸 건물에 사는 사람들과 서로 얼굴을 익히고 인사를 한다거나, 무언가를 공유할 수 있는 작은 모임을 조직해서 사람들끼리 접촉하는 기회를 늘리는 일들이 그런 연대의 출발점이 될 수 있을 것이다. SNS를 활용하여 같은 건물이나 동네에 사는 사람들과 연락을 주고받으며 각자 살아가는 소소한 일상을 공유하는 일도 고독을 극복하는 한 가지 방법이 될 수 있다. (462자)

3. 세부 지침

1 내용면 --------------------------------------- 문제1-1, 1-2 각 20점, 총40점

[1-1] 공동체에 대한 소속감을 중심으로 (나)와 (다)를 적절히 비교한 경우 --------- 20점
① 비교의 기준으로 공동체의 소속감 여부가 설정되었는가? (10점)
(가)에서 '나'가 소속감을 느끼고 있음을 서술하였으면 5점
(나)에서 '우리'가 소속감을 상실했다거나 고독감을 느낀다고 서술하였으면 5점
② 제시문에 나온 (나)와 (다) 각각의 특성을 적절히 정리하였는가?(10점)
(가)에서 타인(친척)과 어울리며 지내는 특성이 서술되었으면 5점
(나)에서 타인과 어울리지 못한 채 고립되어 지내는 특성이 서술되었으면 5점

[1-2] (가)나 (나)를 바탕으로 (다)의 '방살이'가 지닌 문제점을 분석하고, 그것을 극복하는 방법을 구체적으로 제시한 경우 ---------------------------------------20점
① 공동체의 소속감 또는 고독감과 연결하여 문제점을 분석하였으면 10점
· 고독을 피하려는 욕구가 인간 본성에서 필수적이라는 전제를 활용하면 5점
· (정신적) 고독감 또는 고립감을 방살이의 문제점으로 지적하면 5점
② 분석된 문제점을 극복하는 방법을 구체적으로 제시하면 10점
· ①에서 지적된 문제점과 연결된 극복 방법을 제시하였으면 5점
· 방살이의 현실적인 조건을 인정하는 범위 내에서 현실성 있는 제안을 한 경우 5점 (과거의 가족 공동체로 복귀하자거나 복지 정책을 펼쳐 젊은 세대에게 무상으로 양질의 주택을 공급하자는 등의 방안 0점)

2 표현면 ------------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) 총10점
① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점
- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

[문제 2]

1. 채점 시 유의사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨

② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함

2. 예시 답안

[문제 2-1]

(가)에서 캘리포니아 주립대학은 여성차별적인 선발을 했다고 보기 어렵다. 전체 자료를 보았을 때 남성의 합격률이 더 높은 것 같아도 6개 학과의 합격률을 비교해보면 C와 E학과를 제외한 4개 학과에서 여학생의 합격률이 더 높다.

(나)에서 신석절제술이 개복수술법보다 더 효과적이라고 보기 어렵다. 전체 자료를 보았을 때 신석절제술이 개복수술법보다 더 효과적인 것 같아도 두 방법의 효과를 환자의 증세 별로 살펴보면 환자의 증세와 상관없이 개복수술법이 더 효과적이다.

(가)와 (나)의 공통점은 전체자료가 보여주는 상관관계가 세부자료가 보여주는 상관관계와 다르다는 것이다. 따라서 전체자료에 대한 피상적인 관찰로부터 섣불리 인과관계를 도출해서는 안되며, 세부자료를 통해 더 심층적인 분석을 할 필요가 있다. (396자)

[문제 2-2]

(가)의 집합자료에서 여학생이 합격률이 남학생보다 더 낮게 나타난 이유는 남학생들이 여학생에 비해 경쟁이 약한 (합격률이 높은) 학과에 더 많이 지원했기 때문이다. 즉, 여학생보다 훨씬 더 많은 남학생이 경쟁이 약한 학과(A와 B)에 주로 지원했고 이 학과들이 매우 많은 남학생들을 선발했기 때문에 전체 합격률이 높아지게 된 것이다.

(나)의 집합자료에서 신석절제술의 성공률이 더 높게 나타난 이유는 의사들이 치료가 어려운 중증환자에게 개복수술법을 더 많이 사용했고 치료가 쉬운 경증 환자에게 신석절제술을 더 많이 사용했기 때문이다. 즉, 의사들이 경증환자에게 주로 신석절제술을 사용했는데, 경증환자의 치료가 쉽기 때문에 집합자료에서는 신석절제술의 치료성공률이 더 높게 나타난 것이다. (384자)

3. 세부 지침

[1] 내용면 --문제 2-1, 2-2, 각 20점, 총40점

[2-1] 집합자료와 세부자료의 관찰결과의 차이를 인식하고, 집합자료로부터 도출된 결론이 타당하지 않다는 주장을 뒷받침하는 세부자료 관찰결과 제시 --------------------- 20점

① 캘리포니아 대학이 여성차별적 선발을 했다는 결론을 내리기 어렵다는 평가를 제시(3점). 전체 집합자료에서는 여성보다 남성의 합격률이 더 높으나, 세부자료에서는 여성합격률이 더 높은 과가 더 많다는 관찰결과 제시(3점): (총 6점).

② 신석절제술이 개복수술법보다 더 효과적이라는 결론을 내리기 어렵다는 평가를 제시 (3점). 전체 집합자료에서는 신석절제술이 개복수술법보다 성공률이 더 높으나, 세부자료에서는 결석의 크기와 상관없이 개복수술법의 성공률의 더 높다는 관찰결과 제시(3점): (총 6점).

③ 두 사례의 공통점으로 집합자료와 세부자료가 보여준 결과가 서로 다르다는 점을 지적하고 (4점), 집합자료에 대한 피상적 관찰결과가 인과관계를 의미하는 사실이 아닐 수 있다는 점을 지적한 경우(4점): (총 8점)

[2-2] 집합자료와 세부자료 관찰 결과가 다른 이유를 제시 ------------------------- 20점

① 지원자의 성별(독립변수)과 합격률(종속변수) 사이에 지원학과의 경쟁정도라는 매개변수가 있다는 사실을 제시한 경우. 학과별로 보면 남녀차별이 거의 없었음에도 불구하고 남학생이 여학생에 비해 더 쉬운 학과에 주로 지원했기 때문에, 집합자료에서는 남학생들의 합격율이 높게 나타났다는 사실을 지적한 경우, (10점)

② 치료법(독립변수)과 성공률(종속변수) 사이에 환자의 증세에 따른 차별적 치료법 선택이라는 매개변수가 있다는 사실을 제시한 경우. 즉 증세와 상관없이 개복수술법이 더 성공적임에도 불구하고, 의사들이 치료가 쉬운 경증환자에게 신석절제술을 더 많이 사용했기 때문에, 집합자료에서는 신석절제술의 성공률이 더 높게 나타났다는 사실을 지적한 경우, (10점)

[2] 표현면 ----------------------------------문제 1-1, 1-2, 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)

① 어휘력: 적절한 어휘사용

② 문장력: 문법적인 문장 구사

③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1, 2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

자연계열(오전) 논술고사

AJOU UNIVERSITY

2020학년도 자연계열(오전) 논술고사

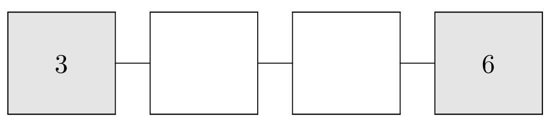
[문항 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 일부가 서로 선으로 연결되어 있는 색칠된 칸과 색칠되지 않은 칸들이 있다. 아래의 조건을 만족하도록 각 칸마다 수를 하나씩 적으려고 한다.

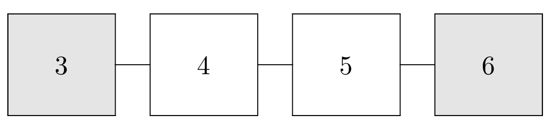
<조건>

색칠되지 않은 칸에 적힌 수는 그 칸과 선으로 연결되어 이웃한 모든 칸에 적힌 수의 평균이다.

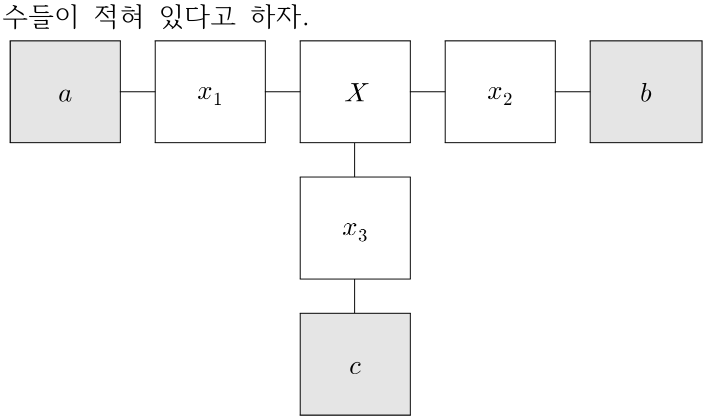
가령, 4 개의 칸이 아래의 그림과 같이 선으로 연결되어 있고 색칠된 칸에 3 과 6 이 적혀 있다고 하자.



이때 $4=\dfrac{3+5}{2}$ 이고 $5=\dfrac{4+6}{2}$ 이므로, 색칠되지 않은 칸에 4 와 5 를 적으면 <조건>을 만족한다.



(나) 아래의 그림과 같이 색칠된 칸과 색칠되지 않은 칸이 선으로 연결되어 있고, 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 수들이 적혀 있다고 하자.



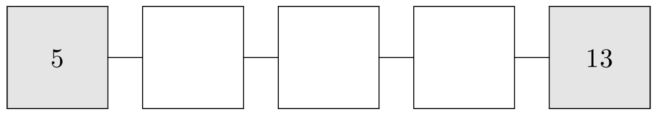
가운데 칸에 적힌 수 X는 <조건>에 의해 $x_1+x_2+x_3=3X$이다. 한편 <조건>에 의해 $x_1=\dfrac{a+X}{2}$이므로 $a=2x_1-X$ 이고, 같은 방법으로 $b=2x_2-X$, $c=2x_3-X$ 임을 알 수 있다. 따라서

$$a+b+c=(2x_1-X)+(2x_2-X)+(2x_3-X)=2(x_1+x_2+x_3)-3X=6X-3X=3X$$

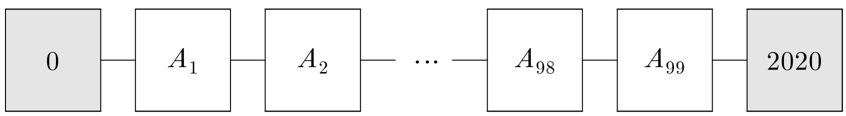
이므로, X는 색칠된 세 개의 칸에 적힌 수 a, b, c의 평균이다.

[문제 1–1] (25점) 아래의 물음에 답하시오.

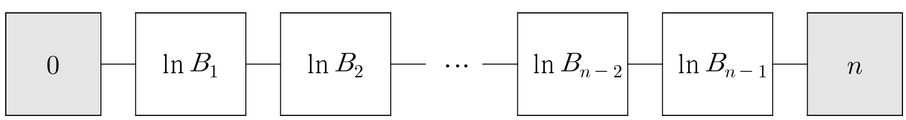
(1) 아래의 그림과 같이 5개의 칸이 선으로 연결되어 있고, 색칠된 칸에 적힌 수는 5와 13이다. 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 색칠되지 않은 칸에 들어갈 알맞은 수를 구하시오.



(2) 아래의 그림과 같이 101개의 칸이 선으로 연결되어 있고, 가장 바깥쪽의 두 칸에만 색칠되어 있다. 색칠된 칸에 적힌 수가 각각 0과 2020이며 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 수가 적혀있다. 색칠되지 않은 칸 중 i번째 칸에 적힌 수를 A_i라 할 때, A_{45}의 값을 구하시오.



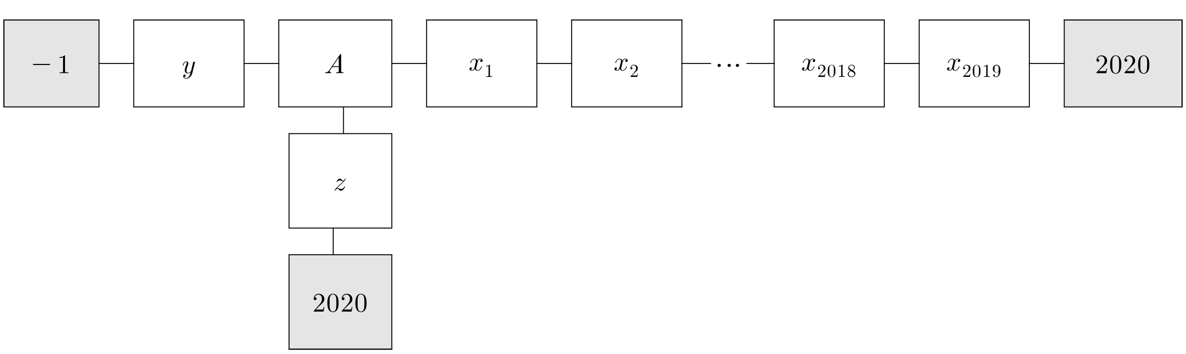
(3) 3 이상의 양의 정수 n에 대하여, 아래의 그림과 같이 $n+1$ 개의 칸이 선으로 연결되어 있고, 가장 바깥쪽의 두 칸에만 색칠되어 있다. 색칠된 칸에 적힌 수가 각각 0과 n 이며 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 수가 적혀있다. 색칠되지 않은 칸 중 i번째 칸에 적힌 수를 $\ln B_i$ 라 하자. $B = 1 + B_1 + B_2 + \cdots + B_{n-1}$ 이라 할 때 $\ln B < n$ 임을 보이시오.



[문제 1–2] (25점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) $n+1$개의 색칠된 칸과 1 개의 색칠되지 않은 칸이 있다. 색칠되지 않은 칸은 색칠된 $n+1$개의 칸과 각각 선으로 연결되어 있다. $1 \le i \le n$ 인 i에 대하여 i 번째 색칠된 칸에 적힌 수가 $4i^3 + 4i + 10^4$ 이고, $n+1$번째 색칠된 칸에 적힌 수는 1이다. 이때 색칠되지 않은 칸에 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 수 A를 적으면 $A \le 10^4$ 이다. 이러한 성질을 만족하는 가장 큰 양의 정수 n을 구하시오.

(2) 아래의 그림과 같이 3개의 색칠된 칸과 2022개의 색칠되지 않은 칸이 선으로 연결되어 있고, 제시문 (가)의 <조건>을 만족하도록 수가 적혀 있다. 이때 제시문 (나)를 참고하여 A의 값을 구하시오.



[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

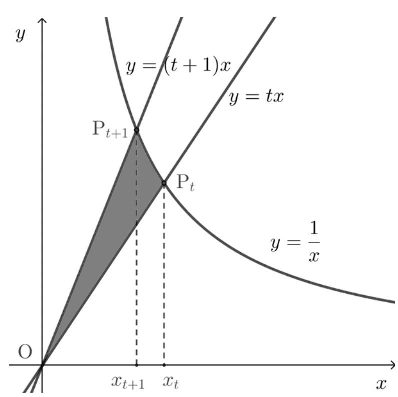
(가) 아래는 직선 $y=tx$ (단, $t>0$인 실수)와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 제1사분면에서 만나서 생기는 모양에 대한 예시이다.

[예시 1]

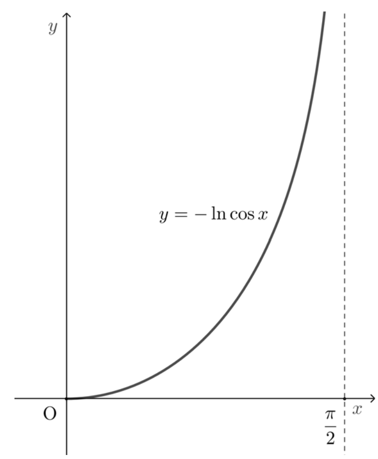
기울기가 양수인 직선 $y=tx$와 함수 $y=x^3+16$의 그래프의 교점을 살펴보자. 직선과 함수의 그래프의 교점을 구하기 위해 $x^3+16=tx$라 두자. 함수 $g(x)=x^3-tx+16$ 은 $g(0)=16>0$이고 삼차항의 계수가 양수이므로 삼차방정식 $g(x)=0$은 음수인 해가 존재한다. 따라서 방정식 $g(x)=0$의 양수인 해는 최대 두 개이고, 직선 $y=tx$는 함수 $y=x^3+16$의 그래프와 제1사분면에서 최대 두 번 만나게 된다.

[예시 2]

기울기가 양수인 직선 $y=tx$는 함수 $y=\dfrac{1}{x}$의 그래프와 제1사분면에서 한 점 $\mathrm{P}_t(x_t, y_t)$에서 만난다. [그림 2-1]과 같이 두 직선 $y=(t+1)x$, $y=tx$와 곡선 $y=\dfrac{1}{x}$으로 둘러싸인 제1사분면의 영역의 넓이를 $A(t)$라 하자. 이때 $A(t)$는 선분 OP_t와 선분 OP_{t+1}을 빗변으로 하는 직각삼각형들의 넓이를 이용하여 t에 대한 함수로 구할 수 있다.



[그림 2-1]



[그림 2-2]

(나) 함수 $y=\cos x$와 $y=-\ln x$의 그래프를 살펴보면, $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$인 구간에서 $y=\cos x$의 함숫값은 1에서 0으로 감소하며, $0<x\le 1$인 범위에서 $y=-\ln x$의 함숫값은 x가 0으로 가까이 갈 때 ∞로 발산한다. 따라서 $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$인 범위에서 함수 $y=-\ln\cos x$의 그래프를 그려보면 [그림 2-2]와 같다.

(다) $\sec x=\dfrac{\sec x(\tan x+\sec x)}{\tan x+\sec x}=\dfrac{\sec x\tan x+\sec^2 x}{\tan x+\sec x}$ 와 $\displaystyle\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|+C$ (단, C는 적분상수)를 사용하면 $\sec x$의 부정적분은 $\ln|\tan x+\sec x|+C$ (단, C는 적분상수)임을 알 수 있다.

[문제 2-1] (25점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 제시문 (가)의 [예시 1]에서 함수 $y = x^3 + 16$ 의 그래프는 제1사분면에서 기울기가 양수인 직선 $y = kx$와 한 점 P에서 만나고, 직선 $y = (k+5)x$ 와는 두 점 Q, R에서 만난다. 세 점 P, Q, R의 x 좌표의 곱과 k 를 각각 구하시오.

(2) 기울기가 양수인 두 직선 $y = tx$와 $y = (t+1)x$ 가 이루는 각 중 예각인 것을 θ_t 라 하고, $f(t) = \csc\theta_t$라 하자. 이때 $f(1)$의 값과 $f'(1)$의 값을 각각 구하시오.

(3) 모든 $\theta \geq 0$에 대하여 $C + \int_0^\theta (\sin x + \sin 2x)(\cos x + \cos 2x)\, dx \geq 0$을 만족하는 가장 작은 상수 C의 값을 구하시오.

[문제 2-2] (25점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 제시문 (가)의 [예시 2]와 같이 기울기가 양수인 두 직선 $y = (t+1)x$, $y = tx$와 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 로 둘러싸인 영역 중 제1사분면에 있는 영역의 넓이를 $A(t)$라 하자. 이때 $\lim_{t\to\infty} tA(t)$ 를 구하시오.

(2) 제시문 (나)에 주어진 함수 $y = -\ln\cos x \ (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$의 그래프와 직선 $y = tx$와의 원점이 아닌 교점을 $\mathrm{P}_t(x_t, y_t)$라 하자. 곡선 $y = -\ln\cos x$ 에 대하여 $x = 0$에서 $x = x_t$ 까지 곡선의 길이를 $s(t)$라 하자. 제시문 (다)를 참고하여 $\lim_{t\to\infty} \frac{s(t)}{t}$ 를 구하시오.

2020학년도 자연계열(오전) 모범답안

[문항 1]

[문제 1-1]

(1) (풀이1) 색칠되지 않은 칸에 적힌 수를 차례로 x, y, z라 두자.

5	x	y	z	13

<조건>을 만족해야하므로 $x=\dfrac{5+y}{2}$, $y=\dfrac{x+z}{2}$, $z=\dfrac{y+13}{2}$가 성립한다. 이 일차연립방정식을 풀면 $x=7$, $y=9$, $z=11$을 얻는다.

(풀이2) 색칠되지 않은 칸에 적힌 수를 A_1, A_2, A_3라 두고, $A_0=5$, $A_4=13$으로 두면, $i=1,2,3$에 대하여 A_i가 A_{i-1}과 A_{i+1}의 등차중항이 되고, 이로부터 A_0, A_1, A_2, A_3, A_4가 등차수열이 됨을 알 수 있다. 따라서 적힌 수는 차례로 $7, 9, 11$이다.

5	7	9	11	13

(2) (1)에서의 (풀이2)과 같은 이유로 수열 $0, A_1, A_2, \cdots, A_{99}, 2020$ 는 등차수열이 된다. 이때 공차를 d로 두면 2020은 101번째 항이므로 $2020=100d$ 이다. $d=\dfrac{101}{5}$ 이고 $A_{45}=45d=\dfrac{101}{5}\times 45=909$ 이다.

(3) (1)에서의 (풀이2)과 같은 이유로 수열 $0, \ln B_1, \ln B_2, \cdots, \ln B_{n-1}, n$ 은 등차수열이 되어 $1 \le i \le n-1$에 대하여 $\ln B_i = i$ 이다. 따라서 $B_i = e^i$ 이고 $1, B_1, B_2, \cdots, B_{n-1}$는 등비수열이므로, B는 공비가 e인 등비수열의 합으로 $B=1+e+e^2+\cdots+e^{n-1}=\dfrac{e^n-1}{e-1}$이다.

$e>2$ 로부터 $B<\dfrac{e^n}{e-1}<e^n$ 가 성립한다. 따라서 $y=\ln x$는 $x>0$ 에서 증가하므로 $\ln B<n$ 이다.

[문제 1-2]

(1) 색칠되지 않은 칸에 적힌 수 A는 색칠된 칸에 적힌 수의 평균이므로

$$A=\frac{1}{n+1}\left\{1+\sum_{i=1}^{n}(4i^3+4i+10^4)\right\}=\frac{1}{n+1}\{1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4n\}$$

$A\le 10^4$ 이어야 하므로,

$$\frac{1}{n+1}\{1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4n\}\le 10^4$$

이고, 양변에 $n+1$ 을 곱하여 정리하면 $1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)\le 10^4$ 이다. $t=n(n+1)$로 치환하면, $1+t^2+2t\le 10^4$ 이 되어, $(t+1)^2\le 10^4$ 이다. 즉, $t\le 99$ 이므로, $n^2+n\le 99$ 이다. 이를 만족하는 가장 큰 양의 정수 n은 9 이다.

(2) A가 적혀 있는 칸부터 2020 이 적혀 있는 칸을 보면, **[문제 1-1]**의 풀이와 같은 이유로, 수열 $A, x_1, x_2, \dots, x_{2019}$, 2020 은 등차수열이 된다. 이 수열의 공차를 d라 한다면,

$$x_1=A+d,\quad x_2=A+2d,\quad 2020=A+2020d$$

이다. 즉, $A=2020-2020d$ 이고, $x_2=A+2d=2020-1018d$ 가 된다. 또한 제시문 (나)에서처럼 A는 세 수 x_2, 2020, -1의 평균이므로

$$2020-2020d=\frac{2020-2018d+2020+(-1)}{3}$$

가 성립한다. 이를 풀면 $2021=4042d$, 즉 $d=\frac{1}{2}$이고, $A=1010$이다.

[문항 2]

[문제 2-1]

(1) P의 x좌표를 p라 하자. 접선의 방정식을 구해보면 $y-(p^3+16)=3p^2(x-p)$이다. 이 접선이 원점을 지나므로, $p^3+16=3p^3$이고 $p=2$이다. 이때 $k=3p^2=12$이다.

이제 곡선 $y=x^3+16$과 직선 $y=17x$와의 교점을 구해보면,

$x^3-17x+16=(x-1)(x^2+x-16)=0$이므로 $x=1$, $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{65}}{2}$에서 해를 가진다. 두 교점 Q, R는 제1사분면 위의 점이므로 두 점의 x좌표는 1과 $\dfrac{-1+\sqrt{65}}{2}$이다. 따라서 P, Q, R의 x좌표의 곱은 $2\times1\times\left(\dfrac{-1+\sqrt{65}}{2}\right)=\sqrt{65}-1$이다.

(2) 두 직선 $y=(t+1)x$, $y=tx$가 x축의 양의 방향과 이루는 각을 각각 α, β라 하자. 이때 $\tan\alpha=t+1$, $\tan\beta=t$이다. $\theta_t=\alpha-\beta$이므로,

$\tan\theta_t=\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{1}{t^2+t+1}$이고 $\cot\theta_t=t^2+t+1$이다. 한편,

$1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$가 성립하므로, $f(t)=\csc\theta_t=\sqrt{1+(t^2+t+1)^2}$이다.

따라서 $f(1)=\sqrt{10}$이고 $f'(t)=\dfrac{(t^2+t+1)(2t+1)}{\sqrt{1+(t^2+t+1)^2}}$이므로, $f'(1)=\dfrac{9}{\sqrt{10}}=\dfrac{9}{10}\sqrt{10}$이다.

(3) $f(\theta)=\displaystyle\int_0^\theta(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)dx$라 두자. 먼저 $f(0)=0$이므로 $C\ge 0$이다. 이때

$$\begin{aligned}(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)&=\sin x\cos x+\sin x\cos 2x+\cos x\sin 2x+\sin 2x\cos 2x\\&=\frac{\sin 2x}{2}+\sin 3x+\frac{\sin 4x}{2}\end{aligned}$$

이므로, $f(\theta)$는

$$\begin{aligned}\int_0^\theta\left(\frac{\sin 2x}{2}+\sin 3x+\frac{\sin 4x}{2}\right)dx&=\left[-\frac{\cos 2x}{4}-\frac{\cos 3x}{3}-\frac{\cos 4x}{8}\right]_0^\theta\\&=\frac{1}{4}-\frac{\cos 2\theta}{4}+\frac{1}{3}-\frac{\cos 3\theta}{3}+\frac{1}{8}-\frac{\cos 4\theta}{8}\end{aligned}$$

이다. 한편 $y=\cos x$의 함숫값은 항상 1이하 이므로, $f(\theta)\ge 0$이다. 따라서 $C=0$일 때 $C+f(\theta)\ge 0$을 만족한다. 따라서 가장 작은 상수 C는 0이다.

[문제 2-2]

(1) 직선 $y=tx$ 와 곡선 $y=\frac{1}{x}$ 의 제1사분면의 교점을 구하기 위해, $tx=\frac{1}{x}$ 라 두면, $x=\frac{1}{\sqrt{t}}$ 이다.

즉, P_t의 x좌표를 x_t라 두었으므로, $x_t=\frac{1}{\sqrt{t}}$ 이다.

한편, 제시문 (나)의 방법을 이용하면, $A(t)$는 정적분 $\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}dx$ 와 선분 OP_{t+1} 를 빗변으로 하는 직각삼각형의 넓이의 합에서 선분 OP_t 을 빗변으로 하는 직각삼각형의 넓이를 빼면 된다. 선분 OP_t 와 선분 OP_{t+1} 을 빗변으로 직각삼각형의 넓이가 각각 $\frac{x_t\times\frac{1}{x_t}}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{x_{t+1}\times\frac{1}{x_{t+1}}}{2}=\frac{1}{2}$ 이므로

$$A(t)=\left(\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}\,dx+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}\,dx$$

이다. 즉, $A(t)=\int_{\frac{1}{\sqrt{t+1}}}^{\frac{1}{\sqrt{t}}}\frac{1}{x}\,dx=\ln\frac{1}{\sqrt{t}}-\ln\frac{1}{\sqrt{t+1}}=\frac{1}{2}\ln\frac{t+1}{t}$ 가 된다.

따라서 $\lim_{t\to\infty}tA(t)=\frac{1}{2}\lim_{t\to\infty}\ln\left(\frac{t+1}{t}\right)^t=\frac{1}{2}\ln e=\frac{1}{2}$ 이다.

(2) $f(x)=-\ln\cos x$ 라 두자. 직선 $y=tx$ 와 곡선 $y=f(x)$ 와의 원점이 아닌 교점의 x좌표를 x_t 라 두면 $-\ln\cos x_t=tx_t$ 가 성립한다. 한편, 곡선의 길이 $s(t)=\int_0^{x_t}\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$ 이므로 $f'(t)=\tan x$ 와 제시문 (다)의 성질을 이용하면,

$$s(t)=\int_0^{x_t}\sqrt{1+\tan^2 x}\,dx=\int_0^{x_t}\sec x\,dx=\ln(\sec x_t+\tan x_t)$$

$$=\ln\left(\frac{1+\sin x_t}{\cos x_t}\right)=\ln(1+\sin x_t)-\ln(\cos x_t)$$

가 성립한다. 한편 $-\ln(\cos x_t)=tx_t$ 임을 이용하면, $s(t)=\ln(1+\sin x_t)+tx_t$ 이므로

$$\lim_{t\to\infty}\frac{s(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\left\{\frac{\ln(1+\sin x_t)}{t}+x_t\right\}$$

$t\to\infty$일 때, 교점의 x 좌표 x_t는 점근선 $x=\frac{\pi}{2}$ 와 한없이 가까워지므로 $\frac{\ln(1+\sin x_t)}{t}$ 는 0으로 수렴한다. 따라서 $\lim_{t\to\infty}\frac{s(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\ln(1+\sin x_t)}{t}+x_t\right)=\frac{\pi}{2}$ 이다.

2020학년도 자연계열(오전) 채점기준

[문제 1-1] (25점)

(1) (5점)

(풀이1) 색칠되지 않은 칸에 적힌 수를 차례로 x, y, z라 두자.

5	x	y	z	13

<조건>을 만족해야하므로 $x=\frac{5+y}{2}$, $y=\frac{x+z}{2}$, $z=\frac{y+13}{2}$가 성립한다. **(2점)**

이 일차연립방정식을 풀면 $x=7$, $y=9$, $z=11$을 얻는다. **(3점)**

(풀이2) 색칠되지 않은 칸에 적힌 수를 A_1, A_2, A_3라 두고, $A_0=5$, $A_4=13$으로 두면, $i=1,2,3$ 에 대하여 A_i가 A_{i-1}과 A_{i+1}의 등차중항이 되고, 이로부터 A_0, A_1, A_2, A_3, A_4가 등차수열임을 알 수 있다. **(2점)**

따라서 적힌 수는 차례로 $7, 9, 11$ 이다. **(3점)**

5	7	9	11	13

(2) (9점)

(1)에서의 (풀이2)과 같은 이유로 수열 $0, A_1, A_2, \ldots, A_{99}, 2020$ 는 등차수열이 된다. **(2점)**

이때 공차를 d로 두면 2020은 101번째 항이므로 $2020=100d$ 이다. **(4점)**

$d=\frac{101}{5}$ 이고 $A_{45}=45d=\frac{101}{5}\times 45=909$ 이다. **(3점)**

(3) (11점)

(1)에서의 (풀이2)과 같은 이유로 수열 $0, \ln B_1, \ln B_2, \ldots, \ln B_{n-1}, n$는 등차수열이 되어 $1\le i\le n-1$에 대하여 $\ln B_i = i$ 이다. **(2점)**

따라서 $B_i=e^i$이고 $1, B_1, B_2, \ldots, B_{n-1}$는 등비수열이므로, B는 공비가 e인 등비수열의 합으로

$B=1+e+e^2+\ \cdots\ +e^{n-1}=\frac{e^n-1}{e-1}$이다. **(4점)**

$e>2$로부터 **(2점)**

$B<\frac{e^n}{e-1}<e^n$가 성립한다. 따라서 $y=\ln x$는 $x>0$에서 증가하므로 $\ln B<n$이다. **(3점)**

[문제 1-2] (25점)

(1) (11점)

색칠되지 않은 칸에 적히는 수 A는 색칠된 칸에 적힌 수의 평균이므로

$A = \frac{1}{n+1}\left(1+\sum_{i=1}^{n}(4i^3+4i+10^4)\right) = \frac{1}{n+1}\left(1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4 n\right)$ **(2+2점)**

$A \le 10^4$ 이어야 하므로,

$$\frac{1}{n+1}\left(1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4 n\right) \le 10^4$$

이고, 양변에 $n+1$을 곱하면 $1+n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4 n \le 10^4 n+10^4$ 이다. **(2점)**

양변에 $10^4 n$을 빼주고, $t=n(n+1)$로 치환하면, $1+t^2+2t \le 10^4$이 되어, $(t+1)^2 \le 10^4$이다.

즉, $t \le 99$ 이므로, $n^2+n \le 99$이다. **(2점)**

이를 만족하는 가장 큰 양의 정수 n은 9이다. **(3점)**

(2) (14점)

가운데 적힌 수 A가 적혀 있는 가운데의 칸부터 2020이 적혀 있는 칸을 보면, **[문제 2-1]**과 같은 이유로, 수열 $A, x_1, x_2, \dots, x_{2019}, 2020$는 등차수열이 된다. **(2점)**

이 수열의 공차를 d라 한다면,

$$x_1 = A+d, \quad x_2 = A+2d, \quad 2020 = A+2020d$$

이다. 즉, $A = 2020-2020d$이고, **(4점)**

$x_2 = A+2d = 2020-1018d$가 된다. 제시문 (나)에서처럼 A는 세 수 x_2, 2020, -1의 평균이므로

$$2020-2020d = \frac{2020-2018d+2020+(-1)}{3}$$ **(4점)**

가 성립한다. 이를 풀면 $2021 = 4042d$, 즉 $d = \frac{1}{2}$이고,

$A = 1010$이다. **(4점)**

[문제 2-1] (25점)

(1) (8점)

P의 x좌표를 p라 하자. 접선의 방정식을 구해보면 $y-(p^3+16)=3p^2(x-p)$ 이다. 이 접선이 원점을 지나므로, $p^3+16=3p^3$이고 $p=2$이다. **(2점)**
이때 $k=3p^2=12$이다. **(2점)**
이제 곡선 $y=x^3+16$과 직선 $y=17x$와의 교점을 구해보면, $x^3-17x+16=(x-1)(x^2+x-16)=0$이므로 **(2점)** $x=1$, $x=\frac{1}{2}(-1\pm\sqrt{1+64})$에서 해를 가진다. 교점 Q, R은 제1사분면의 점이므로 이 두 점의 x좌표는 양수이므로 두 점의 x좌표는 1과 $\frac{-1+\sqrt{65}}{2}$이다. **(1점)**
따라서 P, Q, R의 x좌표의 곱은 $2\times 1\times\frac{-1+\sqrt{65}}{2}=\sqrt{65}-1$ 이다. **(1점)**

(2) (8점)

두 직선 $y=(t+1)x$, $y=tx$가 x축과 이루는 각을 각각 α, β라 하자. 이때 $\tan\alpha=t+1$, $\tan\beta=t$이다.
따라서 $\tan\theta_t=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{1}{t^2+t+1}$이고 $\cot\theta_t=t^2+t+1$ 이다.
한편, $1+\cot^2\theta=\csc^2\theta$가 성립하므로, $f(t)=\csc\theta_t=\sqrt{1+(t^2+t+1)^2}$이다. **(3+1점)**
따라서 $f(1)=\sqrt{10}$이고 **(1점)**
$f'(t)=\frac{(t^2+t+1)(2t+1)}{\sqrt{1+(t^2+t+1)^2}}$이므로, $f'(1)=\frac{9}{\sqrt{10}}=\frac{9}{10}\sqrt{10}$이다. **(2+1점)**

(3) (9점)

$f(\theta)=\int_0^\theta(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)dx$라 두자. 먼저 $f(0)=0$이므로 $C\geq 0$이다. **(2점)**
이때 $(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)=\frac{\sin 2x}{2}+\sin 3x+\frac{\sin 4x}{2}$ 이므로, $f(\theta)$는

$$\int_0^\theta\left(\frac{\sin 2x}{2}+\sin 3x+\frac{\sin 4x}{2}\right)dx=\left(\frac{1}{4}-\frac{\cos 2\theta}{4}+\frac{1}{3}-\frac{\cos 3\theta}{3}+\frac{1}{8}-\frac{\cos 4\theta}{8}\right)$$

이다. **(3점)**
한편 $y=\cos x$의 함숫값은 항상 1이하 이므로, $f(\theta)\geq 0$이다. **(1점)**
따라서 $C=0$일 때 $C+f(\theta)\geq 0$을 만족한다. **(2점)**
따라서 가장 작은 C는 0이다. **(1점)**

[문제 2-2] (25점)

(1) (12점)

직선 $y=tx$와 곡선 $y=\frac{1}{x}$의 제1사분면의 교점을 구하기 위해, $tx=\frac{1}{x}$라 두면, $x=\frac{1}{\sqrt{t}}$이다.

즉, P_t의 x좌표를 x_t라 두었으므로, $x_t=\frac{1}{\sqrt{t}}$이다. **(3점)**

한편, 제시문 (나)의 방법을 이용하면, $A(t)$는 정적분 $\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}dx$ 와 선분 OP_t를 빗변으로 하는 직각삼각형의 넓이의 합에서 선분 OP_{t+1}을 빗변으로 직각삼각형의 넓이를 빼면 된다. 선분 OP_t와 선분 OP_{t+1}을 빗변으로 직각삼각형의 넓이가 각각 $\frac{x_t\times\frac{1}{x_t}}{2}=\frac{1}{2}$, $\frac{x_{t+1}\times\frac{1}{x_{t+1}}}{2}=\frac{1}{2}$ 이므로

$$A(t)=\left(\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}\,dx+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=\int_{x_{t+1}}^{x_t}\frac{1}{x}\,dx \quad \textbf{(3점)}$$

이다. 즉, $A(t)=\int_{\frac{1}{\sqrt{t+1}}}^{\frac{1}{\sqrt{t}}}\frac{1}{x}\,dx=\ln\frac{1}{\sqrt{t}}-\ln\frac{1}{\sqrt{t+1}}=\frac{1}{2}\ln\frac{t+1}{t}$가 된다. **(3점)**

따라서 $\lim_{t\to\infty}tA(t)=\frac{1}{2}\lim_{t\to\infty}\ln\left(\frac{t+1}{t}\right)^t=\frac{1}{2}\ln e=\frac{1}{2}$ 이다. **(3점)**

(2) (13점)

$f(x)=-\ln\cos x$라 두자. 직선 $y=tx$와 곡선 $y=f(x)$의 교점의 x좌표를 x_t라 두면 $-\ln\cos x_t=tx_t$가 성립한다. 한편, $s(t)=\int_0^{x_t}\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx$이고, **(2점)**

$f'(t)=\tan x$이므로, **(2점)**

주어진 x의 범위에서 $\sec x+\tan x>0$ 이므로,

$$s(t)=\int_0^{x_t}\sqrt{1+\tan^2 x}\,dx=\int_0^{x_t}\sec x\,dx=\ln(\sec x_t+\tan x_t) \quad \textbf{(2점)}$$

$$=\ln\left(\frac{1+\sin x_t}{\cos x_t}\right)=\ln(1+\sin x_t)-\ln(\cos x_t)$$

가 성립한다. $-\ln(\cos x_t)=tx_t$ 임을 이용하면, $s(t)=\ln(1+\sin x_t)+tx_t$ 가 성립한다. **(2점)**

한편, $t\to\infty$일 때 $x_t\to\frac{\pi}{2}$이므로, **(2점)**

$\lim_{t\to\infty}\frac{s(t)}{t}=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{\ln(1+\sin x_t)}{t}+x_t\right)=\frac{\pi}{2}$이다. **(3점)**

2020학년도 자연계열(오전) 합격자 우수답안

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

1-1-(1)

$\boxed{5}-\boxed{7}-\boxed{9}-\boxed{11}-\boxed{13}$ 이 <조건>을 만족시킨다.

$\frac{5+9}{2}=7$, $\frac{7+11}{2}=9$, $\frac{9+13}{2}=11$ 이기 때문이다.

1-1-(2) $\frac{0+A_2}{2}=A_1$, $\frac{A_1+A_3}{2}=A_2$, ... $\frac{A_i+A_{i+2}}{2}=A_{i+1}$ $(1\le i\le 97)$ ..... $\frac{A_{98}+2020}{2}=A_{99}$ 이다.

$A_i+A_{i+2}=2A_{i+1}$

$A_{i+2}-A_{i+1}=A_{i+1}-A_i$ 이를 통해 A_i가 등차수열 임을 알 수 있다.

~~$A_i=A_1+(i-1)d$ 라고 하자~~ $A_n=A_1+(n-1)d$ 라고 하자. $(1\le n\le 99)$

~~$A_1+(i-1)d$ 라고 하자~~

~~$A_2=A_1+$~~

$A_2=A_1+d$ $\quad \frac{0+A_1+d}{2}=A_1$ $\quad \cancel{\frac{A_1}{2}}$ $A_1=d$

$A_{99}=A_1+98d$ $\quad \frac{2020+A_1+97d}{2}=A_1+98d$ $\quad =2020-99d$

$A_{98}=A_1+97d$ $\quad d=\frac{101}{5}$, $A_1=\frac{101}{5}$

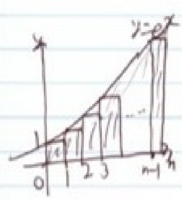
$A_n=\frac{101}{5}n$ $\quad \therefore A_{45}=909$

~~1-1-(3)~~

1-1-(3)

$\cdot\ \frac{\ln B_{i-1}+\ln B_{i+1}}{2}=\ln B_i$ $(2\le i<n-2)$ $\quad \ln B_{n-2}=\ln B_1+(n-3)d'$

$\ln B_k=\ln B_1+(k-1)d'$ $\quad 2\ln B_{n-1}=\ln B_1+(n-3)d'+n$



$\ln B_{i+1}-\ln B_i=\ln B_i-\ln B_{i-1}$ $\quad \ln B_2=\ln B_1+d'$ $\quad 2\ln B_{n-1}=(n-2)\ln B_1+n$

이 식에서 $\ln B_i$도 등차수열이다. $\quad \ln B_1+d'=2\ln B_1$ $\quad \ln B_1=d'$ $\quad 2\{(n-1)\ln B_1\}=(n-2)\ln B_1+n$

$\therefore \ln B_k=k$ $\therefore B_k=e^k$ $\quad n\ln B_1=n$ $\quad B_1=e$

$(1\le k\le n-1)$ $\quad d'=1$

그래프를 통해

$B=\sum_{k=0}^{n-1}e^k<\int_0^n e^x\,dx$ 임을 알 수 있다. $\quad \therefore \ln B<n$

~~$\ln B<\ln(e^n-1)<n$~~ 이다. $\quad B<e^n-1$

$\ln B<\ln(e^n-1)<\ln e^n=n$

1-2-(1) 석질 토기 개수를 찾기 위해 A를 구하자.

$A=\frac{\left\{\sum_{i=1}^{n}4i^3+4i+10^4\right\}+1}{n+1}$ $\quad n^2(n+1)^2+2n(n+1)+1\le 10^4$ $\quad$ 이를 만족하는 자연수 중 n은 9이다.

$n^2(n+1)^2+2n(n+1)+1-10^4\le 0$

$(n(n+1)+1-10^2)(n(n+1)+1+10^2)\le 0$

$A=\frac{n^2(n+1)^2+2n(n+1)+10^4n+1}{n+1}\le 10^4$ $\quad -1-10^2<0\le n(n+1)\le 99$

$n^2+n-99\le 0$

$1\le n\le\frac{\sqrt{397}-1}{2}$

$=n^2(n+1)+2n+\frac{10^4n+1}{n+1}$

1-2-(2) $A+1=2x_1$, $A+2020=2x_{2019}$, $A+x_2=2x_1$ $\quad x_{i-1}+x_{i+1}=2x_i$ $\quad x_i$는 등차수열이다.

$2019+x_2=3A$ (∵ 제시문 (나)) $\quad x_{i+1}-x_i=x_i-x_{i-1}$ $(2\le i\le 2018)$

$x_k=x_1+(k-1)d''$ $\quad A+x_2=2x_1$, $x_{2018}+2020=2x_{2019}$ $\quad d''=1-\frac{A}{2020}$

$2019+1+\frac{2019}{2020}A+1-\frac{A}{2020}=3A$ $\quad A+x_1+d''=2x_1$ $\quad$ ~~2020~~ $\quad x_1=1+\frac{2019}{2020}A$

$\frac{4039}{2020}\cancel{A}$ $\frac{2021}{1010}A=2021$ $\quad A+d''=x_1$ $\quad x_1+2019d''=2020$

$\therefore A=1010$ $\quad x_1-d''=A$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

2-1-(1) $y=x^3+16$

$g(x)=x^3-kx+16$ (kx)

$h(x)=x^3-(k+5)x+16$ 이라고 하자.

$h(x)=x^3-17x+16$

$h(x)=(x-1)\left(x-\left(\frac{-1-\sqrt{65}}{2}\right)\right)\left(x-\left(\frac{-1+\sqrt{65}}{2}\right)\right)$

$h(x)$가 양의 실근을 2개 가진다.

Q, R의 x 좌표의 곱은 $\frac{\sqrt{65}-1}{2}\times 2\times 1$

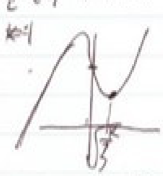
$=\sqrt{65}-1$ 이다.

$g(x)$는 t 양수인 곳이 1개다.

$g'(x)=3x^2-k$

$x=\sqrt{\frac{k}{3}}$ 일 때

$g(x)=0$이다.



$\sqrt{3}^x=2$

$g(x)=0$이 되는 x좌표는

$+\frac{2}{3}k\sqrt{\frac{k}{3}}=16$

$\sqrt{\frac{k^3}{3}}=+24$ $\sqrt{k}=+2\sqrt{3}$

$\sqrt{k^3}=-24\sqrt{3}$ $k=12$

$\therefore k=12$

2-1-(2) $\tan\theta_t=\frac{(t+1)-t}{1+t(t+1)}=\frac{1}{t^2+t+1}$ $\left(0<\theta_t<\frac{\pi}{2}\right)$

$1+\tan^2\theta_t=\sec^2\theta_t$

$\frac{(t^2+t+1)^2+1}{(t^2+t+1)^2}=\sec^2\theta_t$

$\sec\theta_t=\frac{\sqrt{(t^2+t+1)^2+1}}{t^2+t+1}$

$\cos^2\theta_t=\frac{(t^2+t+1)^2}{(t^2+t+1)^2+1}$

$\sin^2\theta_t=1-\frac{(t^2+t+1)^2}{(t^2+t+1)^2+1}$

$=\frac{1}{(t^2+t+1)^2+1}$

$\csc\theta_t=f(t)$ $=\sqrt{(t^2+t+1)^2+1}$

$f(1)=\sqrt{10}$, $f'(t)=\frac{\cancel{2}(t^2+t+1)(2t+1)}{\cancel{2}\sqrt{(t^2+t+1)^2+1}}$ $f'(1)=\frac{9}{10}\sqrt{10}$

2-1-(3) $(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)$

$=\sin x\cos x+\sin x\cos 2x+\sin 2x\cos x+\sin 2x\cos 2x$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\sin 3x+\frac{1}{2}\sin 4x$

$-\frac{17}{24}+\frac{\cos 2x}{4}+\frac{\cos 3x}{3}+\frac{\cos 4x}{8}\le C$

$\therefore C+\int_0^\theta(\sin x+\sin 2x)(\cos x+\cos 2x)\,dx$

$=C-\left(\frac{\cos 2\theta}{4}+\frac{\cos 3\theta}{3}+\frac{\cos 4\theta}{8}-\frac{17}{24}\right)\ge 0$ $(\theta\ge 0)$

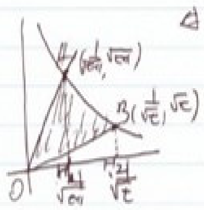
$\cos 2\theta$, $\cos 3\theta$, $\cos 4\theta$ 모두 최대가 되면

$\frac{\cos 2\theta}{4}+\frac{\cos 3\theta}{3}+\frac{\cos 4\theta}{8}$ 도 최대가 된다. $x=0$일 때 된다.

$\therefore$ ~~$C\ge\frac{17}{24}$~~ $\therefore C\ge 0$

~~C의 최소값은~~ $\frac{17}{24}$ $\therefore$ C의 최소값은 0이다.

2-2-(1)



색칠된 넓이를 S라고 하자.

~~$S=$~~

$S=\frac{1}{2}+\int_{\frac{1}{\sqrt{t+1}}}^{\frac{1}{\sqrt{t}}}\frac{1}{x}\,dx-\frac{1}{2}$

$=\int_{\frac{1}{\sqrt{t+1}}}^{\frac{1}{\sqrt{t}}}\frac{1}{x}\,dx$

$=\frac{1}{2}\ln\frac{t+1}{t}$

$=A(t)$

$tA(t)=\frac{1}{2}t\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)$

$=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)^t$

$\therefore \lim_{t\to\infty}tA(t)=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)^t$

$=\frac{1}{2}$

2-2-(2) $tx_t=-\ln\cos x_t$

~~$0\le x_t\le\frac{\pi}{2}$~~

$\left(0<x_t<\frac{\pi}{2}\right)$

$\cos x_t=e^{-tx_t}$

$\sec x_t=e^{tx_t}$

$\tan x_t=\sqrt{e^{2tx_t}-1}$

$\lim x_t=\frac{\pi}{2}$

$=\lim_{t\to 0}\frac{-\ln\cos x_t}{t}$

$y=-\ln\cos x$

$dy=+\tan x\,dx$

$\frac{dy}{dx}=\tan x$

$l(t)=\int_0^{x_t}\sqrt{1+\tan^2 x}\,dx$

$=\int_0^{x_t}\sec x\,dx$

$=\int_0^{x_t}\frac{\sec x\tan x+\sec^2 x}{\tan x+\sec x}\,dx$

$(\because$ 치환$)$

$=\left[\ln(\tan x+\sec x)\right]_0^{x_t}$

$=\ln(\tan x_t+\sec x_t)$

$=\ln(1+\sin x_t)-\ln(\cos x_t)$

$\lim_{t\to 0}\frac{l(t)}{t}=\lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+\sin x_t)-\ln(\cos x_t)}{t}$

$=\lim_{t\to 0}\frac{\ln(1+\sin x_t)}{t}+\lim_{t\to 0}\frac{-\ln(\cos x_t)}{t}$

$=\frac{\pi}{2}+0$

$=\frac{\pi}{2}$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2019학년도 자연계열(오전) 논술고사

[문항 1] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.**

(가) 자연수 N에 대하여 1부터 2^N까지 번호를 갖는 2^N개의 흰색 공이 있다. 아래 규칙에 따라 N단계까지 공을 색칠하자.

- 1단계: 번호가 홀수인 공을 모두 빨간색으로 칠한다.
- 2단계: 번호가 2^2로 나누어 나머지가 2인 공을 모두 노란색으로 칠한다.
- k단계 $(3 \le k \le N)$: k가 홀수이면 번호가 2^k으로 나누어 나머지가 2^{k-1}인 공을 모두 빨간색으로 칠하고, k가 짝수이면 번호가 2^k으로 나누어 나머지가 2^{k-1}인 공을 모두 노란색으로 칠한다.

공번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	…
1단계	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	Ⓡ	○	…
2단계	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	…
3단계	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	…
4단계	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	○	Ⓡ	Ⓨ	Ⓡ	Ⓡ	…

[그림 1-1] $N \ge 5$일 때 4단계까지의 작업 (○은 흰색 공, Ⓡ는 빨간색 공, Ⓨ는 노란색 공)

(나) 자연수 N에 대하여 1부터 3^N까지 번호를 갖는 3^N개의 흰색 공이 있다. 아래 규칙에 따라 N단계까지 공을 색칠하자.

- 1단계: 번호가 3으로 나누어 나머지가 1인 공을 모두 노란색으로 칠한다.
- 2단계: 번호가 3^2으로 나누어 나머지가 2 또는 3인 공을 모두 노란색으로 칠한다.
- k단계 $(3 \le k \le N)$: k가 홀수이면 번호가 3^k으로 나누어 나머지가 3^{k-1}인 공을 모두 노란색으로 칠하고, k가 짝수이면 번호가 3^k으로 나누어 나머지가 $3^{k-1}-1$ 또는 3^{k-1}인 공을 모두 노란색으로 칠한다.

공번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	…
1단계	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	…
2단계	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	Ⓨ	…
3단계	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	Ⓨ	○	○	Ⓨ	○	○	Ⓨ	Ⓨ	…

[그림 1-2] $N \ge 3$일 때 3단계까지의 작업 (○은 흰색 공, Ⓨ은 노란색 공)

[문제 1-1] (30점) 제시문 (가)와 같이 N단계까지 공을 색칠했을 때 다음 문제에 답하라.

(1) $N \geq 10$일 때 번호가 800인 공은 몇 번째 단계에서 색칠이 되는지 구하라. 또한 빨간색인지 노란색인지 답하라.

(2) 전체 공들 중에서 색칠되지 않고 남아있는 흰색 공의 개수를 구하라.

(3) $N = 20$일 때 빨간색 공의 개수와 $N = 21$일 때 빨간색 공의 개수를 각각 구하라.

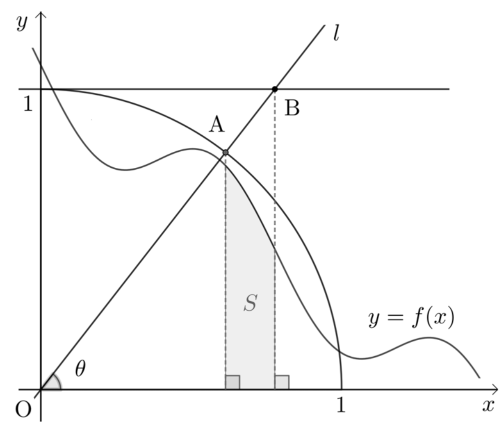
[문제 1-2] (20점) 제시문 (나)와 같이 N단계까지 공을 색칠했을 때 다음 문제에 답하라.

(1) 전체 공들 중에서 노란색 공의 개수를 Y라 할 때, Y를 N에 관한 식으로 나타내라.

(2) (1)의 결과를 이용하여, 극한 $\lim_{N \to \infty} \frac{Y}{3^N}$가 존재하면 그 값을 구하라.

[문항 2] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.**

(가) [그림 2-1]과 같이 원점을 중심으로 하는 반지름의 길이가 1인 원과 원점을 지나고 x축과 이루는 각의 크기가 θ라디안인 직선 l을 생각하자. (단, $\frac{\pi}{4} \le \theta < \frac{\pi}{2}$) 직선 l이 제1사분면에서 원과 만나는 점을 A, 점 $(0,1)$을 지나고 x축과 평행한 직선과 만나는 점을 B라 하자. 함수 $f(x)$가 $0 < x \le 1$에서 $f(x) \ge 0$인 연속함수이다. 점 A를 지나고 y축에 평행인 직선, 점 B를 지나고 y축에 평행인 직선, x축, 그리고 곡선 $y = f(x)$로 둘러싸인 도형을 S라 하자.



[그림 2-1]

(나) 제시문 (가)에서 점 A의 x좌표를 a, 점 B의 x좌표를 b라 하고 도형 S의 넓이를 T, 밑변의 길이를 $L = b - a$라 하자. 만일 $f(x)$가 구간 $(0,1]$에서 감소하고 $f(x) \ge 0$인 연속함수이면

$$f(b) \cdot L \le T \le f(a) \cdot L \qquad (*)$$

이 성립한다. θ가 $\frac{\pi}{2}$보다 작으면서 $\frac{\pi}{2}$에 한없이 가까워지면 a와 b는 0보다 크면서 0에 한없이 가까워진다. 따라서 극한값 $\lim_{x \to 0+} f(x)$가 존재하면 부등식 $(*)$에 의해 극한값 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L}$도 존재한다.

(다) 닫힌 구간 $[a,b]$에서 정의된 연속함수 $g(x)$는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다. 이를 최대·최소 정리라고 한다.

[문제 2–1] (15점) 제시문 (가)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

(1) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$일 때, 도형 S의 넓이가 θ에 관계없이 일정함을 보여라.

(2) $f(x)=(1-x)e^{-x}$이고 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$일 때, 도형 S의 넓이를 구하라.

[문제 2–2] (23점) 제시문 (가)와 (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

(1) 제시문 (나)의 부등식 $(*)$가 성립하는 이유를 도형의 넓이를 이용하여 설명하라.

(2) 함수 $f(x)=2+x-\dfrac{x^2}{2}-\ln(1+x)$가 열린 구간 $(0,1)$에서 감소함을 보여라.

(3) (2)의 함수 $f(x)$에 대하여 극한값 $\displaystyle\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-}\frac{T}{L}$를 구하라.

[문제 2–3] (12점) 제시문 (가)의 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[0,1]$에서 $f(x)\geq 0$이고 $f(0)=2$인 연속함수라 하자. 이 때 도형 S의 밑변의 길이를 L, 넓이를 T라 하자. 제시문 (다)를 참조하여 극한값 $\displaystyle\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-}\frac{T}{L}$를 구하라.

2019학년도 자연계열(오전) 모범답안

[문제 1-1]

(1)

$$800 = 12\times 2^6 + 2^5$$

이므로 800은 2^6으로 나누면 나머지가 2^5이다. 따라서 번호가 800인 공은 6단계에서 색칠되고, 노란색이다.

(2) 각 단계마다 색칠되는 공의 수는 남아있는 흰색 공의 개수의 절반이므로, 흰색이 아닌 공의 개수는, 등비수열의 합의 공식을 이용하여,

$$2^{N-1}+2^{N-2}+\cdots+2+1=\frac{2^N-1}{2-1}=2^N-1$$

이다. 따라서 흰색 공의 개수는 $2^N-(2^N-1)=1$이다.

(3) $N=20$이면 빨간색 공의 개수는 등비수열의 합의 공식을 이용하여 구할 수 있고,

$$2^{19}+2^{17}+\cdots+2^3+2=\frac{2(4^{10}-1)}{4-1}=\frac{2^{21}-2}{3}=699050$$

이다. 마찬가지로 $N=21$이면 빨간색 공의 개수는

$$2^{20}+2^{18}+\cdots+2^2+1=\frac{4^{11}-1}{4-1}=\frac{2^{22}-1}{3}=1398101$$

이다.

[문제 1-2]

(1) 만약 N이 홀수이면 등비수열의 합의 공식을 사용하여

$$Y=3^{N-1}+2\times 3^{N-2}+3^{N-3}+2\times 3^{N-4}+\cdots+3^2+2\times 3+1$$

이다.

만약 N이 짝수이면등비수열의 합의 공식을 사용하여

$$Y=3^{N-1}+2\times 3^{N-2}+3^{N-3}+2\times 3^{N-4}+\cdots+3+2\times 1$$

이다.

(2) 위의 결과를 이용하여 $N=2m+1$이 홀수이면

$$\begin{aligned}Y&=[3^{2m}+3^{2m-2}+\cdots+3+1]+2\times[3^{2m-1}+3^{2m-3}+\cdots+3]\\&=\frac{9^{m+1}-1}{9-1}+\frac{6(9^m-1)}{9-1}=\frac{5\times 3^N-7}{8}\end{aligned}$$

이므로

$$\frac{Y(N)}{3^N}=\frac{5}{8}-\frac{7}{8\times 3^N}$$

을 얻는다. $N=2m$이 짝수이면

$$\begin{aligned} Y &= [3^{2m-1}+3^{2m-3}+\cdots+3]+2\times[3^{2m-2}+3^{2m-4}+\cdots+1] \\ &= \frac{3(9^m-1)}{9-1}+\frac{2(9^m-1)}{9-1}=\frac{5\times 3^N-5}{8} \end{aligned}$$

이므로

$$\frac{Y(N)}{3^N}=\frac{5}{8}-\frac{5}{8\times 3^N}$$

이다. 따라서 $\frac{Y(N)}{3^N}$의 극한값은 $\frac{5}{8}$이다.

[문제 2-1]

(1) S의 넓이는

$$\int_{\cos\theta}^{\cot\theta}\frac{1}{x^3}dx=\left[-\frac{1}{2x^2}\right]_{\cos\theta}^{\cot\theta}=-\frac{1}{2\cot^2\theta}+\frac{1}{2\cos^2\theta}=\frac{1}{2}(\sec^2\theta-\tan^2\theta)$$

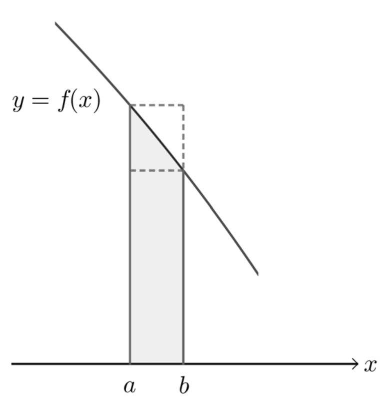
이다. 삼각함수 공식에 의해 이것은 $\frac{1}{2}$이므로 θ에 관계없이 일정하다.

(2) $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$, $\cot\frac{\pi}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로, S의 넓이는

$$\int_{1/2}^{1/\sqrt{3}}(1-x)e^{-x}dx=\left[-(1-x)e^{-x}\right]_{1/2}^{1/\sqrt{3}}-\int_{1/2}^{1/\sqrt{3}}e^{-x}dx=\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-1/\sqrt{3}}-\frac{1}{2}e^{-1/2}$$

[문제 2-2]

(1) $f(x)$가 감소함수이므로 S의 넓이는 밑변의 길이를 L, 높이를 $f(a)$로 하는 사각형의 넓이보다 작고 밑변의 길이를 L, 높이를 $f(b)$로 하는 사각형의 넓이보다는 크다. 따라서 부등식 $(*)$가 성립한다.



(2) 도함수 $f'(x)=1-x-\frac{1}{1+x}=-\frac{x^2}{1+x}<0$이므로, 구간 $(0,1)$에서 감소하는 함수이다.

(3) 문제 (2)로부터 $f(x) = 2+x-\frac{x^2}{2}-\ln(1+x)$는 $(0,1]$에서 감소하는 함수이므로 제시문 (나)의 부등식 $(*)$가 성립하여

$$f(b) \le \frac{T}{L} \le f(a)$$

가 얻는다. $\theta \to \frac{\pi}{2}-$일 때 $a \to 0+$, $b \to 0+$가 성립하므로, 함수의 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} = \lim_{x \to 0+} f(x) = \lim_{x \to 0+} \left(2+x-\frac{x^2}{2}-\ln(1+x)\right) = 2$$

이므로, $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} = 2$이다.

[문제 2-3]

함수 $f(x)$가 연속이므로 최대·최소 정리에 의해서 구간 $[\cos\theta, \cot\theta]$에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가진다. 따라서 S의 넓이를 생각하면

$$mL \le T \le ML,$$

또는

$$m \le \frac{T}{L} \le M$$

이 성립한다. 한편 $\theta \to \frac{\pi}{2}-$일 때 $x \to 0+$이므로 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} m = \lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} M = \lim_{x \to 0+} f(x) = f(0)$가 성립한다.

따라서 $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} = f(0) = 2$ 이다.

2019학년도 자연계열(오전) 채점기준

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	‘2^6으로 나누면 나머지가 2^5’ 등의 이유 설명	4점
	‘6단계’	3점
	‘노란색’	3점
(2)	식 $2^{N-1}+2^{N-2}+\cdots+2+1$	3점
	수열의 합 $\frac{2^N-1}{2-1}=2^N-1$	3점
	정답 $2^N-(2^N-1)=1$	4점
(3)	$N=20$일 때, $2^{19}+2^{17}+\cdots+2^3+2$	3점
	$N=21$일 때, $2^{20}+2^{18}+\cdots+2^2+1$	3점
	$N=20$일 때, 수열의 합 $\frac{2(4^{10}-1)}{4-1}=\frac{2^{21}-2}{3}=699050$	2점
	$N=21$일 때, 수열의 합 $\frac{4^{11}-1}{4-1}=\frac{2^{22}-1}{3}=1398101$	2점
[1-2] (1)	짝수와 홀수 경우를 나누면	2점
	N이 홀수이면 $Y=3^{N-1}+2\times3^{N-2}+3^{N-3}+2\times3^{N-4}+\cdots+3^2+2\times3+1$	3점
	N이 짝수이면 $Y=3^{N-1}+2\times3^{N-2}+3^{N-3}+2\times3^{N-4}+\cdots+3+2\times1$	3점
(2)	N이 홀수이면 $Y=\frac{5\times3^N-7}{8}$	4점
	N이 짝수이면 $Y=\frac{5\times3^N-5}{8}$	4점
	N이 홀수인 경우와 짝수인 경우를 모두 계산하면 극한값은 $\frac{5}{8}$이다. ※ N이 홀수 또는 짝수 한가지 경우만 계산하면 부분점수 2점 부여	4점

하위 문항	채점 기준	배점
[2-1] (1)	적분구간의 하한 $\cos\theta$	2점
	적분구간의 상한 $\cot\theta$	2점
	정적분 계산 $\int_{\cos\theta}^{\cot\theta}\frac{1}{x^3}dx=\frac{1}{2}(\sec^2\theta-\tan^2\theta)$	1점
	정답 1/2	2점
(2)	$\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$	2점
	$\cot\frac{\pi}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	2점
	부분적분 $\int_{1/2}^{1/\sqrt{3}}(1-x)e^{-x}dx=\left[-(1-x)e^{-x}\right]_{1/2}^{1/\sqrt{3}}-\int_{1/2}^{1/\sqrt{3}}e^{-x}dx$	2점
	정답 $\frac{1}{\sqrt{3}}e^{-1/\sqrt{3}}-\frac{1}{2}e^{-1/2}$	2점
[2-2] (1)	세 도형의 넓이를 그림이나 글로 비교하여 부등식이 성립함을 설명 ※ 서술이나 그림이 부정확하면 부분점수 2~3점	7점
(2)	도함수 계산 $f'(x)=1-x-\frac{1}{1+x}$	4점
	부등식 $f'(x)=-\frac{x^2}{1+x}<0$에 의해 f는 감소함수	4점
(3)	부등식 $f(b)\le\frac{T}{L}\le f(a)$	3점
	$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-}\frac{T}{L}=\lim_{x\to0+}f(x)=\lim_{x\to0+}(2+x-\frac{x^2}{2}-\ln(1+x))$	3점
	정답은 2	2점
[2-3]	함수 f는 주어진 구간에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가지므로 $m\le\frac{T}{L}\le M$	5점
	$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-}m=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-}M=\lim_{x\to0+}f(x)=f(0)$	5점
	정답 $f(0)=2$	2점
	※평균값 정리를 이용해도 무방함.	

2019학년도 자연계열(오전) 합격자 우수답안

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

1-1 (1) 1단계 : 홀수 빨, 2단계 : 2^2a+2 $(0\le a)$ 노, 3단계 : 2^3b+2^2 $(0\le b)$ 4단계 : 2^4c+2^3 $(0\le c)$

…… 에서 $800=2^5\cdot 25=2^5(1+2\cdot 24)$ 5단계 : $2^5d+2^4=2^4(2d+1)$ $(0\le d)$, ~~6단계 : 2^6e+2^5~~ ~~$=2^5(1+2$~~ 6단계 : $2^6e+2^5=2^5(2e+1)$ $(0\le e)$ ∴ 800은 6단계에서 $e=24$일때 칠해지고

제시문에 k가 짝수이면 노란색으로 칠한다. 800은 6단계에서 노란색으로 칠해진다.

(2) 1단계의 형태 : $1+2a$ $(0\le a)$ a는 정수 1부터 2^N까지 가능한 1단계 형태의 개수는 $1\le 1+2a\le 2^N$ $0\le a\le 2^{N-1}-1$, 2^{N-1}

2단계 : $2(1+2b)$ (b는 0이 아닌정수) 2단계에서 칠해지는 공의개수 : $\le 2(1+2b)\le 2^N$ $\frac{1}{2}\le 1+2b\le 2^{N-1}$ $0\le b\le 2^{N-2}-\frac{1}{2}$

b는 정수이므로 $0\le b\le 2^{N-2}-1$ 인 정수의 개수와 같다. 2^{N-2}개

3단계 : $2^3c+2^2=2^2(1+2c)$ (c는 0이 아닌정수) 마찬가지로 $0\le 2^2(1+2c)\le 2^N$ 에서 $0\le c\le 2^{N-3}-1$ 까지의 정수개수이다. 2^{N-3}개

⋮

N단계에 칠해지는 공의 개수 ; 2^{N-N}개, 단계별마다 나오는 수중 공통되는 수는 없으므로

색칠된 공의 개수는 $2^{N-1}+2^{N-2}+2^{N-3}\cdots 2^{N-N}=2^N\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\cdots\frac{1}{2^N}\right)=2^N\left(\frac{\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2^N}\right)}{1-\frac{1}{2}}\right)=2^N\left(1-\frac{1}{2^N}\right)$

색칠되지 않은 공의개수는 2^N-(색칠된공의개수) $=2^N-2^N\left(1-\frac{1}{2^N}\right)=1$

(3) (2) 풀이에서 k단계 $(1\le k\le N)$에 색칠된 공의 개수는 2^{N-k}개 이다. 그리고 제시문에서

홀수단계면 빨간색으로 칠한다. $N=20$ 에서 빨간공의개수 : 1단계 + 3단계 ⋯ 19단계

∴ $2^{20-1}+2^{20-3}+\cdots\cdots+2^{20-19}=2^{20}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^5}\cdots\cdots+\frac{1}{2^{19}}\right)=2^{20}\cdot\left(\frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right)}{\left(1-\frac{1}{4}\right)}\right)=\frac{2}{3}\cdot\left(2^{20}-1\right)$

$N=21$ 일때 빨간색 : 1단계 + 3단계 + ⋯ 21단계 ∴ $2^{21-1}+2^{21-3}\cdots 2^{21-21}=\frac{2}{3}\left(2^{21}-\frac{1}{2}\right)=\frac{2^{22}-1}{3}$

1-2

(1) 1단계의 형태 ; $1+3k$ (k는 0이 아닌 정수), 1부터 3^N까지 1단계가 가능한 k의 개수를 구하자. $1\le 1+3k\le 3^N$ $0\le k\le 3^{N-1}$ 까지의

정수개수와 같다. 3^{N-1}개

2단계의 형태 : 3^2k+2, 3^2k+3 $1\le 3^2k+2\le 3^N$ $0\le k\le 3^{N-2}-\frac{2}{3^2}$ 3^2k+2 형태에서 k가 가능한 개수는

3^{N-2}, $1\le 3^2k+3\le 3^N$ $0\le k\le 3^{N-2}-\frac{1}{3}$ 3^2k+3 에서 k가 가능한 정수의 개수는 3^{N-2}

∴ 2단계에서 칠해지는 개수는 $2\cdot 3^{N-2}$

3단계의 형태 ; ~~1단계와 마찬가지로 구해보~~ 1단계와 같은 방법으로 구하면 3^{N-3}개

4단계 : 2단계와 같은 방식으로 구하면 $2\cdot 3^{N-4}$

∴ 색칠된 개수는 $Y=\begin{cases} N이\ 홀수일때 ;\ 3^N\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^3}\cdots+\frac{1}{3^N}\right)+2\cdot 3^N\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^4}\cdots+\frac{1}{3^{N-1}}\right) \\ N이\ 짝수일때 ;\ 3^N\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3^3}\cdots\frac{1}{3^{N-1}}\right)+2\cdot 3^N\left(\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^4}\cdots\frac{1}{3^N}\right) \end{cases}$

$=\frac{3}{8}\left(3^N-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{8}\left(3^N-3\right)\times 2=\frac{5\cdot 3^N-7}{8}$

$=\frac{3}{8}\left(3^N-1\right)+\frac{1}{8}\left(3^N-1\right)\times 2=\frac{5\cdot 3^N-5}{8}$

(2) N이 짝수일때 $\lim_{N\to\infty}\frac{Y}{3^N}=\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$ N이 홀수일때 $\lim_{N\to\infty}\frac{Y}{3^N}=\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$

∴ $\lim_{N\to\infty}\frac{Y}{3^N}=\frac{5}{8}$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

2-1 (1) 점 A : $(\cos\theta, \sin\theta)$ 점 B $\left(\frac{1}{\tan\theta}, 1\right)$ $S = \int_{\cos\theta}^{\frac{1}{\tan\theta}} f(x)\,dx = \int_{\cos\theta}^{\frac{1}{\tan\theta}} \frac{1}{x^3}\,dx = \left[-\frac{1}{2}\frac{1}{x^2}\right]_{\cos\theta}^{\frac{1}{\tan\theta}}$

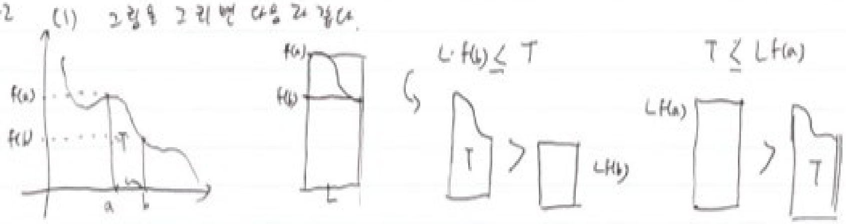
$= -\frac{1}{2}\left(\tan^2\theta - \frac{1}{\cos^2\theta}\right) = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin^2\theta - 1}{\cos^2\theta} = \frac{1}{2}$ ∴ θ에 상관없이 상수값을 갖는다.

(2) 점 A $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 점 B $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 1\right)$ $S = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} f(x)\,dx = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} (1-x)e^{-x}\,dx$

$= \left[-(1-x)e^{-x}\right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{\sqrt{3}}} e^{-x}\,dx = \frac{1}{\sqrt{3}}e^{-\frac{1}{\sqrt{3}}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}}$

2-2 (1) 그림을 그리면 다음과 같다.

$L\cdot f(b) \le T$ $T \le Lf(a)$ ∴ $Lf(b) \le T \le Lf(a)$



(2) $f(x) = 2 + x - \frac{x^2}{2} - \ln(1+x)$ 에서 $f'(x) = 1 - x - \frac{1}{x+1} = \frac{(1+x)(1-x)-1}{x+1} = \frac{-x^2}{x+1}$ $0<x<1$ 일 때

$f'(x) < 0$ 이므로 $f(x)$는 구간 $(0,1)$에서 감소한다.

(3) * 에서 $Lf(b) \le T \le Lf(a)$, $f(b) \le \frac{T}{L} \le f(a)$, $f\left(\frac{1}{\tan\theta}\right) \le \frac{T}{L} \le f(\cos\theta)$

$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f\left(\frac{1}{\tan\theta}\right) \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\cos\theta)$ $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f\left(\frac{1}{\tan\theta}\right) = \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} 2 + \frac{1}{\tan\theta} - \frac{1}{2\tan^2\theta} - \ln\left(1+\frac{1}{\tan\theta}\right) = 2$

∴ $2 \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} \le 2$. $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\cos\theta) = \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} 2 + \cos\theta - \frac{\cos^2\theta}{2} - \ln(1+\cos\theta) = 2$

$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} = 2$

2-3 제시문 (다)의 최대·최소 정리에 의해 ~~구간에서~~ 연속함수 $f(x)$에서 구간 $[a,b]$ 중, 최댓값 $f(\alpha)$, 최솟값 $f(\beta)$를 갖는다. $a \le \alpha \le b$, $a \le \beta \le b$

※ 여기서 $L\cdot f(\beta) \le T \le L\cdot f(\alpha)$ 가 성립되고

$\cos\theta \le \alpha \le \frac{1}{\tan\theta}$ $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \cos\theta \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \alpha \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{1}{\tan\theta}$ ∴ $0 \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \alpha \le 0$, $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \alpha = 0$ 마찬가지로 $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \beta = 0$

↳ $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\alpha) = 2$ (∵ $f(x)$는 연속함수) 〃 $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\beta) = 2$

$\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\beta) \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} f(\alpha)$, ∴ $2 \le \lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} \le 2$ $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}-} \frac{T}{L} = 2$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

AJOU UNIVERSITY

5

자연계열(오후) 논술고사

1973

AJOU UNIVERSITY

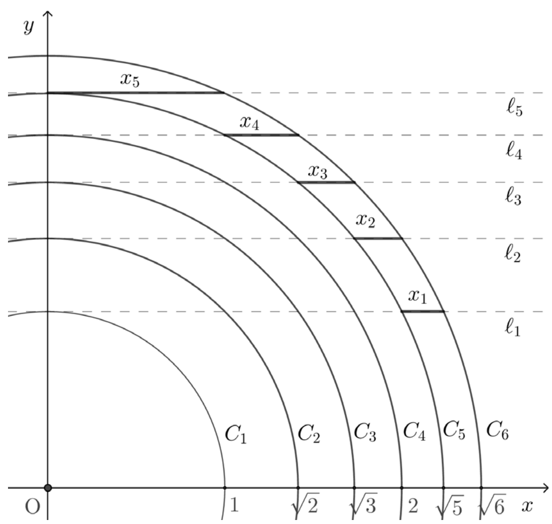
2020학년도 자연계열(오후) 논술고사

– 의학과 제외 –

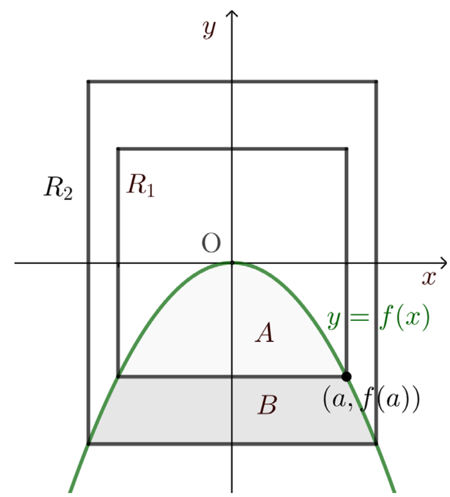
[문항 1] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.**

(가) 양의 정수 n과 m에 대하여 평면 위에 중심이 O이면서 반지름이 $\sqrt{n}$인 원을 C_n이라 하고, 점 $(0, \sqrt{m})$을 지나면서 x축과 평행한 직선을 ℓ_m이라 하자.

[그림 1-1]과 같이 5 이하의 양의 정수 m에 대하여 직선 ℓ_m이 제1사분면에서 두 원 C_5, C_6과 만나는 두 점을 잇는 선분의 길이를 x_m이라 하자. 이때 $(x_5)^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2 = 1$ 이므로 $x_5 = 1$ 이다.



[그림 1-1]



[그림 1-2]

(나) 직사각형의 중심이란 두 대각선의 교점을 의미한다. [그림 1-2]와 같이 좌표축과 평행한 변으로 이루어진 두 직사각형 R_1, R_2가 있다. 두 직사각형의 중심은 원점 O이고, 직사각형 R_2의 내부에 직사각형 R_1이 놓여있다. (단, 두 직사각형의 변은 서로 만나지 않는다.) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \le 0$이며 이계도함수를 갖는 함수 $y = f(x)$가 있다. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이고, 원점 O와 각 사각형의 꼭짓점 두 개씩을 지나며 사각형과는 꼭짓점 이외의 점에서는 만나지 않는다고 하자. 이때 $y \le f(x)$인 영역과 R_1, R_2에 의해 아래와 같은 두 영역 A, B가 생긴다. (단, 각 영역은 경계를 포함한다.)

영역 A : $y \le f(x)$인 직사각형 R_1의 내부 영역

영역 B : $y \le f(x)$인 직사각형 R_2의 내부 영역 중 A와 겹치지 않는 영역

영역 A의 넓이는 다음과 같이 구할 수 있다. 직사각형 R_1과 곡선 $y = f(x)$의 교점 중 제4사분면 위에 있는 것의 좌표를 $(a, f(a))$라 하자. 제4사분면에 속하는 R_1의 내부 영역의 넓이는 $|a \times f(a)|$이고 이 영역 중 A에 포함되지 않는 부분의 넓이는 $\int_0^a |f(x)|\,dx$이다. 따라서 이 두 값의 차이와 $y = f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이라는 조건으로부터 A의 넓이를 구할 수 있고, 이는 a에 대한 함수 $g(a)$로 나타난다.

[문제 1-1] (20점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 제시문 (가)에서 주어진 x_3과 x_4를 구하고, $x_1+x_2+x_3+x_4$의 값을 구하시오.

(2) 제시문 (가)에서 원 C_4가 직선 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3, ℓ_4와 만나는 교점을 각각 P_1, P_2, P_3, P_4라 하자. $\angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2=\alpha$, $\angle \mathrm{P}_3\mathrm{OP}_4=\beta$라 할 때, $\tan\alpha$와 $\csc\beta$의 값을 각각 구하시오.

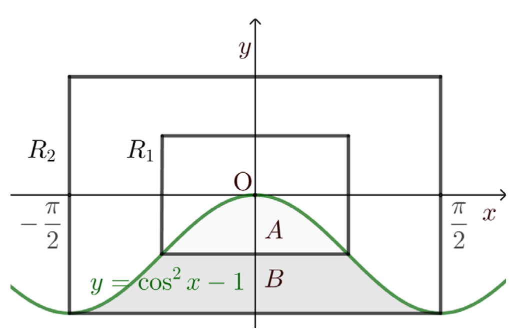
(3) 제시문 (가)에서 양의 정수 n에 대하여 직선 ℓ_1이 제1사분면에서 두 원 C_n, C_{n+1}과 만나는 두 점을 잇는 선분의 길이를 y_n이라 하자. 이때 다음 부등식이 성립하는 가장 큰 양의 정수 n을 구하시오.

$$y_n+\frac{1}{y_n}\le 20$$

[문제 1-2] (30점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 제시문 (나)에서 직사각형 R_1은 한 변의 길이가 2인 정사각형이고, 함수 $y=f(x)$는 이차함수라 하자. 두 영역 A와 B의 넓이가 서로 같을 때, 직사각형 R_2의 넓이를 구하시오.

(2) 제시문 (나)에서 $f(x)=\cos^2 x-1$인 경우를 생각하자. 곡선 $y=f(x)$는 직사각형 R_1과 이 곡선의 변곡점에서 만나고, 직사각형 R_2와의 교점의 x좌표는 $\pm\frac{\pi}{2}$이다. 이때 두 영역 A와 B의 넓이를 각각 구하시오.



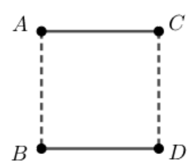
(3) 제시문 (나)에서 정의된 a에 대한 함수 $g(a)$에 대하여 $\lim\limits_{a\to 0}\frac{g'(a)}{a}$의 값을 구하시오.

[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 네 점 A ,B, C, D 가 [그림 2-1]과 같이 배치되어 있고, A, C와 B, D는 각각 실선, A, B와 C, D는 각각 점선으로 연결되어 있다. 아주는 점 A의 위치에서 시작하여 아래와 같은 규칙으로 움직인다. 흰 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있는 주머니에서 공을 임의로 1 개 뽑아 아래의 규칙에 따라 이동하는 것을 1 번의 시행으로 본다.

<규칙>

(1) 흰 공을 뽑으면 실선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(2) 검은 공을 뽑으면 점선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(3) 뽑은 공은 색을 확인 한 후 주머니에 다시 넣는다.



[그림 2-1]

예를 들어, 3 번의 시행 후 아주가 점 C의 위치에 있게 되는 경우는

$$s_1 : A \to C \to A \to C,\ s_2 : A \to C \to D \to C,\ s_3 : A \to B \to A \to C,\ s_4 : A \to B \to D \to C$$

로 움직이는 네 가지의 경우 뿐 이다. 각 경우에 대해 그 사건이 일어날 확률을 구해보자. s_1의 경우는 주머니에서 흰 공을 연속해서 3 번 뽑아야 하므로, 이 경우의 확률은 $\frac{2^3}{5^3}$이다. s_2의 경우는 주머니에서 흰 공, 검은 공, 검은 공의 순서로 뽑는 경우이므로, 이 경우의 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{3^2}{5^2}$이다. 비슷하게, s_3와 s_4 경우의 확률도 각각 $\frac{3^2}{5^2} \times \frac{2}{5}$이다. 따라서 3 번의 시행 후 아주가 점 C의 위치에 있을 확률은 $\frac{2^3 + 3 \times 3^2 \times 2}{5^3} = \frac{62}{125}$이다.

(나) 네 점 A, B, C, D 가 [그림 2-1]과 같이 배치되어 있고, A, C와 B, D는 각각 실선, A, B와 C, D는 각각 점선으로 연결되어 있다. 수리는 점 A의 위치에서 시작하여 아래의 규칙에 따라 이동한다. 주머니에는 붉은 공이 1 개, 흰 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있고, 매 시행마다 주머니에서 공을 임의로 1 개 뽑아 아래의 규칙에 따라 이동한다.

<규칙>

(1) 흰 공을 뽑으면 실선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(2) 검은 공을 뽑으면 점선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(3) 붉은 공을 뽑으면 대각선의 점으로 이동한다. 즉, 점 A의 위치에 있다면 점 D의 위치로 이동한다, 비슷하게 점 D의 위치에서 점 A의 위치로, 점 B의 위치에서 점 C의 위치로, 점 C의 위치에서 점 B의 위치로 이동한다.
(4) 뽑은 공은 색을 확인 한 후 주머니에 다시 넣는다.

[문제 2-1] (20점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 아주가 제시문 (가)의 <규칙>에 따라 이동한다. 5번 시행하는 동안 점 D를 지나지 않고 마지막에 점 A의 위치에 있을 확률을 p라 하고, 6번 시행하는 동안 점 D를 지나지 않고 마지막에 점 A의 위치에 있을 확률을 q라 하자. 이때 p와 q를 각각 구하시오.

(2) 아주가 제시문 (가)의 <규칙>에 따라 이동한다. $2n$번 시행하는 동안 점 C를 지난 횟수가 k이면 2^k만큼의 상금을 받는다. 만약 마지막에 점 D의 위치에 있거나 시행 도중에 점 D를 지나게 되는 경우에는 상금이 없다. 아주가 받을 수 있는 상금의 기댓값과 분산을 n에 대한 식으로 나타내시오.

[문제 2-2] (30점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>에 따라 이동한다. n번 시행하는 동안 실선이나 점선을 따라 이동하는 경우가 4번 이하일 확률을 p_n이라 하자. 이때 $\lim_{n\to\infty} \frac{6^n\ p_n}{n^4}$을 구하시오.

(2) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>을 따라 이동한다. n번째 시행에서 처음으로 실선을 따라 이동할 확률을 q_n이라 할 때, $\sum_{n=3}^{\infty} q_n$의 값을 구하시오.

(3) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>을 따라 이동한다. n번째 시행에서 처음으로 점 A의 위치에 돌아왔고 n번 시행하는 동안 실선을 따라 두 번 이하 이동했다고 하자. $n=6$일 때 수리가 이동할 수 있는 방법의 수를 x라 하고, $n=5$일 때 수리가 이동할 수 있는 방법의 수를 y라 할 때, x와 y를 각각 구하시오.

2020학년도 자연계열(오후) 모범답안

– 의학과 제외 –

[문항 1]

[문제 1-1]

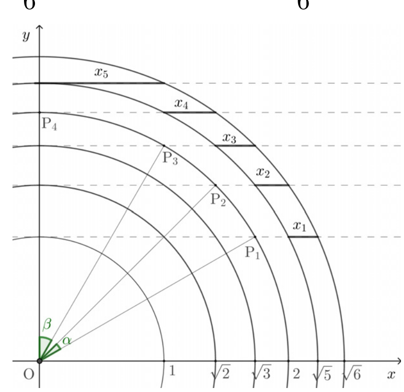
(1) 4이하의 양의 정수 m에 대하여 직선 ℓ_m과 원 C_5가 제1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 p_m이라 하자. 이때 제시문 (가)와 같은 방법으로 $p_m^2+m=5$이 성립하므로 $p_m=\sqrt{5-m}$이다. ℓ_m과 C_6이 만나는 점에 대해서는 $(p_m+x_m)^2+m=6$이 성립하므로 $x_m=\sqrt{6-m}-\sqrt{5-m}$이다. 이를 이용하면 $x_1=\sqrt{5}-2$, $x_2=2-\sqrt{3}$, $x_3=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $x_4=\sqrt{2}-1$ 이고, $x_1+x_2+x_3+x_4=\sqrt{5}-1$임을 알 수 있다.

(2) α가 예각인 경우 아래의 그림에서, 선분 OP_1과 x축의 양의 방향과 이루는 각을 θ라 하면, $\mathrm{P}_1(\sqrt{3},1)$이므로 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$이고 $\mathrm{P}_2(\sqrt{2},\sqrt{2})$이므로 선분 OP_2와 x축의 양의 방향과 이루는 각은 $\dfrac{\pi}{4}$이다. 따라서 탄젠트함수의 덧셈정리에 의하여

$$\tan\alpha=\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=2-\sqrt{3}$$ 이다. α가 둔각인 경우는

$\alpha=\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\pi}{2}=\dfrac{7\pi}{12}$가 되고, $\tan\alpha=-2-\sqrt{3}$ 가 된다. 따라서 $\tan\alpha$는 $2-\sqrt{3}$ 혹은 $-2-\sqrt{3}$이다.

또한 $\mathrm{P}_3(1,\sqrt{3})$를 이용하면 $\beta=\dfrac{\pi}{6}$이므로 $\csc\beta=\csc\dfrac{\pi}{6}=2$이다.



(3) 직선 ℓ_1이 제 1사분면에서 두 원 C_n, C_{n+1}과 만나는 점의 x좌표는 각각 $\sqrt{n-1}$, $\sqrt{n}$이므로 $y_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$이다. $y_n+\dfrac{1}{y_n}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}+\dfrac{1}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=2\sqrt{n}\le 20$ 이므로 $n\le 100$이다. 따라서 가장 큰 양의 정수 n은 100이다.

[문제 1-2]

(1) 제시문 (나)에 의해 이차함수 $y=f(x)$는 $f(x)\le 0$이고 $(0,0)$, $(-1,-1)$, $(1,-1)$을 지나야 하므로 $f(x)=-x^2$ 이다. 또한 A의 넓이는 $2+2\int_0^1(-x^2)dx=\frac{4}{3}$이다.

직사각형 R_2의 x축과 평행한 한 변의 길이를 $2b$ (단, $b>1$)라 하면, R_2와 $y=f(x)$가 만나는 두 점의 좌표는 $(-b,-b^2)$, $(b,-b^2)$이고, 제시문 (나)에 의해 영역 A와 영역 B가 합쳐진 부분의 넓이는 $2b^3+2\int_0^b(-x^2)dx=\frac{4}{3}b^3$ 이다. 영역 B의 넓이는 $\frac{4}{3}b^3-\frac{4}{3}$이고, 영역 A와 영역 B의 넓이가 서로 같으므로 $\frac{4}{3}=\frac{4}{3}b^3-\frac{4}{3}$이고, $b=\sqrt[3]{2}$ 이다. 직사각형 R_2의 넓이는 $4b^3=8$ 이다.

(2) 함수 $y=\cos^2x-1$에 대하여 $y'=-2\cos x\sin x=-\sin 2x$이고, $y''=-2\cos 2x$ 이므로 $y''=0$의 해는 $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$의 범위에서 $x=\frac{\pi}{4},-\frac{\pi}{4}$이다. 따라서 변곡점의 좌표는 $\left(\frac{\pi}{4},-\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\pi}{4},-\frac{1}{2}\right)$이다. 제시문 (나)에 의해 영역 A의 넓이를 구하면 $\frac{\pi}{4}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx$가 된다.

$\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx=\left[\frac{\sin 2x}{4}-\frac{x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{4}-\frac{\pi}{8}$이므로

$\frac{\pi}{4}+2\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx=\frac{\pi}{4}+\left(\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$이다. 한편, 함수 $y=\cos^2x-1$은 $x=\pm\frac{\pi}{2}$에서 함숫값 -1을 갖게 되므로 영역 A와 영역 B의 넓이의 합을 구하면

$\pi+2\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^2x-1)dx=\pi+\left[\frac{\sin 2x}{2}-x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$이다. 따라서, 영역 B의 넓이는 $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$이다.

(3) 제시문 (나)에 의하여 $g(a)=-2af(a)+2\int_0^a f(x)dx$ 이다. 따라서

$g'(a)=-2f(a)-2af'(a)+2\frac{d}{da}\int_0^a f(x)dx$이고, 적분과 미분의 관계에 의하여

$\frac{d}{da}\int_0^a f(x)dx=f(a)$이므로, $g'(a)=-2af'(a)$가 성립한다. 따라서 $\lim_{a\to 0}\frac{g'(a)}{a}=-2f'(0)$이다.

한편 $y=f(x)$는 y축에 대칭인 함수이므로 $f(-x)=f(x)$가 성립하고, 미분가능한 함수이므로$f'(0)=-f'(0)$이다. 따라서 $f'(0)=0$이고, $\lim_{a\to 0}\frac{g'(a)}{a}=0$ 이다.

[문항 2]

[문제 2-1]

(1) 아주가 D를 지나지 않으므로 점 A와 연결된 선들만 고려하면 된다. 따라서 홀수 번째의 시행에서 뽑는 공과 짝수 번째 시행 때 뽑는 공의 색은 같아야 한다. 그리고 짝수 번째에만 A의 위치에 있을 수 있다. 따라서 $p=0$이다.

한편, 6번의 시행에서, 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 모두 k번 있다고 하면 그 확률은 $\sum_{k=0}^{3} {}_3C_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{3-k}$이다. 따라서 이항정리에 의하여 $q=\left(\frac{4}{25}+\frac{9}{25}\right)^3=\left(\frac{13}{25}\right)^3$이다.

(2) $2n$회의 시행 후, D를 지나지 않았고 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 k번 있다고 하자. 그럼 그때 받는 보상이 정확히 $X=2^k$가 된다. 각 경우의 확률은 $\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이며, ${}_nC_k$가지의 경우가 있으므로 이러한 경우의 확률은 $P(X=2^k)={}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$가 된다.

확률변수 X는 $0, 2^0, 2^1, \ldots, 2^n$의 값이 가능하므로 기댓값 $E(X)$는 $\sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이다, 이항정리에 의하여

$E(X)=\sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{8}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=\left(\frac{17}{25}\right)^n$이다.

한편, 같은 방법으로 $E(X^2)=\sum_{k=0}^{n} 2^{2k} {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{16}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=1$이므로, 분산은 $E(X^2)-\{E(X)\}^2=1-\left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$이다.

[문제 2-2]

(1) 흰 공이나 검은 공을 뽑는 횟수를 k회라 하면, 이때의 확률은 ${}_nC_k\left(\frac{5}{6}\right)^k\left(\frac{1}{6}\right)^{n-k}$이므로

$$p_n={}_nC_0\left(\frac{5}{6}\right)^0\left(\frac{1}{6}\right)^n+{}_nC_1\left(\frac{5}{6}\right)^1\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+{}_nC_2\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}+{}_nC_3\left(\frac{5}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}+{}_nC_4\left(\frac{5}{6}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right)^{n-4}$$

이다. 위의 식을 정리하면 6^np_n은 최고차항의 계수가 ${}_nC_4\times 5^4=\frac{625}{24}$인 n에 대한 사차다항식이 된다. 따라서 $\lim_{n\to\infty}\frac{6^n}{n^4}p_n=\frac{625}{24}$이다.

(2) 양의 정수 n에 대하여 $q_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\times\frac{1}{3}$가 성립한다. 따라서 q_n은 첫째항이 $q_3=\frac{4}{27}$이고 공비가 $\frac{2}{3}$인 등비수열이므로 $\sum_{n=3}^{\infty}q_n=\frac{1}{3}\sum_{n=3}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{1}{3}\times\frac{\frac{4}{9}}{1-\frac{2}{3}}=\frac{4}{9}$ 이다.

(3) y의 값을 먼저 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 5번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는, 첫 번째 시행 후에 가능한 위치는 세 가지이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째의 시행 후에 수리의 가능한 위치는 B, C, D 중에서 자기 자신이 아닌 위치인 두 가지이므로, 총 $3\times2\times2\times2=24$가지이다. 따라서 24에서 흰 공이 3번 이상 뽑히는 경우의 수를 빼주면 된다.

공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 흰 공이 5번 뽑히는 경우는 두 번째에 A의 위치로 돌아와야 하고, 4번 뽑히는 경우는 5번째에 A의 위치에 있을 수 없으므로 5번째에 처음으로 A의 위치로 돌아오기 위해서는 흰 공은 3번 이하 뽑혀야 한다. 따라서 y는 24에서 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우의 수를 뺀 수이다. 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우에는 반드시 검은 공이 1번, 붉은 공이 1번 뽑혀야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑지 않는 경우

두 번째, 세 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 또한 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정이 되므로 총 4가지 경우가 있다.

따라서 전체 방법의 수는 $y=24-8=16$이다.

이제 x의 값을 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 6번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는 $3\times2\times2\times2\times2=48$ 가지다.

이제 흰 공이 세 번 이상 뽑히는 경우를 세어보자. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 따라서 흰 공을 정확히 4번 뽑아야 하고, 다른 2개의 공은 색이 같아야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째, 네 번째에는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 아닌 공을 뽑는 경우

두 번째, 세 번째, 네 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

따라서 전체 방법의 수는 $x=48-8=40$이다.

2020학년도 자연계열(오후) 채점기준

– 의학과 제외 –

[문항 1]

[문제 1-1] (20점)

(1) **(6점)**

4이하의 양의 정수 m에 대하여 직선 ℓ_m과 원 C_5이 제1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 p_m이라 하자. 이때 제시문 (가)와 같은 방법으로 $p_m^2+m=5$이 성립하므로 $p_m=\sqrt{5-m}$이다. 이제 ℓ_m과 C_6이 만나는 점에 대해서는 $(p_m+x_m)^2+m=6$이 된다. 따라서 $x_m=\sqrt{6-m}-\sqrt{5-m}$이다.
즉, $x_4=\sqrt{2}-1$, **(2점)** $x_3=\sqrt{3}-\sqrt{2}$이고, **(2점)** $x_1+x_2+x_3+x_4=\sqrt{5}-1$임을 알 수 있다. **(2점)**

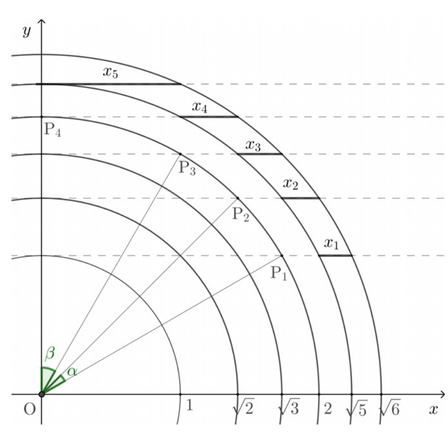
(2) **(6점)**

(α는 예각인 경우) 선분 OP_1과 x축이 이루는 예각을 θ라 하면, $\tan(\alpha+\theta)=1$이고 $\tan\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

이다. 따라서 탄젠트함수의 덧셈정리에 의하여 $\tan\alpha=\dfrac{1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}{1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=2-\sqrt{3}$ 이다.

(α는 둔각인 경우) $\alpha=\dfrac{7\pi}{12}$가 되고, $\tan\alpha=-2-\sqrt{3}$ 가 된다. **(4점)**

점 $(0,3)$과 P_3를 연결한 선분의 길이가 1이므로 $(\beta=\dfrac{\pi}{6})$ $\csc\beta=\overline{\mathrm{OP}_3}=2$이다. **(2점)**



* $\tan\alpha$의 경우, 세 가지 형태($2-\sqrt{3}$, $-2-\sqrt{3}$, $\pm 2-\sqrt{3}$)를 모두 답으로 인정함.

(3) **(8점)**

$y_1+\cdots+y_n=t_n$이라 두면, $t_n^2+1=n+1$ 이므로 $t_n=\sqrt{n}$이다. 따라서 $y_n=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}$이다. **(3점)**

$y_n+\dfrac{1}{y_n}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}+\dfrac{1}{\sqrt{n}-\sqrt{n-1}}=\sqrt{n}-\sqrt{n-1}+\sqrt{n}+\sqrt{n-1}=2\sqrt{n}$ 이므로 **(3점)**

$2\sqrt{n}\le 20$을 풀면 가장 큰 양의 정수 n은 100이다. **(2점)**

[문제 1-2] (30점)

(1) **(8점)**

이차함수 $y=f(x)$는 제시문 (나)에 건들을 만족해야 하므로, $f(x)\le 0$이고 $(0,0)$, $(-1,-1)$, $(1,-1)$을 지나야 하므로 $f(x)=-x^2$ 이다. **(1점)**

제시문 (나)의 내용을 이용하면, A의 넓이는 $2+2\displaystyle\int_0^1(-x^2)dx=\frac{4}{3}$가 된다. **(2점)**

직사각형 R_2의 x축과 평행한 한 변의 길이를 $2b$ (단, $b>1$)라 하면, R_2와 $y=f(x)$가 만나는 두 점의 $(-b,-b^2)$, $(b,-b^2)$이고, 제시문 (나)에 의해 영역 A와 영역 B가 합쳐진 부분의 넓이는 $2b^3+2\displaystyle\int_0^b(-x^2)dx=\frac{4}{3}b^3$ 이다. B의 넓이는 $\dfrac{4}{3}b^3-\dfrac{4}{3}$이 되고, **(3점)**

영역 A와 영역 B의 넓이가 서로 같으므로 $\dfrac{4}{3}=\dfrac{4}{3}b^3-\dfrac{4}{3}$이고, $b=\sqrt[3]{2}$이다.

따라서, 직사각형 R_2의 넓이는 $4b^3$ 이므로 8이다. **(2점)**

(2) **(10점)**

함수 $y=\cos^2x-1$에 대하여 $y'=-2\cos x\sin x=-\sin 2x$이고, $y''=-2\cos 2x$ 이므로

$y''=0$의 해는 $-\dfrac{\pi}{2}\le x\le\dfrac{\pi}{2}$의 범위에서 $x=\dfrac{\pi}{4},-\dfrac{\pi}{4}$이다.

따라서 변곡점의 좌표는 $\left(\dfrac{\pi}{4},-\dfrac{1}{2}\right)$, $\left(-\dfrac{\pi}{4},-\dfrac{1}{2}\right)$이다. **(3점)**

제시문 (나)에 의해 A의 넓이를 구하면 $\dfrac{\pi}{4}+2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx$가 된다.

$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx=\left[\frac{\sin 2x}{4}-\frac{x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{4}-\frac{\pi}{8}$이므로 A의 넓이는

$\dfrac{\pi}{4}+2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\cos^2x-1)dx=\frac{\pi}{4}+\left(\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}$이다. **(3점)**

한편, 직사각형 R_2의 x좌표는 $\dfrac{\pi}{2}$이고 이때의 함숫값은 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$이므로 이때 A와 B의 영역의 합을 구하면 $\pi+2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^2x-1)dx=\pi+\left[\frac{\sin 2x}{2}-x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$이다. **(3점)**

따라서, 영역 B의 넓이는 $\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{2}$이다. **(1점)**

(3) **(12점)**

제시문 (나)에 의하여 $g(a) = -2af(a) + 2\int_0^a f(x)dx$ 이다. **(3점)**

$g'(a) = -2f(a) - 2af'(a) + 2\frac{d}{da}\int_0^a f(x)dx$이고, 적분과 미분의 관계에 의하여 $\frac{d}{da}\int_0^a f(x)dx = f(a)$이므로, $g'(a) = 2af'(a)$가 성립한다. 따라서 $\lim_{a\to 0}\frac{g'(a)}{a} = 2f'(0)$이다. **(3점)**

한편 $f(-x) = f(x)$이므로 $f'(0) = -f'(0)$이므로, $2f'(0) = 0$이다. 따라서 $f'(0) = 0$이다. **(5점)**

$\lim_{a\to 0}\frac{g'(a)}{a} = 0$ 이다. **(1점)**

* 예제로 접근한 경우, 점수 없음. (예를 들어, $f(x) = -x^2$ 으로 놓고 푸는 경우, 0점).
* $f'(0) = 0$ 이라는 사실을 언급만 하고 (“y축에 대칭이다” 혹은 “f가 $x = 0$에서 극대값을 가진다”) 이유없이 그냥 이용하는 경우 -5점.

[문제 2-1] (20점)

(1) **(6점)**
아주가 D를 지나지 않으므로 점 A와 연결된 선들만 고려하면 된다. 따라서 홀수 번째의 시행에서 뽑는 공과 짝수 번째 시행 때 뽑는 공의 색은 같아야 한다. 그리고 짝수 번째에만 A의 위치에 있을 수 있다. 따라서 $p=0$이다. **(2점)**
홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 모두 k번 있다고 하면 6번째에서 다시 A에 있을 확률은 $\sum_{k=0}^{3} {}_3C_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{3-k}$이다. 따라서 이항정리에 의하여 $q=\left(\frac{4}{25}+\frac{9}{25}\right)^3=\left(\frac{13}{25}\right)^3$이다. **(4점)**

(2) **(14점)**
$2n$회의 시행 후, D를 지나지 않았고 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 k번 있다고 하자. 그럼 그때 받는 보상이 정확히 $X=2^k$가 된다. 각 경우의 확률은 $\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이며, ${}_nC_k$가지의 경우가 있으므로 이러한 경우의 확률은 $P\left(X=2^k\right)={}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$가 된다. **(4점)**

확률변수 X는 $0, 2^0, 2^1, \dots, 2^n$의 값이 가능하므로 기댓값 $E(X)$는 $\sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이다,
(2점)

이항정리에 의하여 $E(X)=\sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{8}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=\left(\frac{17}{25}\right)^n$이다. **(3점)**

한편, 같은 방법으로 $E(X^2)=\sum_{k=0}^{n} 2^{2k} {}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{16}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=1$이므로, **(3점)**

분산은 $E(X^2)-E(X)^2=1-\left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$이다. **(2점)**

[문제 2-2] (30점)

(1) **(8점)**
흰 공이나 검은 공을 뽑는 횟수를 k회라 하면, 이때의 확률은 ${}_nC_k\left(\frac{5}{6}\right)^k\left(\frac{1}{6}\right)^{n-k}$이다. **(2점)**
따라서

$$p_n={}_nC_0\left(\frac{5}{6}\right)^0\left(\frac{1}{6}\right)^n+{}_nC_1\left(\frac{5}{6}\right)^1\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+{}_nC_2\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}+{}_nC_3\left(\frac{5}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}+{}_nC_4\left(\frac{5}{6}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right)^{n-4}$$

이다. 따라서 $6^n p_n$은 최고차항의 계수가 $\frac{5^4}{24}$인 n에 대한 사차다항식이 된다. **(3점)**

따라서 $\lim_{n\to\infty}\frac{6^n}{n^4}p_n=\frac{5^4}{4!}=\frac{625}{24}$이다. **(3점)**

* $6^n p_n$은 최고차항의 계수가 $\frac{5^4}{24}$인 n에 대한 사차다항식임은 p_n을 정확히 구하지 않고도 알 수 있다.

(2) **(6점)**

(풀이1) $q_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}$이므로 $\sum_{n=3}^{\infty} q_n$은 초항이 $\frac{4}{27}$이고 공비가 $\frac{2}{3}$인 등비급수가 된다. **(3점)**

따라서, $\sum_{n=3}^{\infty} q_n = \frac{4}{27} \times \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{4}{9}$이다. **(3점)**

(풀이2) $q_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}$이므로 $\sum_{n=1}^{\infty} q_n$은 초항이 $\frac{1}{3}$이고 공비가 $\frac{2}{3}$인 등비급수가 된다. **(3점)**

따라서, $\sum_{n=1}^{\infty} q_n = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1-\frac{2}{3}} = 1$이므로 $\sum_{n=3}^{\infty} q_n = 1 - q_1 - q_2 = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$이다. **(3점)**

(3) **(16점)**

y의 값을 먼저 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 5번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는, 첫 번째 시행 후에 가능한 위치는 세 가지이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째의 시행 후에 수리의 가능한 위치는 B, C, D 중에서 자기 자신이 아닌 위치인 두 가지이므로, 총 $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$가지이다. 따라서 24에서 흰 공이 3번 이상 뽑히는 경우의 수를 빼주면 된다.

공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 흰 공이 5번 뽑히는 경우는 두 번째에 A의 위치로 돌아와야 하고, 4번 뽑히는 경우는 5번째에 A의 위치에 있을 수 없으므로 5번째에 처음으로 A의 위치로 돌아오기 위해서는 흰 공은 3번 이하 뽑혀야 한다. 따라서 y는 24에서 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우의 수를 뺀 수이다. 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우에는 반드시 검은 공이 1번, 붉은 공이 1번 뽑혀야 한다. **(4점)**

(i) 처음에 흰 공을 뽑지 않는 경우

두 번째, 세 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 또한 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정이 되므로 총 4가지 경우가 있다.

따라서 전체 방법의 수는 $y = 24 - 8 = 16$이다. **(4점)**

이제 x의 값을 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 6번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ 가지다.

이제 흰 공이 세 번 이상 뽑히는 경우를 세어보자. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 따라서 흰 공을 정확히 4번 뽑아야 하고, 다른 2개의 공은 색이 같아야 한다. **(4점)**

(i) 처음에 흰 공을 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째, 네 번째에는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 아닌 공을 뽑는 경우

두 번째, 세 번째, 네 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

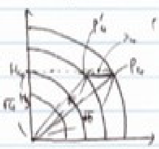
따라서 전체 방법의 수는 $x = 48 - 8 = 40$이다. **(4점)**

2020학년도 자연계열(오후) 합격자 우수답안

– 의학과 제외 –

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

1-1-1. λ_4를 구하기 위해 그림을 그려보자.



(이때 P_4는 원과의 교점)

옆의 그림과 같이 $\lambda_4 = \overline{P_4P'_4} = \overline{P_4H_4} - \overline{P'_4H_4}$ 이다.

이때 피타고라스 ~~정리~~ 정리에 의해 $\overline{P_4H_4}^2 = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2$, $\overline{P'_4H_4}^2 = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{4})^2$ 이므로 $\lambda_4 = \sqrt{2} - 1$ 이다.

위와 비슷한 방법으로 $\lambda_3 = \overline{P_3H_3} - \overline{P'_3H_3} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{4})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{2} - \sqrt{1}$ 이다.

따라서 이를 반복하면 $\lambda_2 = \sqrt{4} - \sqrt{3}$, $\lambda_1 = \sqrt{5} - \sqrt{4}$ 이므로 $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = \sqrt{5} - 1$ 이다.

1-1-2. 두 점 P_1, P_2에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2라 하고, $\angle P_1OH_1 = \theta_1$, $\angle P_2OH_2 = \theta_2$라 하자.

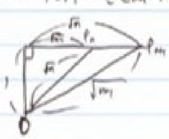
이때 피타고라스 정리에 의해 ~~$\overline{H_1O} = \sqrt{3}$, $\overline{P_2H_2}$~~ $\overline{H_1O} = \sqrt{3}$, $\overline{H_2O} = \sqrt{2}$ 이므로 $\tan\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tan\theta_2 = 1$ 이다.

$\tan\alpha = \tan(\theta_2 - \theta_1)$ 이므로 $\tan(\theta_2 - \theta_1) = \frac{\tan\theta_2 - \tan\theta_1}{1 + \tan\theta_2 \tan\theta_1} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \tan\alpha$ 이다.

점 P_3에서 y축에 내린 수선의 발을 점 H_3라 한다면, $\angle P_3OH_3 = \beta$ 이다.

따라서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{P_3H_3} = 1$ 이므로 ~~$\sin\alpha = \frac{1}{2}$ 이고 $\csc\alpha$~~ $\sin\beta = \frac{1}{2}$ 이고 $\csc\beta = 2$ 이다.

1-1-3. 직선 l_n과 원 C_{n+1}이 만나는 점을 P_{n+1}, C_n과 만나는 점을 P_n이라 할 때 옆의 그림과 같은 직각삼각형이 그려진다.



이때 피타고라스 정리에 의해 $y_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ 이다.

따라서 $y_n + \frac{1}{y_n} = \sqrt{n} - \sqrt{n-1} + \frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}} = 2\sqrt{n}$ 이므로

$2\sqrt{n} \le 20 \iff n \le 100$ 을 만족하는 가장 큰 자연수 n은 100이다.

1-2-1. R_1이 정사각형이므로 R_1과 $y = ax^2$이 만나는 한 점을 $(1, 1)$이라 할 수 있다.

이를 $y = ax^2$에 대입하면 $a = 1$ 이므로 $f(x) = -x^2$이 된다.

이때 A의 넓이 $= 2\int_0^1 f(x) - (-1)\,dx = 2\int_0^1 -x^2 + 1\,dx = \frac{4}{3}$ 이다.

~~B에서~~ R_2와 $y = -x^2$이 만나는 오른쪽 위의 점을 $(\alpha, -\alpha^2)$이라 하자 $(\alpha > 0)$

이때 B의 넓이를 α에 대해 나타내면 $B = 2\int_0^{\alpha} f(x) - (-\alpha^2)\,dx - A$

$= 2\int_0^{\alpha} -x^2 + \alpha^2\,dx - \frac{4}{3}$

$= \frac{4}{3}\alpha^3 - \frac{4}{3}$ 이다.

$A = B$ 이므로 $\frac{4}{3} = \frac{4}{3}\alpha^3 - \frac{4}{3} \iff \alpha = 2^{\frac{1}{3}}$. 따라서 ~~$B = \frac{4}{3}\alpha^3 - \frac{4}{3}$~~ R_2는 가로가 $2 \times 2^{\frac{1}{3}}$, 세로가 $2 \times 2^{\frac{2}{3}}$ 인 직사각형이므로

R_2의 넓이는 $4 \times 2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 8$

1-2-2. $f'(x) = -2\cos x \sin x = -\sin 2x$ 이고, $f''(x) = -2\cos 2x$ 이다.

따라서 $f''(x) = 0$ 이 되기 위해 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 사이 범위에서 $x = -\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$ 를 얻는다.

따라서 $f(x)$의 변곡점은 $\left(-\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ 이다.

이때 A의 넓이는 $2\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) - \left(-\frac{1}{2}\right)dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x - \frac{1}{2}\,dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{2}\,dx$ ($\because$ 삼각함수의 반각공식에 의하여 $\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$)

$2\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{2}\,dx = 2\left[\frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2} = A$.

$B = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) - (-1)\,dx - A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,dx - A = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2}\,dx - A = 2\left[\frac{1}{2}x + \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - A = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

$\therefore A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}$

1-2-3. 제시문 (나)에서 $g(a)$를 구하는 방식대로 $g(a)$를 구해보면 다음과 같다.

$g(a) = 2\left(|a f(a)| - \int_0^a |f(x)|\,dx\right)$. 이때 $f(x) \le 0$ 이고, a는 넓이를 구하는 점의 x좌표이므로 $a > 0$ 이다.

따라서 $g(a) = 2\left(-af(a) + \int_0^a f(x)\,dx\right)$ 이므로 양 변을 a에 대하여 미분하면 $g'(a) = 2\left(-f(a) - af'(a) + f(a)\right)$를 얻는다.

이때 $a > 0$ 이므로 양변을 a에 대하여 나누면 $\frac{g'(a)}{a} = -2f'(a)$. …①

$f'(x)$는 미분가능한 함수이므로 $\lim_{a \to 0} f'(a) = f'\left(\lim_{a \to 0} a\right)$가 성립하므로 ①의 식에 양변에 극한을 취해주면 다음과 같다.

$\lim_{a \to 0} \frac{g'(a)}{a} = \lim_{a \to 0} -2f'(a) = -2f'\left(\lim_{a \to 0} a\right) = -2f'(0)$, 이때 $y = f(x)$는 원점을 지나고 y축 대칭이므로 $f'(0) = 0$. $\therefore \lim_{a \to 0} \frac{g'(a)}{a} = 0$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

2-1-1. 야구가 점 D로 가려면 연기 위해서는 같은 색의 공을 연속으로 2번 뽑아야 한다.

이때 5번 시행했을 때 ~~같은 색의 공을 2번씩~~ 같은 색의 공을 연속으로 2번 뽑는 시행을 하면 야구는 점 A에 위치하므로 5번째 다음에 뽑아도 A에 위치할 수 없다.

따라서 $p=0$.

야구가 흰공을 뽑을 확률은 $\frac{2}{5}$, 검은공을 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$ 이므로 흰색 2번 연속으로 뽑을 확률 $=\frac{4}{25}$, 검은색 연속 2번으로 뽑을 확률 $=\frac{9}{25}$ 이다.

~~따라서 2번이 시행을 하면 ...~~ 따라서 공을 연속으로 2번 뽑는 시행을 진행했을 때 흰공을 연속 2번으로 n번 뽑았을 확률은 ${}_3C_n \times \left(\frac{4}{25}\right)^n \times \left(\frac{9}{25}\right)^{3-n}$ 이므로

야구가 A점에 위치할 확률 $=\sum_{n=0}^{3} {}_3C_n \left(\frac{4}{25}\right)^n \left(\frac{9}{25}\right)^{3-n} = \left(\frac{4}{25}+\frac{9}{25}\right)^3 = \left(\frac{13}{25}\right)^3$

(흰-흰이 k번일)

2-1-2. 2n번의 시행중 D로 안가려면 같은 색의 공을 2번연속 뽑는 시행을 n번해야 하므로 (2-1-1)과 비슷한 방법으로 n번 시행했을 때의 확률은 ${}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$ 이다.

이때 점 C를 지나서 위해 흰공 2개 연속으로 2번 뽑아야 하므로 ${}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$ 이다.

따라서 ~~상금~~ 이때의 기댓값은 $\sum_{k=0}^{n} {}_nC_k \times 2^k \times \left(\frac{4}{25}\right)^k \times \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k \left(\frac{8}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \left(\frac{17}{25}\right)^n$.

2n번의 시행 중 D를 지날때의 확률 $= 1-$(D를 안지날때의 확률)이다.

따라서 D를 지날때 얻는 기댓값 $= 0 \times (1-(\text{D를 안지날때의 확률})) = 0$.

따라서 야구가 받을 수 있는 상금의 기댓값은 $\left(\frac{17}{25}\right)^n$ 이다.

이때 분산 $=E(X^2)-(E(X))^2$ 이므로

$E(X^2)=\sum_{k=0}^{n} 4^k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{16}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \left(\frac{25}{25}\right)^n = 1$

$(E(X))^2=\left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$ 이므로 분산 $= 1-\left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$ 이다.

2-2-1. 5(의) 눈이 나올 확률 $=\frac{1}{6}$, 정수 k가 나오지 않을 확률 $=\frac{5}{6}$ 이다.

따라서 5(의) 눈이 n-4번 나올 확률 $= {}_nC_4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^{n-4} \left(\frac{5}{6}\right)^4 = {}_nC_4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \times 5^4$

n-3번 나올 확률 $=$ ~~${}_nC_3 \times$~~ ${}_nC_3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \times 5^3$

n-2번 나올 확률 $= {}_nC_2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \times 5^2$

n-1번 나올 확률 $= {}_nC_1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \times 5$

n번 나올 확률 $= {}_nC_0 \times \left(\frac{1}{6}\right)^n \times 1$

따라서 p_n은 위의 ~~...~~ 구한 확률들의 합이므로 $\frac{1}{n^4}(6^n p_n) =$ ~~...~~ $\frac{1}{n^4}\left(\sum_{k=0}^{4} 5^k {}_nC_k\right)$ 이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4}(6^n p_n) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \times 5^4 \times {}_nC_4 + 0 = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^4} \times n(n-1)(n-2)(n-3) \times \frac{1}{4\times3\times2\times1} \times 5^4 = \frac{625}{24}$.

2-2-2. n번째에 처음 실선으로 이동할 확률은 n-1번째까지 정수 k는 검은공을 뽑고 n번째에 흰공을 뽑을 확률과 동일하다.

~~따라~~ 이때 흰공을 뽑을 확률 $=\frac{2}{6}$, 검은공 혹은 흰공 외 뽑을 확률 $=\frac{4}{6}$ 이므로

$q_n=\left(\frac{4}{6}\right)^{n-1} \times \frac{2}{6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}$

$\therefore \sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3} = \lim_{m\to\infty} \left(\sum_{n=3}^{m} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \frac{1}{3}\right) = \lim_{m\to\infty} \frac{1}{1-\frac{2}{3}} \times \left(\frac{4}{27}\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{m-3}\right)\right) = \frac{4}{9}$

2-2-3. k번째에 점 C에 ~~...~~ 위치하는 경우의 수를 C_k

k번째에 점 B에 위치하는 경우의 수를 B_k

k번째에 점 D에 위치하는 경우를 D_k라 하면, ~~...~~ B, C, D 각각 A로 이동하지 않는 경우는 각각 2가지씩 있다.

따라서 A에 한 번 A에서 떠나지 않는 경우의 수는 ~~2^k가지이다~~ $3\times2^{k-1}$가지이다.

이때 n번째 실선으로 2번 이상 이동해야 하므로 ~~$2-(3\times2^5$~~

2019학년도 자연계열(오후) 논술고사

– 의학과 제외 –

[문항 1] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.**

(가) 삼차함수 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a > 0)$의 도함수 $f'(x)$는 이차함수이다. 이차방정식 $f'(x) = 0$이 서로 다른 두 실근 $\alpha,\ \beta\ (\alpha < \beta)$를 가질 때, 삼차함수 $f(x)$는 $x = \alpha$일 때 극댓값 $f(\alpha)$, $x = \beta$일 때 극솟값 $f(\beta)$를 갖는다. 삼차함수의 그래프를 삼차곡선이라 부른다.
 한편 방정식 $f'(x) = 0$이 서로 다른 두 실근 $\alpha,\ \beta\ (\alpha < \beta)$를 가지므로 일차방정식 $f''(x) = 0$은 α와 β 사이에서 근 γ를 갖는다. 삼차곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\mathrm{I}(\gamma, f(\gamma))$를 이 곡선의 변곡점이라 한다.

(나) 방정식 $g(x,y) = 0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 K만큼, y축의 방향으로 L만큼 평행이동한 도형의 방정식은 $g(x-K, y-L) = 0$이다. 예를 들면, $a \neq 0$일 때 방정식 $y = ax^2 + bx + c$가 나타내는 포물선을 x축의 방향으로 $\dfrac{b}{2a}$만큼, y축의 방향으로 $\dfrac{b^2-4ac}{4a}$만큼 평행이동한 포물선의 방정식은 $y = ax^2$이다.

[문제 1–1] **(15점) 제시문 (가)에서 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$이라 할 때 다음 문제에 답하라.**

(1) 함수 $f(x)$가 $x = \alpha$에서 극댓값, $x = \beta$에서 극솟값을 가질 때, 두 점 $\mathrm{A}(\alpha, f(\alpha))$와 $\mathrm{B}(\beta, f(\beta))$의 좌표를 각각 구하라. 또한 선분 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점의 좌표를 구하라.

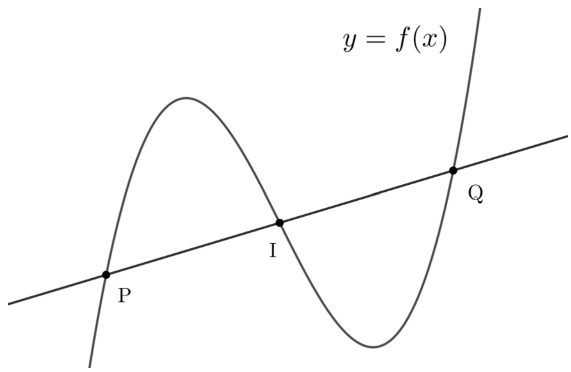
(2) 삼차곡선 $y = f(x)$의 변곡점 I의 좌표를 구하라.

[문제 1–2] **(20점) 제시문 (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.**

(1) 곡선 $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$을 x축의 방향으로 K만큼, y축의 방향으로 L만큼 평행이동한 곡선의 방정식이 $y = x^3 + Bx$ 꼴로 나타날 때 상수 B, K, L을 구하라.

(2) 곡선 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ \ (a \neq 0)$을 x축의 방향으로 K만큼, y축의 방향으로 L만큼 평행이동한 곡선의 방정식이 $y = ax^3 + Bx$ 꼴로 나타날 때 B, K, L을 각각 a, b, c, d에 관한 식으로 나타내라.

[문제 1-3] (15점) 삼차함수 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a>0)$의 도함수가 서로 다른 실근을 갖는다. 삼차곡선 $y=f(x)$의 변곡점 I를 지나는 직선이 [그림 1-1]과 같이 세 점 P, I, Q에서 곡선과 만난다고 하자. 제시문 (가)와 [문제 1-2]를 참조하여 다음 문제에 답하라.



[그림 1-1]

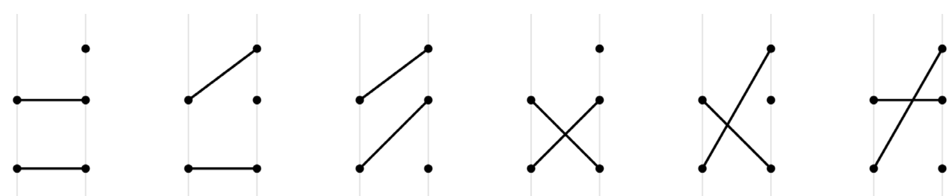
(1) 선분 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점이 I임을 보여라.

(2) 선분 $\overline{\mathrm{PI}}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 선분 $\overline{\mathrm{IQ}}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같음을 보여라.

[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) 두 개의 자연수 m, $n\,(2 \le m \le n)$과 수열 $\{c_k\}$가 주어져 있다. 좌표평면에서 y축 위의 m개의 점 $\mathrm{A}_i(0, c_i)\,(i=1, 2, \ldots, m)$으로 이루어진 집합 $\mathbb{A}=\{\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \ldots, \mathrm{A}_m\}$과 직선 $x=1$ 위의 n개의 점 $\mathrm{B}_j(1, c_j)\,(j=1, 2, \ldots, n)$으로 이루어진 집합 $\mathbb{B}=\{\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, \ldots, \mathrm{B}_n\}$을 생각하자. 집합 $\mathbb{A}$의 각 원소를 집합 $\mathbb{B}$의 서로 다른 원소와 짝지어 선분으로 연결한 것을 '짝짓기'라 부르자. 두 자연수 $m \le n$에 대하여 가능한 짝짓기의 총 개수는 $\boxed{\text{(a)}}$이다.

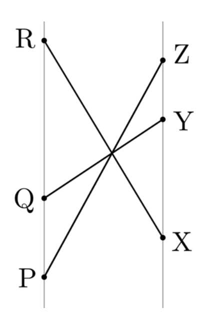
예를 들어 $m=2$, $n=3$일 때 가능한 짝짓기의 경우는 다음 6가지가 있다.



[그림 2-1]

각각의 짝짓기에는 정확히 m개의 선분이 있고, 두 개 이상의 선분이 만나 교점이 생길 수 있다. 짝짓기가 가질 수 있는 교점 개수의 최솟값은 0이다. 모든 짝짓기 중에서 교점이 없는 짝짓기의 개수는 $\boxed{\text{(b)}}$이다.

(나) 짝짓기에서 [그림 2-2]와 같이 세 개 이상의 선분이 한 개의 교점에서 만날 수도 있다. y축 위의 세 점 P, Q, R와 직선 $x=1$ 위의 세 점 X, Y, Z가 있을 때, 세 선분 $\overline{\mathrm{PZ}}$, $\overline{\mathrm{QY}}$, $\overline{\mathrm{RX}}$가 한 점에서 만나기 위한 필요충분조건은 $\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{YZ}} = \overline{\mathrm{QR}} : \overline{\mathrm{XY}}$가 성립하는 것이다.



[그림 2-2]

[문제 2-1] (10점) 제시문 (가)의 (a), (b)에 들어갈 식을 각각 m과 n으로 나타내라.

[문제 2-2] (20점) 제시문 (가)에서 $m=4$, $n=8$이고, 공차가 양수인 등차수열 $\{c_k\}$에 대해서

$$\mathbb{A}=\{\mathrm{A}_1(0,c_1),\ \ldots\ ,\mathrm{A}_4(0,c_4)\},\ \mathbb{B}=\{\mathrm{B}_1(1,c_1),\mathrm{B}_2(1,c_2),\ \ldots\ ,\mathrm{B}_8(1,c_8)\}$$

이라 하자. 제시문 (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

(1) 교점의 개수가 정확히 한 개이고 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 짝짓기의 개수를 구하라.

(2) 교점의 개수가 정확히 한 개이고, 그 점에서 세 개 이상의 선분이 만나는 짝짓기의 개수를 구하라.

[문제 2-3] (20점) 제시문 (가)에서 $m=n=5$이고, 공차가 양수 d인 등차수열 $\{c_k\}$에 대해서

$$\mathbb{A}=\{\mathrm{A}_1(0,c_1),\mathrm{A}_2(0,c_2),\ \ldots\ ,\mathrm{A}_5(0,c_5)\},\ \mathbb{B}=\{\mathrm{B}_1(1,c_1),\mathrm{B}_2(1,c_2),\ \ldots\ ,\mathrm{B}_5(1,c_5)\}$$

라 하자. 이 때 가능한 모든 짝짓기에서 나오는 선분의 총 개수는 $5!\times 5=600$이다.

(1) 600개의 모든 선분 중에서 길이가 1인 선분의 개수를 구하라.

(2) 600개의 모든 선분의 길이의 합 L을 d에 관해 표현하고 $\displaystyle\lim_{d\to\infty}\frac{L}{d}$의 값을 구하라.

2019학년도 자연계열(오후) 모범답안

– 의학과 제외 –

[문제 1–1]

(1) $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$이므로 $x=1$에서 극대이고, $x=3$에서 극소이다. 그러므로 $A(1,5)$, $B(3,1)$이고, 따라서 중점의 좌표는 $(2,3)$이다.

(2) $y'' = 6x - 12 = 0$의 근은 $x=2$이므로 변곡점의 좌표는 $(2,3)$이다.

[문제 1–2]

(1) 방정식 $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$에서 $y - 3 = (x-2)^3 - 3(x-2)$이므로, x축으로 $K=-2$만큼 y축으로 $L=-3$만큼 평행이동하면 $y = x^3 - 3x$를 얻을 수 있다.
따라서 $B=-3$, $K=-2$, $L=-3$

(2) $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$를 적절히 변형하면

$$\begin{aligned} y &= ax^3 + bx^2 + cx + d \\ &= a(x+\frac{b}{3a})^3 + (c-\frac{b^2}{3a})x + d - \frac{b^3}{27a^2} \\ &= a(x+\frac{b}{3a})^3 + (c-\frac{b^2}{3a})(x+\frac{b}{3a}) + d - \frac{bc}{3a} + \frac{2b^3}{27a^2} \end{aligned}$$

이므로, x축으로 $\frac{b}{3a}$, y축으로 $-d+\frac{bc}{3a}-\frac{2b^3}{27a^2}$만큼 평행이동 하면 $y = ax^3 + \left(c-\frac{b^2}{3a}\right)x$를 얻을 수 있다.

따라서 $B = c - \frac{b^2}{3a}$, $K = \frac{b}{3a}$, $L = -d + \frac{bc}{3a} - \frac{2b^3}{27a^2}$이다.

[문제 1–3]

(1) 삼차곡선을 평행이동 하더라도 변곡점의 상대적 위치는 변하지 않으므로 [문제 1-2 (2)]에 의하여 삼차함수가 $f(x) = ax^3 + Bx$라고 가정해도 된다. 이때 $f(x)$의 변곡점은 $\mathrm{I}(0,0)$이다. 따라서 변곡점을 지나는 직선의 방정식을 $y = kx$라고 할 수 있다.

방정식 $ax^3 + Bx = kx$를 풀면 $x = -\sqrt{\frac{k-B}{a}}$, $x=0$, $x = \sqrt{\frac{k-B}{a}}$이므로, P의 좌표는 $\left(-\sqrt{\frac{k-B}{a}}, -k\sqrt{\frac{k-B}{a}}\right)$, Q의 좌표는 $\left(\sqrt{\frac{k-B}{a}}, k\sqrt{\frac{k-B}{a}}\right)$이다. 따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점은 $(0,0)$이고 이는 I와 같다.

(2) 선분 $\overline{\mathrm{PI}}$ 와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 면적을 S, 선분 $\overline{\mathrm{IQ}}$ 와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 면적을 T라 하자. 그러면

$$S=\int_{-\sqrt{\frac{k-B}{a}}}^{0}(ax^3+Bx-kx)dx,\quad T=\int_{0}^{\sqrt{\frac{k-B}{a}}}(kx-ax^3-Bx)dx$$

이다. 한편 $S=\int_{-\sqrt{\frac{k-B}{a}}}^{0}(ax^3+Bx-kx)dx$에서 $x=-t$로 치환하면, $\frac{dx}{dt}=-1$이므로

$$S=\int_{-\sqrt{\frac{k-B}{a}}}^{0}(ax^3+Bx-kx)dx=\int_{0}^{\sqrt{\frac{k-B}{a}}}(at^3+Bt-kt)dt=T$$

[문제 2-1]

(a) $\mathbb{B}$에서 m개의 점을 선택하여 각각 $\mathbb{A}$와 짝짓는 경우의 수이므로 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n\mathrm{P}_m=\frac{n!}{(n-m)!}=n(n-1)\cdots(n-m+1)$

(b) $\mathbb{B}$에서 m개의 점을 선택하면 교점이 생기지 않는 경우는 한 가지 경우 뿐 이다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n\mathrm{C}_m=\frac{n!}{(n-m)!m!}$이다.

[문제 2-2]

(1) 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않으므로 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $\mathbb{B}$에서 4개를 선택하여 이웃한 두 점의 위치를 한 번 바꾸어 $\mathbb{A}$의 네 점과 차례대로 연결하는 개수와 같다. 각 4개의 점에서 이웃한 점을 선택하는 경우의 수는 3이므로 모두 $3\times{}_8\mathrm{C}_4=210$가지.

(2) 등차수열의 공차를 d라 하자. 한 점에서 만나는 선분이 연결된 $\mathbb{A}$의 점들은 서로 인접해 있어야 한다. 세 점 이상이 한 점에서 만난다고 했으므로 $\mathbb{A}$에서 인접한 $k(\geq 3)$개의 점을 먼저 선택하여 각 경우의 개수를 구하는 방법으로 경우의 수를 구할 수 있다. 이때 이 k개의 점과 연결된 $\mathbb{B}$의 점들은 같은 간격으로 구성되어야 한다.

$k=4$:
- $\ell=1$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 1인 경우는 $\{\mathrm{B}_1,\ldots,\mathrm{B}_4\}$, … , $\{\mathrm{B}_5,\ldots,\mathrm{B}_8\}$로 모두 5개.
- $\ell=2$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 2인 경우는 $\{\mathrm{B}_1,\mathrm{B}_3,\mathrm{B}_5,\mathrm{B}_7\}$, $\{\mathrm{B}_2,\mathrm{B}_4,\mathrm{B}_6,\mathrm{B}_8\}$로 모두 2개.
- $\ell\geq 3$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 ℓ인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 7개.

$k=3$: $\mathbb{A}$에서 인접하게 3개를 선택하는 경우는 $\{\mathrm{A}_1,\mathrm{A}_2,\mathrm{A}_3\}$와 $\{\mathrm{A}_2,\mathrm{A}_3,\mathrm{A}_4\}$ 뿐이다.
먼저 $\{\mathrm{A}_1,\mathrm{A}_2,\mathrm{A}_3\}$ 경우를 생각하자. A_4와 연결되는 $\mathbb{B}$의 점이 있어야 하므로 $\{\mathrm{B}_1,\ldots,\mathrm{B}_7\}$에서 같은 간격이 되도록 3개의 점을 선택한다. 그리고 A_4와 연결되는 점을 하나 선택하면 된다.

- $\{B_1,B_2,B_3\}$일 때 A_4와 연결되는 점은 B_4에서 B_8까지에서 선택되어야 하므로 5가지
- 같은 방식으로 $\{B_2,B_3,B_4\}$부터 $\{B_5,B_6,B_7\}$에서의 경우의 수는 각각 4, 3, 2, 1가지
- $\{B_1,B_3,B_5\}$일 때 A_4와 연결되는 점은 B_6에서 B_8까지에서 선택되어야 하므로 3가지
- 같은 방식으로 $\{B_2,B_4,B_6\}$, $\{B_3,B_5,B_7\}$의 경우의 수는 각각 2, 1가지.
- $\{B_1,B_4,B_7\}$일 때 A_4와 연결될 수 있는 점은 B_8 뿐이므로 1가지

따라서 합의법칙에 의하여 모두 22가지 경우가 있다.

한편 $\{A_2,A_3,A_4\}$의 경우는 $\{A_1,A_2,A_3\}$ 경우와 대칭적이므로 역시 22가지 경우가 있다.

따라서 모두 44개.

위 두 경우를 종합하면 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $7+44=51$(개)다.

[문제 2-3]

(1) 선분의 길이가 1이 되기 위해서는 $i=1,\ldots,5$에 대하여 A_i와 B_i가 연결되어야 한다.

선분 $\overline{A_iB_i}$을 포함한 짝짓기의 개수를 구해보면 모두 4!(개)로 일정하므로 따라서 길이가 1인 선분의 개수는 $5\times4!=120$(개)이다.

(2) 점의 좌표 및 등차수열의 일반항을 이용하여 $\mathbb{A}$와 $\mathbb{B}$의 점 사이의 거리를 구해보면 생길 수 있는 선분의 길이의 종류는 1, $\sqrt{1+d^2}$, $\sqrt{1+4d^2}$, $\sqrt{1+9d^2}$, $\sqrt{1+16d^2}$ 이다.

(1)과 같은 방법으로 각 선분의 개수를 구해보면 다음과 같다.

- 선분의 길이가 1인 경우 : $5\times4!$ (개)
- 선분의 길이가 $\sqrt{1+d^2}$ 인 경우 : $4\times2\times4!$
- 선분의 길이가 $\sqrt{1+4d^2}$ 인 경우 : $3\times2\times4!$
- 선분의 길이가 $\sqrt{1+9d^2}$ 인 경우 : $2\times2\times4!$
- 선분의 길이가 $\sqrt{1+16d^2}$ 인 경우 : $1\times2\times4!$

따라서 $L=4!\times(5+8\sqrt{1+d^2}+6\sqrt{1+4d^2}+4\sqrt{1+9d^2}+2\sqrt{1+16d})$이므로,

$$\lim_{d\to\infty}\frac{L}{d}=4!\times\frac{(5+8\sqrt{1+d^2}+6\sqrt{1+4d^2}+4\sqrt{1+9d^2}+2\sqrt{1+16d})}{d}=960$$

2019학년도 자연계열(오후) 채점기준

– 의학과 제외 –

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	$A(1,5)$	3점
	$B(3,1)$	3점
	중점의 좌표 $(2,3)$	4점
(2)	$y'' = 6x-12=0$ 식	2점
	변곡점의 좌표 $(2,3)$	3점
[1-2] (1)	$y-3=(x-2)^3-3(x-2)$ 이나 이와 동등한 종류의 식 혹은 변곡점만큼을 평행이동 시키면 된다는 언급	1점
	$B=-3$	3점
	$K=-2$	3점
	$L=-3$	3점
(2)	$y=a(x+\frac{b}{3a})^3+(c-\frac{b^2}{3a})(x+\frac{b}{3a})+d-\frac{bc}{3a}+\frac{2b^3}{27a^2}$ 이나 이와 동등한 종류의 식 혹은 변곡점 만큼을 평행이동 시키면 된다는 언급	1점
	$B=c-\frac{b^2}{3a}$	3점
	$K=\frac{b}{3a}$	3점
	$L=-d+\frac{bc}{3a}-\frac{2b^3}{27a^2}$	3점
[1-3] (1)	$f(x)=ax^3+Bx$라고 가정	2점
	$ax^3+Bx=kx$ 식	2점
	P와 Q의 x좌표 정확히 찾음	2점
	P의 좌표는 $\left(-\sqrt{\frac{k-B}{a}}, -k\sqrt{\frac{k-B}{a}}\right)$, Q의 좌표 $\left(\sqrt{\frac{k-B}{a}}, k\sqrt{\frac{k-B}{a}}\right)$	4점
(2)	선분 $\overline{\mathrm{PI}}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이 $S=\int_{-\sqrt{\frac{k-B}{a}}}^{0}(ax^3+Bx-kx)dx$	1점
	선분 $\overline{\mathrm{IQ}}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이 $T=\int_{0}^{\sqrt{\frac{k-B}{a}}}(kx-ax^3-Bx)dx$	1점
	$x=-t$로 치환하여 $S=T$ 증명	3점

하위 문항	채점 기준	배점
[2–1]	${}_{n}\mathrm{P}_{m} = \dfrac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\cdots(n-m+1) = m! \times {}_{n}\mathrm{C}_{m}$	5점
	${}_{n}\mathrm{C}_{m} = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$	5점
[2–2] (1)	3가지 경우가 있다는 아이디어	3점
	$3 \times {}_{8}\mathrm{C}_{4} = 210$	4점
(2)	$k=3,\ 4$경우를 나누는 아이디어	2점
	$k=4$인 경우 7개	3점
	$k=3$인 경우 44개	7점
	$7+44=51$	1점
[2–3] (1)	선분의 길이가 1이 되기 위해서는 $i=1,\ldots,5$에 대하여 A_i와 B_i가 연결되어야 한다.	1점
	선분 $\overline{\mathrm{A}_i\mathrm{B}_i}$을 포함한 짝짓기의 개수를 구해보면 모두 4!(개)로 일정	2점
	$5 \times 4! = 5! = 120$	3점
(2)	생길 수 있는 선분의 길이의 종류가 모두 나오면 1, $\sqrt{1+d^2}$, $\sqrt{1+4d^2}$, $\sqrt{1+9d^2}$, $\sqrt{1+16d^2}$	4점
	$L = 4! \times (5 + 8\sqrt{1+d^2} + 6\sqrt{1+4d^2} + 4\sqrt{1+9d^2} + 2\sqrt{1+16d})$	6점
	$\displaystyle\lim_{d\to\infty}\frac{L}{d} = 4! \times (8+12+12+8) = 960$	4점

2019학년도 자연계열(오후) 합격자 우수답안

– 의학과 제외 –

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

[1-1] (1) $f'(x) = 3x^2-12x+9 = 3(x-1)(x-3)$

x		1		3	
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	5	↘	1	↗

~~표~~ 왼쪽 표를 보면 극댓값의 좌표는 (1, 5) 극솟값은 (3, 1) 이다.

즉 A좌표는 A(1, 5), B좌표는 B(3, 1)

$\overline{AB}$의 중점의 좌표는 $\left(\frac{1+3}{2}, \frac{5+1}{2}\right) = (2, 3)$ 이다.

(2) $f''(x) = 6x-12 = 6(x-2)$

변곡점의 x좌표는 2, y좌표는 $f(2)=3$

∴ 변곡점 I 좌표는 (2, 3) 이다.

[1-2] (1) 제시문(나)에 의해 곡선 $y=x^3-6x^2+9x+1$을 x축 방향으로 k y축 방향으로 L만큼 평행이동 시킨 곡선의 방정식은 $y-L=(x-k)^3-6(x-k)^2+9(x-k)+1$

이때 이 방정식이 $y=x^3+Bx$가 ~~되기~~ 되기 위해서는

x^2의 계수와 상수항이 0이 되야 한다.

x^2의 계수는 $-6-3k=0$ 이므로 $k=-2$ 상수항은 $-k^3-6k^2-9k+1-L = 3-L=0$ $L=3$

x의 계수는 $B=3k^2+12k+9=-3$ ~~B=~~ ∴ $k=-2, L=3, B=-3$

(2) (1)과 마찬가지로 $y-L=a(x-k)^3+b(x-k)^2+c(x-k)+d$ 에서 x^2계수와 상수항이 0이 되면 된다.

x^2의 계수는 $b-3ka=0$ 이므로 $k=\frac{b}{3a}$, 상수항은 $-ak^3+bk^2-ck+d+L=0$ $k=\frac{b}{3a}$를 대입하면

$L=\cancel{\frac{2b^3}{27a}}-\frac{2b^3}{27a^2}+\frac{bc}{3a}-d$ x계수는 $B=3ak^2-2bk+c=\frac{b^2}{3a}-\frac{2b^2}{3a}+c=-\frac{b^2}{3a}+c$

∴ $k=\frac{b}{3a}$, $L=-\frac{2b^3}{27a^2}+\frac{bc}{3a}-d$, $B=-\frac{b^2}{3a}+c$

[1-3] (1) [1-2]의 (2)를 이용해 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$를 ~~x축 방향~~ x축 방향으로 $\frac{b}{3a}$만큼, y축 방향으로 $-\frac{2b^3}{27a^2}+\frac{bc}{3a}-d$만큼 평행이동 ~~시켜~~ 시켜 이를 $g(x)$라 하면 $g(x)=$ ~~$ax^3-(\frac{b^2}{3a}-c)x$~~ $ax^3-\left(\frac{b^2}{3a}-c\right)x$

$\frac{b^2}{3a}-c=e$라 하면 $g(x)=ax^3-ex$ ~~~~ $g''(x)=6ax$ $g(x)$의 변곡점은 $(0, g(0))=(0,0)$

(0,0)을 지나는 직선 $y=mx$와 $g(x)$의 교점을 구하면 $ax^3-ex=mx$ $x\{ax^2-(e+m)\}=0$ ($e+m>0$ ∵ 교점이 3개)

두 교점을 P', Q'라 하면 P'는 $\left(-\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}, g\left(-\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}\right)\right)$ Q'는 $\left(\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}, g\left(\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}\right)\right)$ 이다.

또한 $g(x)=ax^3-ex$, $g(-x)=-ax^3+ex$ 이므로 $g(x)+g(-x)=0$

즉 P'Q'의 중점은 ~~(0,0)~~ $g(x)$의 변곡점 (0,0)이다.

이를 다시 (x방향으로 $-\frac{b}{3a}$만큼 y방향으로 $\frac{2b^3}{27a^2}-\frac{bc}{3a}+d$만큼) 평행이동 시킨다면 점 P, Q, I 모두 P', Q', O 점과 같은 방향과 거리만큼 이동한 것이므로

선분 PQ의 중점은 I 이다.

(2) 선분 $\overline{PI}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분은 선분 $\overline{P'O}$와 곡선 $y=g(x)$ …①

선분 $\overline{IQ}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분은 선분 $\overline{OQ'}$와 곡선 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분 …② 의 넓이와 같다

[1-3](1)에 의해 P'의 x좌표는 $-\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}$, Q'의 x좌표는 $\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}$ 이므로

$①=\left|\int_{-\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}}^{0} x\{ax^2-(e+m)\}dx\right|$ $②=\left|\int_{0}^{\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}} x\{ax^2-(e+m)\}dx\right|$

$①-②=\int_{-\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}}^{\frac{\sqrt{e+m}}{\sqrt{a}}} x\{ax^2-(e+m)\}dx$ ~~$y=g(x)-mx$는 (1)에 의해~~ $y=g(x)$와 $y=mx$ ~~$y=g(x)-mx$~~는 [1-3](1)에 의해 $y=g(x)-mx$ 역시 원점 대칭이 되어 ~~$y=mx$~~

모두 원점 대칭이므로 ①−②=0 ∴ 이를 평행이동시킨 $\overline{PI}$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이와 IQ와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는 같다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

[2-1] (a) = $_nP_m = \frac{n!}{(n-m)!}$ (b) = $_nC_m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

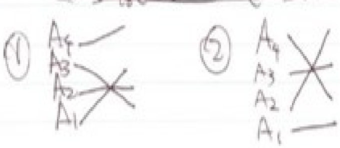
[2-2] (1) 교점의 개수가 1개이고 두 선분만 교차 해야 하므로 [2-1]의 (b) 상황에서 이용한 두 A_k, A_{k+1} 만 교차하면 되므로 교차하는 경우는 ①(A_1A_2) ②(A_2A_3) ③(A_3A_4) 3가지 이다.

∴ 총 경우의 수는 $_{8}C_4 \times 3 = \cancel{240}$ 이다. (210)

$\{C_k\}$는 공차가 양수인 등차수열 이므로 공차를 d라 하면 $C_k = C_1 + d(k-1)$ 과 같은 수열 이며 $d>0$이므로 증가한다 k값이 커지면

(2) i) 세개의 선분이 한 점에서 만날 때

~~[illegible]~~ 세 선분이 만나는 경우는 ①$A_1A_2A_3$ ② $A_2A_3A_4$ 만 존재한다.



①에서 A_1과 A_2 간격과 A_2A_3 간격 모두 d 이므로 제시문 (나)에 의해 이들이 선택한 B_k들이 같은 간격이어야 한다.

Ⓐ B_k들 간격이 d일 경우 A_1 선택할 경우에 따라 A_2A_3도 결정되고 A_1은 B_3부터 고를 수 있으므로 $_6C_2 = 15$

Ⓑ 간격이 $2d$일 때 A_1은 B_5부터 고를 수 있으므로 $_4C_2 = 6$

Ⓒ 〃 $3d$일 때 A_1은 B_7밖에 못 고르므로 1

①은 22가지 ②도 ①과 대칭하는 꼴이므로 22가지 총 44가지

ii) 네개의 선분이 한 점에서 만날 때 ~~[illegible]~~ $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_3A_4}$ 이므로 $A_1A_2A_3A_4$ 모두 고른 ~~[illegible]~~ B_k들의 간격도 모두 같아야 한다.

Ⓐ 간격이 d일 때 5가지 Ⓑ 간격이 $2d$일 때 $(C_1C_3C_5C_7)$, $(C_2C_4C_6C_8)$ 2가지

Ⓒ 간격이 $3d$ 이상일 때 A_4이 C_8을 넘어가야 함 존재 X

총 7가지

∴ i)+ii) = 44 + 7 = 51 가지 이다.

[2-3] (1) A_1을 지나는 선분의 길이가 1 이라면 이 선분은 A_1B_1 일것이다.

$\overline{A_1B_1}$인 경우는 $A_2 \sim A_5$가 $B_2 \sim B_5$를 고르는 경우 이므로 $4! = 24$ 이다.

마찬가지로 $\overline{A_2B_2}, \overline{A_3B_3}, \overline{A_4B_4}, \overline{A_5B_5}$ 이도 위를 모두 반복하면 각각 $4!$ 개가 나온다.

∴ 600개의 모든 선분 중 길이가 1인 선분의 개수 = $5 \times 4! = 120$ 이다.

(2) 나올 수 있는 선분의 길이는 1, $\sqrt{1+d^2}$, $\sqrt{1+4d^2}$, $\sqrt{1+9d^2}$, $\sqrt{1+16d^2}$ 가 있다.

1인 경우는 (1)에 의해 120개, $\sqrt{1+d^2}$인 경우는 $\overline{A_1B_2}, \overline{A_2B_1}, \overline{A_2B_3}, \overline{A_3B_2}, \overline{A_3B_4} \cdots, \overline{A_5B_4}$ 로 총 $1+2\times3+1 = 8$가지 각 경우 마다 $4!$개씩 존재하므로 $8\times4!$개 $\sqrt{1+4d^2}$인 경우는 $\overline{A_1B_3}, \overline{A_2B_4}, \overline{A_3B_5}, \overline{A_3B_1}, \overline{A_4B_2}, \overline{A_5B_3}$ 총 6가지 각 경우는 $4!$개씩 $6\times4!$개, $\sqrt{1+9d^2}$는 $4\times4!$, $\sqrt{1+16d^2} = 2\times4!$

$L = 120 + 192\sqrt{1+d^2} + 144\sqrt{1+4d^2} + 96\sqrt{1+9d^2} + 48\sqrt{1+16d^2}$

$\therefore \lim_{d\to\infty} \frac{L}{d} = \lim_{d\to\infty} \frac{120}{d} + 192\sqrt{\frac{1}{d^2}+1} + 144\sqrt{\frac{1}{d^2}+4} + 96\sqrt{\frac{1}{d^2}+9} + 48\sqrt{\frac{1}{d^2}+16} = 192 + 2\times144 + 3\times96 + 4\times48$

$= 960$ 이다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

6

자연계열(의학) 논술고사

AJOU UNIVERSITY

2020학년도 자연계열(오후) 논술고사

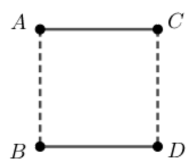
– 의학과 –

[문항 1] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.**

(가) 네 점 A ,B, C, D 가 [그림 1-1]과 같이 배치되어 있고, A, C 와 B, D 는 각각 실선, A, B 와 C, D 는 각각 점선으로 연결되어 있다. 아주는 점 A의 위치에서 시작하여 아래와 같은 규칙으로 움직인다. 흰 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있는 주머니에서 공을 임의로 1 개 뽑아 아래의 규칙에 따라 이동하는 것을 1 번의 시행으로 본다.

<규칙>

(1) 흰 공을 뽑으면 실선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(2) 검은 공을 뽑으면 점선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(3) 뽑은 공은 색을 확인 한 후 주머니에 다시 넣는다.



[그림 1-1]

예를 들어, 3 번의 시행 후 아주가 점 C 의 위치에 있게 되는 경우는

$$s_1 : A \to C \to A \to C,\ s_2 : A \to C \to D \to C,\ s_3 : A \to B \to A \to C,\ s_4 : A \to B \to D \to C$$

로 움직이는 네 가지의 경우 뿐 이다. 각 경우에 대해 그 사건이 일어날 확률을 구해보자. s_1의 경우는 주머니에서 흰 공을 연속해서 3 번 뽑아야 하므로, 이 경우의 확률은 $\frac{2^3}{5^3}$이다. s_2의 경우는 주머니에서 흰 공, 검은 공, 검은 공의 순서로 뽑는 경우이므로, 이 경우의 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{3^2}{5^2}$이다. 비슷하게, s_3와 s_4 경우의 확률도 각각 $\frac{3^2}{5^2} \times \frac{2}{5}$이다. 따라서 3 번의 시행 후 아주가 점 C 의 위치에 있을 확률은 $\frac{2^3 + 3 \times 3^2 \times 2}{5^3} = \frac{62}{125}$이다.

(나) 네 점 A, B, C, D 가 [그림 1-1]과 같이 배치되어 있고, A, C 와 B, D 는 각각 실선, A, B 와 C, D 는 각각 점선으로 연결되어 있다. 수리는 점 A 의 위치에서 시작하여 아래의 규칙에 따라 이동한다. 주머니에는 붉은 공이 1 개, 흰 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있고, 매 시행마다 주머니에서 공을 임의로 1 개 뽑아 아래의 규칙에 따라 이동한다.

<규칙>

(1) 흰 공을 뽑으면 실선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(2) 검은 공을 뽑으면 점선을 따라 움직여 이웃한 점으로 이동한다.
(3) 붉은 공을 뽑으면 대각선의 점으로 이동한다. 즉, 점 A 의 위치에 있다면 점 D 의 위치로 이동한다, 비슷하게 점 D 의 위치에서 점 A 의 위치로, 점 B 의 위치에서 점 C 의 위치로, 점 C 의 위치에서 점 B 의 위치로 이동한다.
(4) 뽑은 공은 색을 확인 한 후 주머니에 다시 넣는다.

[문제 1−1] (15점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 아주가 제시문 (가)의 <규칙>에 따라 이동한다. n 번 시행하는 동안 점 D 를 지나지 않고 마지막에 점 A 의 위치에 있을 확률을 p_n 이라 할 때 p_n 을 구하시오.

(2) 아주가 제시문 (가)의 <규칙>에 따라 이동한다. $2n$ 번 시행하는 동안 점 C 를 지난 횟수가 k 이면 2^k 만큼의 상금을 받는다. 만약 마지막에 점 D 의 위치에 있거나 시행 도중에 점 D 를 지나게 되는 경우에는 상금이 없다. 아주가 받을 수 있는 상금의 기댓값과 분산을 n 에 대한 식으로 나타내시오.

[문제 1−2] (25점) 아래의 물음에 답하시오.

(1) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>에 따라 이동한다. n 번 시행하는 동안 실선이나 점선을 따라 이동하는 경우가 4번 이하일 확률을 p_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{6^n\ p_n}{n^4}$ 을 구하시오.

(2) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>을 따라 이동한다. n 번째 시행에서 처음으로 점 A 의 위치에 돌아왔고 n 번 시행하는 동안 실선을 따라 두 번 이하 이동했다고 하자. $n=6$ 일 때 수리가 이동할 수 있는 방법의 수를 x 라 하고, $n=5$ 일 때 수리가 이동할 수 있는 방법의 수를 y 라 할 때, x 와 y 를 각각 구하시오.

(3) 수리가 제시문 (나)의 <규칙>을 따라 이동한다. 5번의 시행 후 수리가 점 C 의 위치에 있을 확률을 구하시오.

[문제 1−3] (10점) 수리가 제시문 (나)에 있는 <규칙>의 (1), (2), (3)과 아래의 (5)에 따라 이동한다.

(5) 붉은 공을 뽑으면 주머니에 다시 넣고 흰 공이나 검은 공을 뽑으면 주머니에 다시 넣지 않는다.

3번 시행 동안 흰 공을 2 개 뽑았다고 할 때, 3 번의 시행 후 수리가 점 D 의 위치에 있을 확률을 구하시오.

[제시문]

[가] 최근 다양한 항생제에 저항성을 보이는 슈퍼박테리아가 지속적으로 보고되고 있으며, 이러한 박테리아들의 출현은 의학계에 중요한 이슈가 되고 있다. 항생제 저항성을 보이는 박테리아들은 자연적 돌연변이에 의해서도 발생할 수도 있지만, 박테리아 감염을 치료하기 위하여 사용하는 항생제에 의해서도 유도될 수 있다. 최근 연구보고에 의하면 박테리아를 사멸할 수 있는 적정 농도보다 낮은 농도에 박테리아가 지속적으로 노출되는 경우 박테리아 내부에 활성산소가 증가하고, 증가된 활성 산소는 박테리아 DNA에 돌연변이 발생을 증가시켜 결과적으로 항생제에 저항성을 나타내는 돌연변이 박테리아를 출현시킨다고 보고하고 있다. 박테리아와 같이 단순한 하나의 게놈을 가지는 단세포 생물에게는 돌연변이가 발생할 경우 자칫 박테리아 자신에게 치명적일 수 있기 때문에 DNA의 손상을 막거나 수리하는 정교한 시스템을 가지고 있으며, 이를 이용하여 돌연변이의 발생을 복제되는 염기당 10^{-10}개 이하로 억제한다. 하지만 일부 박테리아의 경우 정상에 비하여 1,000배나 많은 돌연변이 빈도를 보이며, 이러한 고빈도 돌연변이(hypermutator) 박테리아는 항생제 투여와 같이 주변 환경이 변화되는 상황에서 항생제에 저항성을 가지는 돌연변이로 변화하여 생존, 증식함으로써 박테리아 집단 내에서 유전자풀에 변화를 일으키는 중심적인 역할을 한다고 알려져 있었다.

[나] 그러나, 최근 박테리아 집단 내에서 항생제 저항성을 유발하는 기전에 대한 또 다른 흥미로운 연구결과가 발표되었다. 연구진은 항생제에 저항성이 없는 대장균(E.coli) 클론을 선정하고, 노르플록사신 (Norfloxacin)이라고 하는 항생제를 이용하여 대장균에서 항생제 저항성을 가지는 돌연변이를 유도하는 실험을 진행하였다. 연구진은 배지에서 대장균의 증식이 항생제를 투여하지 않은 군에 비하여 60% 정도로 억제될 수 있도록 배양 배지내의 norfloxacin의 농도를 지속적으로 조절하며 10일 동안 하나의 플라스크에서 배양을 진행하였다. 그리고 배양 2일째와 10일째에 플라스크 안에 살아남은 대장균의 일정량을 채취한 후(이를 모 집단으로 명명함), 두 개의 모집단을 각각 다시 무작위로 12개의 소그룹으로 나누었다. 나뉘어진 각각의 소그룹 박테리아에서 norfloxacin에 대한 항생제 저항성을 측정하였더니 분리된 소그룹 박테리아들은 항생제 저항성이 동일하지 않고 차이가 있었으며, 이 중 상당수의 소그룹 박테리아들은 모집단 보다 항생제 저항성이 약하게 측정되었다. 또한, 놀랍게도 약한 항생제 저항성을 나타내는 소그룹 비율은 배양 초기(2일째)에 뿐만 아니라, 배양 후기(10일째)에서도 비슷한 비율로 관찰되었다.
항생제인 norfloxacin은 대장균에서 DNA gyrase[(주1)] 활성을 억제함으로서 DNA 복제를 억제하여 살균작용을 나타내는 것으로 알려져 있다. Norfloxacin 항생제에 대하여 대장균이 저항성을 나타내는 기전은 여러 가지가 알려져 있으며 대표적으로 ① 항생제가 대장균 세포속으로 들어왔을 때 이를 다시 세포 바깥으로 배출(pumping out)하는 약물배출펌프 단백질의 발현이 증가 되어 있거나, ② DNA gyrase에 돌연변이가 발생하여 norfloxacin에 저항성을 나타내는 것으로 알려져 있다. 약물배출펌프 단백질은 평소에는 발현이 적으나 인돌(Indole)이라는 물질에 의해 박테리아에서 발현이 증가되는 것으로 알려져 있으며, norfloxacin과 같은 항생제는 일부 대장균에서 인돌의 발현을 증가시키기도 한다고 알려져 있다. 대장균은 트립토판네이즈(tryptophanase)라고 하는 효소를 이용하여 인돌을 합성하는데, 대장균 내에 존재하는 이 효소가 세포내에서 아미노산 중 하나인 트립토판(tryptophan)을 분해하여 인돌과 암모니아를 생성한다.

[(주1)]DNA gyrase: DNA 복제 시 DNA 꼬인 부분을 풀어주어 DNA 복제를 도와주는 효소로서 DNA gyrase가 활성화 되지 않을 경우 DNA가 꼬여서 복제가 되지 않고 DNA가 끊어져서 세포가 사멸할 수 있다.

[문제]

[2-1] 제시문 [가]에서와 같이 항생제가 없는 환경에서 살아가던 박테리아 집단이 항생제가 작용하는 환경으로 이동할 경우 박테리아 집단 내에서 나타날 것으로 예측되는 변화를 다윈의 진화론적 관점에서 논하시오 (4점)

[2-2] 제시문 [나]에 보고된 연구진의 실험 결과는 다윈의 진화론으로 설명이 어려운 부분이 있다. 제시문에서 같은 정도의 항생제 저항성을 보인 하나의 모집단에서 무작위로 분리된 박테리아 소그룹 간에 항생제 저항성의 차이를 보이고, 이 중 상당수의 소그룹이 모집단보다 현저히 낮은 항생제 저항성을 보이면서도 어떻게 항생제가 존재하는 환경에서 생존할 수 있는지를 제시문을 근거로 추론하여 기술하시오 (5점)

[2-3] 항생제 저항성을 가지는 소그룹들은 다시 크게 4그룹으로 나뉜다고 가정할 때 (Group 1: 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 2: 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 3: 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹, Group 4: 인돌을 발현하며 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹), 이 4 가지 그룹을 다음과 같이 섞어서 배양하면서 norfloxacin을 투여하였을 경우 각각의 실험에서 시간에 따라 대장균이 증식할지 또는 사멸할지에 대해 기술하며, 그렇게 추론한 근거를 설명하시오 (6점) (%는 박테리아 개체 수를 의미함)

(1) Group 1 (95%) + Group 2 (5%)
(2) Group 1 (95%) + Group 3 (5%)
(3) Group 1 (95%) + Group 4 (5%)
(4) Group 2 (95%) + Group 3 (5%)

[2-4] 위 [2-3]번 문제의 각 실험에서 만약 트립토판네이즈 저해제(tryptophanase inhibitor)를 norfloxacin 항생제과 함께 박테리아 배양에 처리한다면 어떠한 결과가 도출될 것인지에 대해 추론하여 설명하시오 (4점)

[2-5] 박테리아를 배양하는 배지는 모든 영양성분(당, 지질, 아미노산)을 포함하고 있다. 위 [2-3]번 문제 실험에서

(1) 만약 Group 2와 Group 4 박테리아를 각각 트립토판(tryptophan)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (4점)
(2) 만약 Group 2 박테리아를 메치오닌(methionine)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (3점)

[2-6] 대장균에서 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현 관련 유전자는 젖당 분해효소 유전자와 같은 유전자 구조를 가지며, 같은 조절 유전자를 갖는다고 가정해 봅시다. 만약 어떤 대장균에서 저 농도의 norfloxacin 항생제가 tryptophanse 유전자 발현을 높였다고 한다면 어떤 기전으로 발현을 높였을 지를 추론하고, 또한 항생제 처리가 아닌 다른 방법으로 대장균에서 tryptophanase 유전자 발현을 높일 수 있는 방법을 추론해 보시오 (5점)

[2-7] 대장균은 영양분이 충분할 경우 빠르게 증식하는 것으로 알려져 있으며 (1회 증식 20~30분), 증식 과정에서 DNA 복제는 필수적으로 일어나야 한다. 박테리아에서 일어나는 DNA 복제와 중합효소 연쇄반응(Polymerase Chain Reaction) 기계를 이용한 DNA 복제에서 각각의 과정 및 필요한 성분의 차이점을 비교 분석하여 설명하시오 (6점)

[2-8] 질병의 치료나 연구에 사용하기 위하여 다량의 단백질 합성이 필요하며, 유전자 조작을 통해 플라스미드를 이용하여 박테리아에서 인간 유전자 유래 단백질을 만들기도 한다(예: 인슐린). 그러나 이렇게 합성된 단백질은 인간세포에서 만들어진 단백질과 같은 기능을 보이는 경우도 있으나, 몇몇의 경우에는 박테리아에서 제작된 단백질의 활성도가 감소되는 경우도 관찰된다. 인간세포에서 만들어진 단백질과 대장균에서 만들어진 단백질의 아미노산 서열이 100% 일치하는데도 왜 활성도가 달라질 수 있는지에 대하여 추론하여 자세히 설명하시오 (7점)

[2-9] 박테리아 내에서 tryptophanase를 발현하는 유전자는 진핵세포에는 없는 것으로 알려져 있다. 만약 박테리아 tryptophanase 유전자를 유전자 조작 방법을 이용하여 인간 유래 세포에 넣어 tryptophanase 단백질을 발현시킨다고 가정하면, 인간세포도 인돌을 발현할 수 있을지 기술하고, 그렇게 추론한 근거를 서술하시오 (6점)

2020학년도 자연계열(오후) 모범답안

– 의학과 –

[문항 1]

[문제 1-1]

(1) 아주가 D를 지나지 않으므로 점 A와 연결된 선들만 고려하면 된다. 따라서 홀수 번째의 시행에서 뽑는 공과 짝수 번째 시행 때 뽑는 공의 색은 같아야 한다. 그리고 짝수 번째의 시행 후에만 A의 위치에 있을 수 있다. 따라서 n이 홀수 인 경우, $p_n = 0$이다.

한편 n이 짝수일 때, $n = 2m$라 두자. 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 모두 k번 있다고 하면 $p_{2m} = \sum_{k=0}^{m} {}_mC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{m-k}$이다. 따라서 이항정리에 의하여 $p_{2m} = \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{25}\right)^m = \left(\frac{13}{25}\right)^m$ 이다.

(2) $2n$회의 시행 후, D를 지나지 않았고 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 k번 있다고 하자. 그럼 그때 받는 보상이 정확히 $X = 2^k$가 된다. 각 경우의 확률은 $\left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이며, ${}_nC_k$가지의 경우가 있으므로 이러한 경우의 확률은 $P(X = 2^k) = {}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$가 된다.

확률변수 X는 $0, 2^0, 2^1, \ldots, 2^n$의 값이 가능하므로 기댓값 $E(X)$는 $\sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$ 이다,

이항정리에 의하여 $E(X) = \sum_{k=0}^{n} 2^k {}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \left(\frac{8}{25} + \frac{9}{25}\right)^n = \left(\frac{17}{25}\right)^n$ 이다.

한편, 같은 방법으로 $E(X^2) = \sum_{k=0}^{n} 2^{2k} {}_nC_k \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \left(\frac{16}{25} + \frac{9}{25}\right)^n = 1$ 이므로, 분산은 $E(X^2) - \{E(X)\}^2 = 1 - \left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$ 이다.

[문제 1-2]

(1) 흰 공이나 검은 공을 뽑는 횟수를 k회라 하면, 이때의 확률은 ${}_nC_k \left(\frac{5}{6}\right)^k \left(\frac{1}{6}\right)^{n-k}$ 이므로

$$p_n = {}_nC_0 \left(\frac{5}{6}\right)^0 \left(\frac{1}{6}\right)^n + {}_nC_1 \left(\frac{5}{6}\right)^1 \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} + {}_nC_2 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^{n-2} + {}_nC_3 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right)^{n-3} + {}_nC_4 \left(\frac{5}{6}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^{n-4}$$

이다. 위의 식을 정리하면 $6^n p_n$은 최고차항의 계수가 ${}_nC_4 \times 5^4 = \frac{625}{24}$ 인 n에 대한 사차다항식이 된다. 따라서 $\lim_{n \to \infty} \frac{6^n}{n^4} p_n = \frac{625}{24}$ 이다.

(2) y의 값을 먼저 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 5번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는, 첫 번째 시행 후에 가능한 위치는 세 가지이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째의 시행 후에 수리의 가능한 위치는 B, C, D 중에서 자기 자신이 아닌 위치인 두 가지이므로, 총 $3\times2\times2\times2=24$가지이다. 따라서 24에서 흰 공이 3번 이상 뽑히는 경우의 수를 빼주면 된다. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 흰 공이 5번 뽑히는 경우는 두 번째에 A의 위치로 돌아와야 하고, 4번 뽑히는 경우는 5번째에 A의 위치에 있을 수 없으므로 5번째에 처음으로 A의 위치로 돌아오기 위해서는 흰 공은 3번 이하 뽑혀야 한다. 따라서 y는 24에서 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우의 수를 뺀 수이다. 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우에는 반드시 검은 공이 1번, 붉은 공이 1번 뽑혀야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑지 않는 경우

두 번째, 세 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 또한 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정이 되므로 총 4가지 경우가 있다.

따라서 전체 방법의 수는 $y=24-8=16$이다.

이제 x의 값을 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 6번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는 $3\times2\times2\times2\times2=48$ 가지다. 이제 흰 공이 세 번 이상 뽑히는 경우를 세어보자. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 따라서 흰 공을 정확히 4번 뽑아야 하고, 다른 2개의 공은 색이 같아야 한다.

(i) 처음에 흰 공을 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째, 네 번째에는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 아닌 공을 뽑는 경우

두 번째, 세 번째, 네 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

따라서 전체 방법의 수는 $x=48-8=40$이다.

(3) 5번의 시행 동안 흰 공을 뽑은 횟수를 w, 검은 공을 뽑은 횟수를 b, 붉은 공을 뽑은 횟수를 r이라 하자. 두 개의 공을 뽑는 순서가 바뀌더라도 수리가 위치하는 점은 바뀌지 않는다. 점 A의 좌표를 $(0,1)$, 점 B의 좌표를 $(0,0)$, 점 C의 좌표를 $(1,1)$, 점 D의 좌표를 $(1,0)$이라 하면, 수리의 x좌표를 바꾸는 것은 흰 공과 붉은 공, y좌표를 바꾸는 것은 검은 공과 붉은 공을 고를 때이므로 수리가 점 C의 위치에 있기 위해서는 x좌표가 홀수 번 바뀌어야 하고 y좌표가 짝수 번 바뀌어야 한다. 따라서 수리가 5번 만에 점 C의 위치에 있기 위해서는 w는 홀수이고 r, b는 모두 짝수이어야 한다. 가능한 (w,b,r)조합은 여섯 가지 뿐이다. (w,b,r)=$(5,0,0)$, $(3,2,0)$, $(3,0,2)$, $(1,4,0)$, $(1,2,2)$, $(1,0,4)$

i) $w=5$, $b=0$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\dfrac{2^5}{6^5}=\dfrac{32}{6^5}$이다.

ii) $w=3$, $b=2$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{3!2!}\times\frac{2^3 3^2}{6^5}=\frac{720}{6^5}$ 이다.

iii) $w=3$, $b=0$, $r=2$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{3!2!}\times\frac{2^3}{6^5}=\frac{80}{6^5}$ 이다.

iv) $w=1$, $b=4$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{4!}\times\frac{2\times 3^4}{6^5}=\frac{810}{6^5}$ 이다.

v) $w=1$, $b=2$, $r=2$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{2!2!}\times\frac{2\times 3^2}{6^5}=\frac{540}{6^5}$ 이다.

vi) $w=1$, $b=0$, $r=4$인 경우의 확률은 $\frac{5!}{4!}\times\frac{2}{6^5}=\frac{10}{6^5}$ 이다.

따라서, p는 위 여섯 개의 확률을 모두 더한 $\frac{2192}{6^5}=\frac{137}{486}$ 이다.

[문제 1–3]

흰 공을 뽑는 것을 W, 검은 공을 뽑는 것을 B, 붉은 공을 뽑는 것을 R이라 하자. 전체 3번의 시행 중 흰 공이 두 번 뽑히므로 나머지 하나의 공은 붉은 공 혹은 검은 공이다.

1) W를 두 개, R를 한 개 뽑는 경우:

- W,W,R 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times5\times4}=\frac{60}{6^2\times5^2\times4}$ 이다
- W,R,W 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times5\times5}=\frac{48}{6^2\times5^2\times4}$ 이다.
- R,W,W 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times6\times5}=\frac{40}{6^2\times5^2\times4}$ 이다.

따라서 이 경우의 확률은 $\frac{148}{6^2\times5^2\times4}$ 이다.

2) W를 두 개, B를 한 개 뽑는 경우:

공이 뽑히는 순서에 상관없이 확률이 $\frac{6}{6\times5\times4}$ 로 같으므로 이 경우의 확률은 $3\times\frac{6}{6\times5\times4}=\frac{540}{6^2\times5^2\times4}$ 이다.

수리가 D의 위치에 있는 경우는 1)의 경우이므로 구하고자 하는 조건부 확률은 $\frac{148}{148+540}=\frac{148}{688}=\frac{37}{172}$ 이다.

[2-1] 제시문 [가]에서와 같이 항생제가 없는 환경에서 살아가던 박테리아 집단이 항생제가 작용하는 환경으로 이동할 경우 박테리아 집단 내에서 나타날 것으로 예측되는 변화를 다윈의 진화론적 관점에서 논하시오 (4점)

[정답] 다윈의 자연선택설에 의하면 집단 내에 개체사이에 생존 경쟁이 존재하고, 개체의 변이가 존재하며, 환경이 변화하면 변화된 환경에 적응하기 유리한 개체가 더 많은 자손을 남겨서 결국 집단내에 이런한 개체의 수가 증가한다. 따라서 항생제가 없던 환경에서 박테리아 집단 내에서 야생 박테리아와 경쟁하던 항생제 저항성 박테리아는 항생제가 존재하는 환경으로 이동하면 항생제 저항성을 나타내는 박테리아가 생존에 유리하게 되어, 다른 박테리아에 비하여 더 잘 증식하게 되고, 결과적으로 집단 내에 항생제 저항성을 가지는 박테리아의 수가 증가한다.

[2-2] 제시문 [나]에 보고된 연구진의 실험 결과는 다윈의 진화론으로 설명이 어려운 부분이 있다. 제시문에서 같은 정도의 항생제 저항성을 보인 하나의 모집단에서 무작위로 분리된 박테리아 소그룹 간에 항생제 저항성의 차이를 보이고, 이 중 상당수의 소그룹이 모집단보다 현저히 낮은 항생제 저항성을 보이면서도 어떻게 항생제가 존재하는 환경에서 생존할 수 있는지를 제시문을 근거로 추론하여 기술하시오 (5점)

[정답] 다윈의 자연선택설에 의하면 항생제가 존재하는 환경으로 변화하면 박테리아 집단 내에서 항생제 저항성을 가지는 박테리아의 수가 시간이 지남에 따라 증가하여야 한다. 하지만 이 연구 결과에 의하면 항생제 저항성 박테리아의 비율은 증가 하지 않았다. 따라서, 자연선택에 의한 진화의 과정으로 설명 되지 않는다.

항생제가 존재하는 환경에서 항생제의 저항성을 가지는 박테리아는 인돌을 형성하여 약물배출펌프를 증가시킴으로써 생존하거나, DNA gyrase의 돌연변이로 생존할 수 있다. 만약 박테리아 집단 내에서 항생제 저항성이 현저히 낮은 박테리아도 같이 생존하였다면, 이는 항생제 저항성이 높은 박테리아의 도움을 받아 생존한 것으로 추론되어진다. 저항성이 높은 박테리아가 저항성이 낮은 박테리아의 생존을 도와줄 수 있는 방법은 제시문에 국한되어 생각하면 항생제 저항성이 낮은 박테리아의 DNA gyrase에 돌연변이를 유도하거나 돌연변이 DNA gyrase를 전달받기 보다는 항생제 저항성이 높은 박테리아에서 생성되는 인돌을 저항성이 낮은 박테리아가 받아 약물배출 펌프 단백질의 발현을 높여 생존하였을 것이라고 추론 할 수 있다.

[2-3] 항생제 저항성을 가지는 소그룹들은 다시 크게 4그룹으로 나뉜다고 가정할 때 (Group 1: 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 2: 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 3: 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹, Group 4: 인돌을 발현하며 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹), 이 4 가지 그룹을 다음과 같이 섞어서 배양하면서 norfloxacin을 투여하였을 경우 각각의 실험에서 시간에 따라 대장균이 증식할지 또는 사멸할지에 대해 기술하며, 그렇게 추론한 근거를 설명하시오 (6점) (%는 박테리아 개체 수를 의미함)

(1) Group 1 (95%) + Group 2 (5%)
(2) Group 1 (95%) + Group 3 (5%)
(3) Group 1 (95%) + Group 4 (5%)
(4) Group 2 (95%) + Group 3 (5%)

[정답]

(1) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group을 섞어서 배양하면 처음에는 항생제의 영향으로 인돌을 생성하지 않는 박테리아의 수가 일부 감소하지만 인돌의 형성하는 박테리아에 의하여 인돌이 생성됨에 따라 인돌을 발현하지 않는 박테리아 group도 생존이 가능해진다.

(2) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 인돌을 생성하지 않는 박테리아 group은 죽어 사라지고 DNA gyrase 돌연변이를 가지고 있는 group만 생존한다.

(3) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌을 발현하며 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 처음에는 항생제의 영향으로 인돌을 생성하지 않는 박테리아 group의 수가 일부 감소하지만 인돌의 형성하는 박테리아 group에 의하여 인돌이 생성됨에 따라 인돌을 발현하지 않는 박테리아 group도 생존이 가능해진다.

(4) 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 이 두 group은 모두 항생제 저항성을 보이기 때문에 지속적으로 증식한다.

[2-4] 위 [2-3]번 문제의 각 실험에서 만약 트립토판네이즈 저해제(tryptophanase inhibitor)를 norfloxacin 항생제과 함께 박테리아 배양에 처리한다면 어떠한 결과가 도출될 것인지에 대해 추론하여 설명하시오 (4점)

[정답] 트립토판네이즈 저해제(tryptophanase inhibitor)를 투여할 경우 tryptophanase의 작용이 억제되어 인돌이 형성되지 않으므로 생존에 인돌이 절대적으로 필요했던 (1) 조합의 경우 박테리아가 모두 죽어 사라지며 (2), (3), (4) 조합의 경우 DNA gyrase 돌연변이를 가지고 있는 group만 생존한다.

[2-5] 박테리아를 배양하는 배지는 모든 영양성분(당, 지질, 아미노산)을 포함하고 있다. 위 [2-3]번 문제 실험에서

(1) 만약 Group 2와 Group 4 박테리아를 각각 트립토판(tryptophan)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (4점)

[정답] Group 2인 경우 트립토판을 배지에서 제거하면 세포내에 남아 있던 트립토판을 모두 사용한 후 부터는 인돌을 생성할 수 없다. 따라서 배양 초기에는 박테리아가 사멸되지 않고 있다가 시간이 지남에 따라 박테리아가 사멸할 것이다.
Group 4인 경우 인돌이 없어도 DNA gyrase의 돌연변이를 가지고 있어 항생제에 저항성을 나타낼 수 있으므로 트립토판이 없는 배지에서도 박테리아는 사멸하지 않고 생존할 것이다.

(2) 만약 Group 2 박테리아를 메치오닌(methionine)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (3점)

[정답] Group 2 박테리아의 배지에 메치오닌을 제거하면 새로운 단백질이 합성되지 않는다(모든 단백질은 메치오닌으로부터 시작됨). 따라서 세포내에 남아 있던 메치오닌을 모두 사용한 뒤부터는 트립토판네이즈를 생성할 수 없어 인돌을 생성할 수 없다. 따라서 배양 초기에는 박테리아가 사멸되지 않고 있다가 배양 시간이 지남에 따라 박테리아가 사멸할 것이다.

[2-6] 대장균에서 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현 관련 유전자는 젖당 분해효소 유전자와 같은 유전자 구조를 가지며, 같은 조절 유전자를 갖는다고 가정해 봅시다. 만약 어떤 대장균에서 저 농도의 norfloxacin 항생제가 tryptophanse 유전자 발현을 높였다고 한다면 어떤 기전으로 발현을 높였을 지를 추론하고, 또한 항생제 처리가 아닌 다른 방법으로 대장균에서 tryptophanase 유전자 발현을 높일 수 있는 방법을 추론해 보시오 (5점)

[정답] 대장균에서 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현 관련 유전자가 젖당분해효소 유전자 구조와 같은 구조를 가지고 있으며, 같은 조절 유전자를 갖는다고 가정하였으므로, 저농도의 항생제가 조절 유전자에 의해 합성된 억제단백질과 결합하여 억제단백질의 구조를 변화시켜 억제하거나, RNA 중합효소를 활성화시켜 트립토파네이즈의 발현을 높일 수 있다. 또한 항생제 처리가 아닌 다른 방법으로는 젖당 유전자 구조와 같은 조절 유전자를 갖고 있음으로 배지내에 젖당을 첨가하면 젓당이 억제단백질에 결합하여 억제 단백질의 구조를 변화시켜 억제단백질을 억제함으로써 트립토파네이즈의 발현을 높일 수 있다.

[2-7] 대장균은 영양분이 충분할 경우 빠르게 증식하는 것으로 알려져 있으며 (1회 증식 20~30분), 증식 과정에서 DNA 복제는 필수적으로 일어나야 한다. 박테리아에서 일어나는 DNA 복제와 중합효소 연쇄반응(Polymerase Chain Reaction) 기계를 이용한 DNA 복제에서 각각의 과정 및 필요한 성분의 차이점을 비교 분석하여 설명하시오 (6점)

[정답]

DNA 풀림(denaturation) 과정

박테리아: 헬리케이즈(Helicase)에 의해 2중 나선의 DNA가 한가닥으로 떨어짐.

중합효소 연쇄반응: 90~95°C 열에 의해서 2중 나선의 DNA 수소결합이 떨어짐.

프라이머 (Primer) 결합 과정

박테리아: 프라이메이즈에 의해 복제가 일어날 부분에 RNA 프라이머(primer)가 합성.

중합효소 연쇄반응: 약 50~65°C에서 외부에서 합성된 DNA primer를 사용하여 복제가 원하는 부분에 결합함.

DNA 합성 과정

박테리아: 선도가닥을 만들때는 박테리아 DNA 중합효소가 유전자 합성하며, 지연가닥을 합성할때는 오카자키 단편이 만들어지며 오카자키 단편은 DNA 연결효소에 의해 결합됨

중합효소 연쇄반응: 고온에 사는 호열성 세균의 중합효소를 이용하여 복제가 이루어지며, 지연가닥에서는 오카지키 단편이 만들어지지 않는다.

[2-8] 질병의 치료나 연구에 사용하기 위하여 다량의 단백질 합성이 필요하며, 유전자 조작을 통해 플라스미드를 이용하여 박테리아에서 인간 유전자 유래 단백질을 만들기도 한다(예: 인슐린). 그러나 이렇게 합성된 단백질은 인간세포에서 만들어진 단백질과 같은 기능을 보이는 경우도 있으나, 몇몇의 경우에는 박테리아에서 제작된 단백질의 활성도가 감소되는 경우도 관찰된다. 인간세포에서 만들어진 단백질과 대장균에서 만들어진 단백질의 아미노산 서열이 100% 일치하는데도 왜 활성도가 달라질 수 있는지에 대하여 추론하여 자세히 설명하시오 (7점)

[정답] 박테리아와 진핵세포의 세포소기관의 차이는 진핵세포에는 막성기관이 존재한다. 진핵세포는 DNA로부터 전사, 번역된 단백질은 소포체, 골지체를 거치면서 단백질 가공 및 운반이 된다. 따라서 진핵생물에서는 단백질 번역 후 조절이라는 단계를 거쳐 완성된 단백질의 활성화가 결정되어진다. 그러나 박테리아에서는 위와 같은 막성 세포소기관이 존재하지 않고, 단백질 번역 후 조절이라는 단계가 없어서 활성화가 이루어지지 않을 수 있다.

[2-9] 박테리아 내에서 tryptophanase를 발현하는 유전자는 진핵세포에는 없는 것으로 알려져 있다. 만약 박테리아 tryptophanase 유전자를 유전자 조작 방법을 이용하여 인간 유래 세포에 넣어 tryptophanase 단백질을 발현시킨다고 가정하면, 인간세포도 인돌을 발현할 수 있을지 기술하고, 그렇게 추론한 근거를 서술하시오 (6점)

[정답] 박테리아 tryptophanase는 진핵세포에 없으나 이를 유전자 조작으로 인간세포에 넣었을 경우 tryptophanase 단백질은 진핵세포에서 발현이 된다. 이때 단백질 효소는 특정한 입체구조를 가지는 기질과 결합해야 효소의 활성도를 나타낼 수 있는데(기질 특이성), tryptophanase는 기질을 박테리아 특이 단백질이 아닌 아미노산인 트립토판을 사용한다. 박테리아와 인간의 트립토판은 구조가 같기 때문에 인간 세포내에 있는 트립토판을 이용하여 인돌을 생성할 수 있을 것으로 추론되어진다.

2020학년도 자연계열(오후) 채점기준

– 의학과 –

[문항 1]

[문제 1-1] (15점)

(1) **(5점)**

아주가 D를 지나지 않으므로 점 A와 연결된 선들만 고려하면 된다. 따라서 홀수 번째의 시행에서 뽑는 공과 짝수 번째 시행 때 뽑는 공의 색은 같아야 한다. 그리고 이러한 움직임에서 짝수 번째에만 A의 위치에 있을 수 있다. 따라서 $p_{2n-1}=0$이다. **(2점)**

한편, $2n$번의 시행 중, 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 모두 k번 있다고 하면 $p_{2n}=\sum_{k=0}^{n}{}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이다. 따라서 이항정리에 의하여 $p_{2n}=\left(\frac{4}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=\left(\frac{13}{25}\right)^n$이다. **(3점)**

(2) **(10점)**

$2n$회의 시행 후, D를 지나지 않았고 홀수 번째 흰 공을 뽑는 경우가 k번 있다고 하자. 그럼 그때 받는 보상이 정확히 $X=2^k$가 된다. 각 경우의 확률은 $\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이며,

${}_nC_k$가지의 경우가 있으므로 이러한 경우의 확률은 $P(X=2^k)={}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$가 된다. **(2점)**

확률변수 X는 $0,\ 2^0,\ \dots,\ 2^n$의 값이 가능하므로 기댓값 $E(X)=\sum_{k=0}^{n}2^k{}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$이다, **(2점)**

이항정리에 의하여 $E(X)=\sum_{k=0}^{n}2^k{}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{8}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=\left(\frac{17}{25}\right)^n$이다. **(2점)**

한편, 같은 방법으로 $E(X^2)=\sum_{k=0}^{n}2^{2k}{}_nC_k\left(\frac{4}{25}\right)^k\left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}=\left(\frac{16}{25}+\frac{9}{25}\right)^n=1$이므로, **(2점)**

분산은 $E(X^2)-E(X)^2=1-\left(\frac{17}{25}\right)^{2n}$이다. **(2점)**

[문제 1-2] (25점)

(1) **(5점)**

흰 공이나 검은 공을 뽑는 횟수를 k회라 하면, 이때의 확률은 ${}_nC_k\left(\frac{5}{6}\right)^k\left(\frac{1}{6}\right)^{n-k}$이다. 따라서

$$p_n={}_nC_0\left(\frac{5}{6}\right)^0\left(\frac{1}{6}\right)^n+{}_nC_1\left(\frac{5}{6}\right)^1\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}+{}_nC_2\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^{n-2}+{}_nC_3\left(\frac{5}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^{n-3}+{}_nC_4\left(\frac{5}{6}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right)^{n-4}$$

이다. 따라서 $6^n p_n$은 최고차항의 계수가 $\dfrac{5^4}{24}$인 n에 대한 사차다항식이 된다. **(3점)**

따라서 $\lim_{n\to\infty}\dfrac{6^n}{n^4}p_n = \dfrac{5^4}{4!} = \dfrac{625}{24}$이다. **(2점)**

* $6^n p_n$은 최고차항의 계수가 $\dfrac{5^4}{24}$인 n에 대한 사차다항식임은 p_n을 정확히 구하지 않고도 알 수 있다.

(2) **(13점)**

y의 값을 먼저 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 5번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는, 첫 번째 시행 후에 가능한 위치는 세 가지이고, 두 번째, 세 번째, 네 번째의 시행 후에 수리의 가능한 위치는 B, C, D 중에서 자기 자신이 아닌 위치인 두 가지이므로, 총 $3\times2\times2\times2=24$가지이다. 따라서 24에서 흰 공이 3번 이상 뽑히는 경우의 수를 빼주면 된다.

공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 흰 공이 5번 뽑히는 경우는 두 번째에 A의 위치로 돌아와야 하고, 4번 뽑히는 경우는 5번째에 A의 위치에 있을 수 없으므로 5번째에 처음으로 A의 위치로 돌아오기 위해서는 흰 공은 3번 이하 뽑혀야 한다. 따라서 y는 24에서 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우의 수를 뺀 수이다. 흰 공이 정확히 3번 뽑히는 경우에는 반드시 검은 공이 1번, 붉은 공이 1번 뽑혀야 한다. **(3점)**

(i) 처음에 흰 공을 뽑지 않는 경우

두 번째, 세 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 또한 네 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한 가지로 결정이 되므로 총 4가지 경우가 있다.

따라서 전체 방법의 수는 $y=24-8=16$이다. **(3점)**

이제 x의 값을 구해보자. 뽑힌 흰 공의 수에 대한 제약이 없다면, 수리가 정확히 6번 만에 A의 위치로 돌아오는 경우의 수는 $3\times2\times2\times2\times2=48$ 가지다.

이제 흰 공이 세 번 이상 뽑히는 경우를 세어보자. 공을 뽑는 순서를 달리하더라도, 최종 위치는 변하지 않는다. 따라서 흰 공을 정확히 4번 뽑아야 하고, 다른 2개의 공은 색이 같아야 한다. **(3점)**

(i) 처음에 흰 공을 뽑는 경우

두 번째에는 흰 공이 뽑히면 안 되고, 세 번째, 네 번째에는 무조건 흰 공이 뽑혀야 한다. 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

(ii) 처음에 흰 공이 아닌 공을 뽑는 경우

두 번째, 세 번째, 네 번째는 무조건 흰 공을 뽑아야 하고 다섯 번째 흰 공 선택하는지 여부에 따라 한가지로 결정된다. 따라서 경우의 수는 모두 4가지이다.

따라서 전체 방법의 수는 $x=48-8=40$이다. **(4점)**

(3) **(7점)**

5번의 시행 동안 흰 공을 뽑은 횟수를 w, 검은 공을 뽑은 횟수를 b, 붉은 공을 뽑은 횟수를 r이라 하자. 두 개의 공을 뽑는 순서가 바뀌더라도 수리가 위치하는 점은 바뀌지 않는다.

점 A의 좌표를 $(0,1)$, 점 B의 좌표를 $(0,0)$, 점 C의 좌표를 $(1,1)$, 점 D의 좌표를 $(1,0)$이라 하

면, 수리의 x좌표를 바꾸는 것은 흰 공과 붉은 공, y좌표를 바꾸는 것은 검은 공과 붉은 공을 고를 때 이므로 수리가 점 C의 위치하기 위해서는 x좌표가 홀수 번 바뀌어야 하고 y좌표가 짝수 번 바뀌어야 한다. 따라서 수리가 5번 만에 점 C의 위치에 있기 위해서는 w는 홀수, r, b는 모두 짝수이어야 한다.

가능한 (w, r, b)조합은 여섯가지 뿐이다. $(w, r, b)=(5, 0, 0)$, $(3, 2, 0)$, $(3, 0, 2)$, $(1, 4, 0)$, $(1, 2, 2)$, $(1, 0, 4)$. **(3점)**

i) $w=5$, $b=0$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\frac{2^5}{6^5}=\frac{32}{6^5}$이다.

ii) $w=3$, $b=2$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{3!2!}\times\frac{2^3 3^2}{6^5}=\frac{720}{6^5}$이다.

iii) $w=3$, $b=0$, $r=2$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{3!2!}\times\frac{2^3}{6^5}=\frac{80}{6^5}$이다.

iv) $w=1$, $b=4$, $r=0$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{4!}\times\frac{2\times 3^4}{6^5}=\frac{810}{6^5}$이다.

v) $w=1$, $b=2$, $r=2$ 인 경우의 확률은 $\frac{5!}{2!2!}\times\frac{2\times 3^2}{6^5}=\frac{540}{6^5}$이다.

vi) $w=1$, $b=0$, $r=4$인 경우의 확률은 $\frac{5!}{4!}\times\frac{2}{6^5}=\frac{10}{6^5}$이다.

따라서, p는 위 여섯 개의 확률을 모두 더한 $\frac{2192}{6^5}=\frac{137}{486}$이다. **(4점)**

[문제 1-3] (10점)

흰 공을 뽑는 것을 W, 검은 공을 뽑는 것을 B, 붉은 공을 뽑는 것을 R이라 하자. 전체 3번의 시행 중 흰 공이 두 번 뽑히므로 나머지 하나의 공은 붉은 공 혹은 검은 공이다. **(1점)**

1) W를 두 개, R을 한 개 뽑는 경우:

- W, W, R 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times 5\times 4}=\frac{60}{6^2\times 5^2\times 4}$ 이다.
- W, R, W 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times 5\times 5}=\frac{48}{6^2\times 5^2\times 4}$ 이다.
- R, W, W 의 순으로 뽑을 확률은 $\frac{2}{6\times 6\times 5}=\frac{40}{6^2\times 5^2\times 4}$ 이다.

따라서 이 경우의 확률은 $\frac{148}{6^2\times 5^2\times 4}$이다. **(4점)**

2) W를 두 개, B를 한 개 뽑는 경우:

공이 뽑히는 순서에 상관없이 확률이 $\frac{6}{6\times 5\times 4}$로 같으므로 이 경우의 확률은 $3\times\frac{6}{6\times 5\times 4}=\frac{540}{6^2\times 5^2\times 4}$이다. **(3점)**

수리가 D의 위치에 있는 경우는 1)의 경우이므로 구하고자 하는 조건부 확률은 $\frac{148}{148+540}=\frac{148}{688}=\frac{37}{172}$이다. **(2점)**

[2-1] 제시문 [가]에서와 같이 항생제가 없는 환경에서 살아가던 박테리아 집단이 항생제가 작용하는 환경으로 이동할 경우 박테리아 집단 내에서 나타날 것으로 예측되는 변화를 다윈의 진화론적 관점에서 논하시오 (4점)

[정답] 다윈의 자연선택설에 의하면 집단 내에 개체사이에 생존 경쟁이 존재하고, 개체의 변이가 존재하며, 환경이 변화하면 변화된 환경에 적응하기 유리한 개체가 더 많은 자손을 남겨서 결국 집단내에 이러한 개체의 수가 증가한다. 따라서 항생제가 없던 환경에서 박테리아 집단 내에서 야생 박테리아와 경쟁하던 항생제 저항성 박테리아는 항생제가 존재하는 환경으로 이동하면 항생제 저항성을 나타내는 박테리아가 생존에 유리하게 되어, 다른 박테리아에 비하여 더 잘 증식하게 되고, 결과적으로 집단 내에 항생제 저항성을 가지는 박테리아의 수가 증가한다.

[채점기준]

-다윈의 자연선택설만 기술하였을 경우 1점부여

-집단 내 생존 경쟁이 존재하고, 변이가 존재하는 것을 기술하였을 경우 1점 추가 부여

-환경변화(항생제가 존재하는 환경)에 적응하기 유리한 변이를 가지는 박테리아가 더 잘 증식함을 기술하였을 경우 1점 추가 부여

-시간이 지나면서 결국 박테리아 집단내에서 항생제 저항성 박테리아의 수가 증가함을 기술하였을 경우 1점 추가 부여

[2-2] 제시문 [나]에 보고된 연구진의 실험 결과는 다윈의 진화론으로 설명이 어려운 부분이 있다. 제시문에서 같은 정도의 항생제 저항성을 보인 하나의 모집단에서 무작위로 분리된 박테리아 소그룹 간에 항생제 저항성의 차이를 보이고, 이 중 상당수의 소그룹이 모집단보다 현저히 낮은 항생제 저항성을 보이면서도 어떻게 항생제가 존재하는 환경에서 생존할 수 있는지를 제시문을 근거로 추론하여 기술하시오 (5점)

[정답] 다윈의 자연선택설에 의하면 항생제가 존재하는 환경으로 변화하면 박테리아 집단 내에서 항생제 저항성을 가지는 박테리아의 수가 시간이 지남에 따라 증가하여야 한다. 하지만 이 연구 결과에 의하면 항생제 저항성 박테리아의 비율은 증가 하지 않았다. 따라서, 자연선택에 의한 진화의 과정으로 설명 되지 않는다.

항생제가 존재하는 환경에서 항생제의 저항성을 가지는 박테리아는 인돌을 형성하여 약물배출펌프를 증가시킴으로써 생존하거나, DNA gyrase의 돌연변이로 생존할 수 있다. 만약 박테리아 집단 내에서 항생제 저항성이 현저히 낮은 박테리아도 같이 생존하였다면, 이는 항생제 저항성이 높은 박테리아의 도움을 받아 생존한 것으로 추론되어진다. 저항성이 높은 박테리아가 저항성이 낮은 박테리아의 생존을 도와줄 수 있는 방법은 제시문에 국한되어 생각하면 항생제 저항성이 낮은 박테리아의 DNA gyrase에 돌연변이를 유도하거나 돌연변이 DNA gyrase를 전달받기 보다는 항생제 저항성이 높은 박테리아에서 생성되는 인돌을 저항성이 낮은 박테리아가 받아 약물배출 펌프 단백질의 발현을 높여 생존하였을 것이라고 추론 할 수 있다.

[채점기준]

- 저항성이 높은 박테리아가 저항성이 낮은 박테리아의 생존을 도왔다고 기술하였을 경우 1점 부여
- 인돌을 받아 생존하였다고만 기술하였을 경우는 2점 추가 부여
- 항생제 저항성이 높은 박테리아에서 생성되는 인돌을 받아 저항성이 낮은 박테리아가 약물배출 펌프 단백질의 발현을 높여 생존하였을 것이라고 추론하였다면 2점 추가 부여

[2-3] 항생제 저항성을 가지는 소그룹들은 다시 크게 4그룹으로 나뉜다고 가정할 때 (Group 1: 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 2: 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 그룹, Group 3: 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹, Group 4: 인돌을 발현하며 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 그룹), 이 4 가지 그룹을 다음과 같이 섞어서 배양하면서 norfloxacin을 투여하였을 경우 각각의 실험에서 시간에 따라 대장균이 증식할지 또는 사멸할지에 대해 기술하며, 그렇게 추론한 근거를 설명하시오 (6점) (%는 박테리아 개체 수를 의미함)

(1) Group 1 (95%) + Group 2 (5%)
(2) Group 1 (95%) + Group 3 (5%)
(3) Group 1 (95%) + Group 4 (5%)
(4) Group 2 (95%) + Group 3 (5%)

[정답]

(1) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group을 섞어서 배양하면 처음에는 항생제의 영향으로 인돌을 생성하지 않는 박테리아의 수가 일부 감소하지만 인돌의 형성하는 박테리아에 의하여 인돌이 생성됨에 따라 인돌을 발현하지 않는 박테리아 group도 생존이 가능해진다.

(2) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 인돌을 생성하지 않는 박테리아 group은 죽어 사라지고 DNA gyrase 돌연변이를 가지고 있는 group만 생존한다.

(3) 인돌을 발현하지 않으며 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌을 발현하며 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 처음에는 항생제의 영향으로 인돌을 생성하지 않는 박테리아 group의 수가 일부 감소하지만 인돌의 형성하는 박테리아 group에 의하여 인돌이 생성됨에 따라 인돌을 발현하지 않는 박테리아 group도 생존이 가능해진다.

(4) 인돌을 발현하나 유전자에 어떠한 돌연변이도 없는 group과 인돌은 발현하지 않으나 norfloxacin의 타깃인 DNA gyrase에 돌연변이를 가지고 있는 group을 섞어서 배양하면 이 두 group은 모두 항생제 저항성을 보이기 때문에 지속적으로 증식한다.

[채점기준]

- 각 항목 당 정답 시 1.5점 부여
- 증식할지 사멸할지에 대해서만 기술하였으면 각 항목당 0.5점 부여
- 추론 근거를 기술하였을 경우 각 항목당 1점 추가 부여

[2-4] 위 [2-3]번 문제의 각 실험에서 만약 트립토판네이즈 저해제(tryptophanase inhibitor)를 norfloxacin 항생제과 함께 박테리아 배양에 처리한다면 어떠한 결과가 도출될 것인지에 대해 추론하여 설명하시오 (4점)

[정답] 트립토판네이즈 저해제(tryptophanase inhibitor)를 투여할 경우 tryptophanase의 작용이 억제되어 인돌이 형성되지 않으므로 생존에 인돌이 절대적으로 필요했던 (1) 조합의 경우 박테리아가 모두 죽어 사라지며 (2), (3), (4) 조합의 경우 DNA gyrase 돌연변이를 가지고 있는 group만 생존한다.

[채점기준]
- 각 항목 당 정답 시 1점 부여
- 증식할지 사멸할지에 대해서만 기술하였으면 각 항목당 0.5점 부여
- 추론 근거를 기술하였을 경우 각 항목당 0.5점 추가 부여

[2-5] 박테리아를 배양하는 배지는 모든 영양성분(당, 지질, 아미노산)을 포함하고 있다. 위 [2-3]번 문제 실험에서

(1) 만약 Group 2와 Group 4 박테리아를 각각 트립토판(tryptophan)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (4점)

[정답] Group 2인 경우 트립토판을 배지에서 제거하면 세포내에 남아 있던 트립토판을 모두 사용한 후 부터는 인돌을 생성할 수 없다. 따라서 배양 초기에는 박테리아가 사멸되지 않고 있다가 시간이 지남에 따라 박테리아가 사멸할 것이다.

Group 4인 경우 인돌이 없어도 DNA gyrase의 돌연변이를 가지고 있어 항생제에 저항성을 나타낼 수 있으므로 트립토판이 없는 배지에서도 박테리아는 사멸하지 않고 생존할 것이다.

[채점기준]
- Group 2에 관한 정답 2점과 group 4에 관한 정답에 각각 2점으로 구성
- 증식할지 사멸할지에 대해서만 기술하였으면 각 항목당 0.5점 부여
- 시간에 따른 변화를 기술하였으면 각 항목당 0.5점 추가 부여
- 추론 근거를 기술하였을 경우 각 항목당 1점 추가 부여

(2) 만약 Group 2 박테리아를 메치오닌(methionine)을 제거한 배지에서 배양하면서 항생제를 처리하면 배양 시간에 따라 결과가 어떻게 나올지 기술하고 그렇게 추론한 근거를 기술하시오 (3점)

[정답] Group 2 박테리아의 배지에 메치오닌을 제거하면 새로운 단백질이 합성되지 않는다(모든 단백질은 메치오닌으로부터 시작됨). 따라서 세포내에 남아 있던 메치오닌을 모두 사용한 뒤부터는 트립토판네이즈를 생성할 수 없어 인돌을 생성할 수 없다. 따라서 배양 초기에는 박테리아가 사멸되지 않고 있다가 배양 시간이 지남에 따라 박테리아가 사멸할 것이다.

[채점기준]
- 증식할지 사멸할지에 대해서만 기술하였으면 0.5점 부여
- 시간에 따른 변화를 기술하였으면 1점 추가 부여
- 추론 근거를 기술하였을 경우 1.5점 추가 부여

[2-6] 대장균에서 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현 관련 유전자는 젖당 분해효소 유전자와 같은 유전자 구조를 가지며, 같은 조절 유전자를 갖는다고 가정해 봅시다. 만약 어떤 대장균에서 저 농도의 norfloxacin 항생제가 tryptophanse 유전자 발현을 높였다고 한다면 어떤 기전으로 발현을 높였을 지를 추론하고, 또한 항생제 처리가 아닌 다른 방법으로 대장균에서 tryptophanase 유전자 발현을 높일 수 있는 방법을 추론해 보시오 (5점)

[정답] 대장균에서 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현 관련 유전자가 젖당분해효소 유전자 구조와

같은 구조를 가지고 있으며, 같은 조절 유전자를 갖는다고 가정하였으므로, 저농도의 항생제가 조절 유전자에 의해 합성된 억제단백질과 결합하여 억제단백질의 구조를 변화시켜 억제하거나, RNA 중합효소를 활성화시켜 트립토파네이즈의 발현을 높일 수 있다. 또한 항생제 처리가 아닌 다른 방법으로는 젖당 유전자 구조와 같은 조절 유전자를 갖고 있음으로 배지내에 젖당을 첨가하면 젖당이 억제단백질에 결합하여 억제 단백질의 구조를 변화시켜 억제단백질을 억제함으로써 트립토파네이즈의 발현을 높일 수 있다.

[채점기준]

- 조절유전자에서 번역된 억제단백질을 항생제가 조절하여 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현을 높일 수 있다고 기술하였을 경우 2점 부여
- RNA 중합효소를 활성화시켜 트립토판네이즈(tryptophanse) 발현을 높일 수 있다고 기술하였을 경우 1 점 부여
- 젖당을 배지에 추가하여 트립토파네이즈의 발현을 높일 수 있다고 기술하였을 경우 추가 2점 부여

[2-7] 대장균은 영양분이 충분할 경우 빠르게 증식하는 것으로 알려져 있으며 (1회 증식 20~30분), 증식 과정에서 DNA 복제는 필수적으로 일어나야 한다. 박테리아에서 일어나는 DNA 복제와 중합효소 연쇄반응(Polymerase Chain Reaction) 기계를 이용한 DNA 복제에서 각각의 과정 및 필요한 성분의 차이점을 비교 분석하여 설명하시오 (6점)

[정답]

DNA 풀림(denaturation) 과정

박테리아: 헬리케이즈(Helicase)에 의해 2중 나선의 DNA가 한가닥으로 떨어짐.

중합효소 연쇄반응: 90~95^{O}C 열에 의해서 2중 나선의 DNA 수소결합이 떨어짐.

프라이머 (Primer) 결합 과정

박테리아: 프라이메이즈에 의해 복제가 일어날 부분에 RNA 프라이머(primer)가 합성.

중합효소 연쇄반응: 약 50~65^{O}C에서 외부에서 합성된 DNA primer를 사용하여 복제가 원하는 부분에 결합함.

DNA 합성 과정

박테리아: 선도가닥을 만들때는 박테리아 DNA 중합효소가 유전자 합성하며, 지연가닥을 합성할때는 오카자키 단편이 만들어지며 오카자키 단편은 DNA 연결효소에 의해 결합됨

중합효소 연쇄반응: 고온에 사는 호열성 세균의 중합효소를 이용하여 복제가 이루어지며, 지연가닥에서는 오카지키 단편이 만들어지지 않는다.

[채점기준]

- 각각의 과정별로 정답 시 2점 부여
- 박테리아에 대한 정답만 기술하였을 경우 각각의 과정별로 1점 부여
- PCR에 대한 정답만 기술하였을 경우 각각의 과정별로 1점 부여

[2-8] 질병의 치료나 연구에 사용하기 위하여 다량의 단백질 합성이 필요하며, 유전자 조작을 통해 플라스미드를 이용하여 박테리아에서 인간 유전자 유래 단백질을 만들기도 한다(예: 인슐린). 그러나 이렇게 합성된 단백질은 인간세포에서 만들어진 단백질과 같은 기능을 보이는 경우도

있으나, 몇몇의 경우에는 박테리아에서 제작된 단백질의 활성도가 감소되는 경우도 관찰된다. 인간세포에서 만들어진 단백질과 대장균에서 만들어진 단백질의 아미노산 서열이 100% 일치하는데도 왜 활성도가 달라질 수 있는지에 대하여 추론하여 자세히 설명하시오 (7점)

[정답] 박테리아와 진핵세포의 세포소기관의 차이는 진핵세포에는 막성기관이 존재한다. 진핵세포는 DNA로부터 전사, 번역된 단백질은 소포체, 골지체를 거치면서 단백질 가공 및 운반이 된다. 따라서 진핵생물에서는 단백질 번역 후 조절이라는 단계를 거쳐 완성된 단백질의 활성화가 결정되어진다. 그러나 박테리아에서는 위와 같은 막성 세포소기관이 존재하지 않고, 단백질 번역 후 조절이라는 단계가 없어서 활성화가 이루어지지 않을 수도 있다.

[채점기준]

- 박테리아와 진핵세포의 막성 기관에 따른 단백질 가공 차이를 기술하였을 경우 2점 부여
- 단백질 번역 후 조절이라는 단계를 기술하면 추가 2점 부여
- 단백질 번역 후 조절 단계가 단백질 활성화에 중요하다는 내용을 기술하였을 경우 추가 3점 부여

[2-9] 박테리아 내에서 tryptophanase를 발현하는 유전자는 진핵세포에는 없는 것으로 알려져 있다. 만약 박테리아 tryptophanase 유전자를 유전자 조작 방법을 이용하여 인간 유래 세포에 넣어 tryptophanase 단백질을 발현시킨다고 가정하면, 인간세포도 인돌을 발현할 수 있을지 기술하고, 그렇게 추론한 근거를 서술하시오 (6점)

[정답] 박테리아 tryptophanase는 진핵세포에 없으나 이를 유전자 조작으로 인간세포에 넣었을 경우 tryptophanase 단백질은 진핵세포에서 발현이 된다. 이때 단백질 효소는 특정한 입체구조를 가지는 기질과 결합해야 효소의 활성도를 나타낼 수 있는데(기질 특이성), tryptophanase는 기질을 박테리아 특이 단백질이 아닌 아미노산인 트립토판을 사용한다. 박테리아와 인간의 트립토판은 구조가 같기 때문에 인간 세포내에 있는 트립토판을 이용하여 인돌을 생성할 수 있을 것으로 추론되어진다.

[채점기준]

- 인돌을 생성할 수 있다고만 기술하였을 경우 1점 부여
- 단백질 효소가 활성도를 나타내기 위해서는 특정한 입체구조를 가지는 기질과 결합해야 한다는 것을 기술하였다면 2점 추가 부여
- 박테리아와 인간의 트립토판이 구조가 같아 트립토판을 분해하여 인돌을 생성한다고 기술하면 추가 3점 부여

2020학년도 자연계열(오후) 합격자 우수답안

– 의학과 –

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

1-1 (1) 조건에 맞으려면 n은 짝수만 움직여야 하고, A에 있는 상황에서 연속으로 실선 두 번, 혹은 점선 두 번을 따라 가야 한다.

n이 짝수이면 $P_n = P_{n-2} \times \frac{13}{25}$ $\therefore P_n = \left(\frac{13}{25}\right)^{\frac{n}{2}}$

$\therefore$ $\boxed{\begin{array}{l} n\text{이 홀수이면 } \rightarrow P_n = 0 \\ n\text{이 짝수이면 } \rightarrow P_n = \left(\frac{13}{25}\right)^{\frac{n}{2}} \end{array}}$

(2) 상금을 받을 수 있는 경우는 2n번 시행 후 A에 있으며, 그동안 D를 지나지 않는 경우이다.

C를 k번 지날 때의 확률은 ${}_nC_k \times \left(\frac{4}{25}\right)^k \times \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k}$ 이다.

이때 기댓값은 $\sum_{k=0}^{n} 2^k \times {}_nC_k \times \left(\frac{4}{25}\right)^k \times \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} = \boxed{\left(\frac{17}{25}\right)^n}$ 이고, 분산은 $\sum_{k=0}^{n} 2^{2k} \times {}_nC_k \times \left(\frac{4}{25}\right)^k \left(\frac{9}{25}\right)^{n-k} - \left(\frac{17}{25}\right)^n = \boxed{1 - \left(\frac{17}{25}\right)^n}$ 이다.

1-2 (1) 실선 혹은 점선을 따라 이동할 확률은 검은 공 또는 흰 공을 뽑을 $\frac{5}{6}$ 이다. (각 시행당)

n번 시행했으므로, 실선 1점선을 따라 4번 이하 이동했을 확률은 $\sum_{k=0}^{4} {}_nC_k \left(\frac{5}{6}\right)^k \left(\frac{1}{6}\right)^{n-k} = P_n$ 이다.

$6^n P_n = 5^0 {}_nC_0 + 5^1 {}_nC_1 + 5^2 {}_nC_2 + 5^3 {}_nC_3 + 5^4 {}_nC_4$ 이다.

$\lim_{n\to\infty} \frac{6^n P_n}{n^4} = \lim_{n\to\infty} \frac{5^0 {}_nC_0 + 5^1 {}_nC_1 + 5^2 {}_nC_2 + 5^3 {}_nC_3}{n^4} + \frac{5^4 \times n(n-1)(n-2)(n-3)}{4! \times n^4} = \boxed{\frac{625}{24}}$ 이다.

(2) 점 A로 돌아왔을 때, 실선이 짝수번이면 n 또한 짝수이어야 하고, 실선이 홀수 번이면 n 또한 홀수이다.

n=5일 때를 먼저 구해 보면, 흰공 한 번 검은공 한 번 붉은공 세 번을 뽑거나, 흰공 한 번 검은공 세 번 붉은공 한 번을 뽑는다.

흰 공을 뽑은 횟수, 검은 공을 뽑은 횟수, 붉은 공을 뽑은 횟수를 각각 α, β, γ라 하면

α, β, γ가 모두 짝수일 때 A로 돌아온다.

따라서 전부 짝수가 될 때 경우의 수는 20-6-6=8 $\therefore y = 8 \times 2 = 16$.

n=6일 때를 구하자. α=2이면 (β, γ) = (4,0), (2,2), (0,4)가 가능하다.

이때 경우의 수는 4+24+4 = 32가지이다.

α=0이면 (β, γ) = (6,0), (4,2), (2,4), (0,6)이 가능하다.

이때 경우의 수는 0+4+4+0 = 8가지 이다.

$\therefore x = 32 + 8 = 40$

$\therefore \boxed{x=40,\ y=16}$

(3) 가능한 (α, β, γ)는 (1,2,2), (3,2,0), (3,0,2), (1,4,0), (5,0,0), (1,0,4) 이다.

각각의 확률은 $\frac{1}{6^5} \times 540$, $\frac{1}{6^5} \times 720$, $\frac{1}{6^5} \times 80$, $\frac{1}{6^5} \times 30$, $\frac{1}{6^5} \times 2^5$, $\frac{1}{6^5} \times 10$ 이다.

모두 더하면 $\frac{2193}{6^5}$ = $\boxed{\cancel{\frac{2193}{7776}}}$ ~~이다~~. = $\boxed{[illegible]}$ 이다.

1-3 3번 시행 동안 흰 공 2개, 붉은 공 한 개를 뽑거나 흰공 1개, 검은공 1개를 뽑을 수 있다.

점 D에 있으려면 이 중 전자의 경우이므로,

전자의 확률은 [illegible] $= \frac{37}{900}$

후자의 확률은 [illegible] $= \frac{3}{20}$

$\therefore$ 확률은 $\frac{\frac{37}{900}}{\frac{37}{900} + \frac{135}{900}} = \boxed{\frac{37}{172}}$ 이다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

이 줄 위에는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

2-1. 항생제에 노출된 환경에서도 살아갈 수 있는 형질을 가진 박테리아가 그렇지 않은 박테리아보다 생존할 확률이 높고, 전자의 박테리아들이 후자의 박테리아보다 자손을 많이 남기며, 자연 선택이 일어나 전자의 박테리아 비율이 높아질 것이다.

2-2. 무작위로 분리된 소그룹들에서 각각 무작위로 돌연변이가 일어난다. 이 돌연변이는 ~~침묵~~ 침묵돌연변이일 수 있고, 형질에 변화를 주는 돌연변이일 수 있으며, 따라서 항생제 저항성은 소그룹마다 다르다.

생존자의 소그룹이 항생제가 존재하는 환경에서 생존하는 이유는 Norfloxacin이 DNA복제를 억제하기 때문에 자손을 남기기 전까지는 생존하기 때문이다.

2-3. 모든 실험에서 대장균은 증식할 것이다.

실험 (1), (3), (4) 에서는 인돌을 발현하는 Group 2, 4가, 실험 (2)에서는 DNA Gyrase에 돌연변이가 있는 Group 3이 증식할 것이다.

2-4. 트립토판 분해효소 저해제를 처리하면 인돌 발현이 억제되므로,

(1)번 실험에서는 Group 1, 2 모두 사멸할 것이다. 하지만 DNA gyrase는 영향받지 않으므로, 이에 돌연변이가 일어난 Group 3, 4는 증식한다. 따라서, 실험 (2), (3), (4) 에서는 박테리아가 증식한다.

2-5. (1) 트립토판이 없으면 Group 2, 4 에서 트립토판분해효소의 기질이 없기 때문에 생성물인 인돌 또한 없다.

따라서, 2-4번 문제와 같은 결과가 나온다고 추론할 수 있다.

(2) 메치오닌 어간, mRNA의 개시코돈 AUG에 해당하는 tRNA의 3' 말단의 붙은 아미노산으로서, 메티오닌이 없다면 폴리펩타이드, 단백질의 번역이 불가능하다. 따라서, Group2 박테리아는 사멸한다.

2-6. 박테리아에서, 젖당 분해효소는 lacZ 오페론 구조에 의해 발현된다.

이 구조에 입각하여, Norfloxacin 항생제는 ① ~~[illegible]~~ 조절 유전자 발현을 억제하거나, ② 억제 단백질 구조를 변형시키거나,

③ 프로모터와 RNA Polymerase 간의 결합을 강화할 수 있다.

트립토판 분해효소 오페론과 lacZ 오페론이 같은 조절 유전자를 가지므로, 항생제가 아닌 단순히 젖당을 박테리아에 주입하여 트립토판 분해효소 발현을 높일 수 있다.

2-7 박테리아의 OriC(복제 원점)에 헬리케이스가 붙어 DNA의 수소결합을 제거하고, 선도 가닥에 하나의 RNA 프라이머가, 지연 가닥에 여러 개의 RNA 프라이머가 붙어 이 프라이머의 3'-OH 말단으로부터 DNA Polymerase 가 결합을 시작한다. 이후 RNA 프라이머는 그에 대응하는 DNA 가닥으로 교체되고, DNA ligase에 의해 프라이머의 5' 말단이 앞 가닥과 붙는다.

반면, PCR 에서는 DNA 프라이머가 필요하며, 약 90℃ 정도의 고온에서 수소 결합을 끊게 한 떨어뜨린 후 낮은 온도의 저온에서 프라이머를 결합시킨다. 이후, 70℃ 정도의 온도에서 Taq의 DNA 중합 효소를 이용하여 합성하고, 이 cycle을 여러번 반복한다.

2-8. 아미노산 서열이 같으면, 그 폴리펩타이드도 같다. 하지만, 단백질은 입체 구조이기 때문에, 폴리펩타이드가 접혀야 한다. 이때, 환경이 다르면 단백질의 구조 또한 달라지기 때문에, 대장균과 인간세포에서 만들어진 단백질은 그 기능이 다를 수 있다.

2-9. tryptophanase 가 정상적으로 발현되었다고 가정하면, 인돌 또한 발현될 수 있다. 인간세포에서 트립토판은 필수 아미노산이기 때문이다.

하지만, 원핵세포와 진핵세포의 발현 기작은 다르며, tryptophanase 유전자에 대한 리프레서가 또한 존재하지 않기 때문에, tryptophanase 가 발현되기는 힘들며, 인돌도 발현되지 않는다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

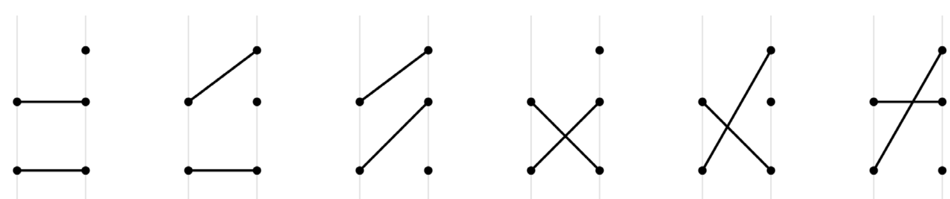
2019학년도 자연계열(오후) 논술고사

– 의학과 –

[문항 1] **(50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.**

(가) 두 개의 자연수 m, $n\,(2 \le m \le n)$과 수열 $\{c_k\}$가 주어져 있다. 좌표평면에서 y축 위의 m개의 점 $\mathrm{A}_i(0, c_i)\,(i = 1, 2, \ldots, m)$으로 이루어진 집합 $\mathbb{A} = \{\mathrm{A}_1, \mathrm{A}_2, \ldots, \mathrm{A}_m\}$과 직선 $x = 1$ 위의 n개의 점 $\mathrm{B}_j(1, c_j)\,(j = 1, 2, \ldots, n)$으로 이루어진 집합 $\mathbb{B} = \{\mathrm{B}_1, \mathrm{B}_2, \ldots, \mathrm{B}_n\}$을 생각하자. 집합 $\mathbb{A}$의 각 원소를 $\mathbb{B}$의 서로 다른 원소와 짝지어 선분으로 연결한 것을 '짝짓기'라 부르자. 두 자연수 $m \le n$에 대하여 가능한 짝짓기의 총 개수는 $\boxed{\text{(a)}}$이다.

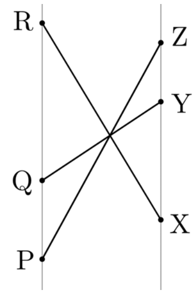
예를 들어 $m = 2$, $n = 3$일 때 가능한 짝짓기의 경우는 다음 6가지가 있다.



[그림 1-1]

각각의 짝짓기에는 정확히 m개의 선분이 있고, 두 개 이상의 선분이 만나 교점이 생길 수 있다. 짝짓기가 가질 수 있는 교점 개수의 최솟값은 0이다. 모든 짝짓기 중에서 교점이 없는 짝짓기의 개수는 $\boxed{\text{(b)}}$이다.

(나) 짝짓기에서 [그림 1-2]와 같이 세 개 이상의 선분이 한 개의 교점에서 만날 수도 있다. y축 위의 세 점 P, Q, R와 직선 $x = 1$ 위의 세 점 X, Y, Z가 있을 때, 세 선분 $\overline{\mathrm{PZ}}$, $\overline{\mathrm{QY}}$, $\overline{\mathrm{RX}}$가 한 점에서 만나기 위한 필요충분조건은 $\overline{\mathrm{PQ}} : \overline{\mathrm{YZ}} = \overline{\mathrm{QR}} : \overline{\mathrm{XY}}$가 성립하는 것이다.



[그림 1-2]

[문제 1-1] (16점) 제시문 (가), (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

(1) 제시문 (가)의 ⓐ, ⓑ에 들어갈 식을 각각 m과 n으로 나타내라.

(2) 공비가 r (단, $r \geq 2$)이고 첫째항이 1인 등비수열 $\{c_k\}$에 대해서

$$\mathbb{A} = \{\mathrm{A}_i(0, c_i) \mid i = 1, 2, \ldots, m\},\ \mathbb{B} = \{\mathrm{B}_j(1, c_j) \mid j = 1, 2, \ldots, n\} \quad (m \leq n)$$

이라 하자. 어떤 짝짓기에서도 세 선분이 한 점에서 만나지 않음을 보여라.

[문제 1-2] (18점) 제시문 (가)에서 $m = 5$, $n = 8$이고, 공차가 양수인 등차수열 $\{c_k\}$에 대해서

$$\mathbb{A} = \{\mathrm{A}_1(0, c_1), \mathrm{A}_2(0, c_2), \ldots, \mathrm{A}_5(0, c_5)\},\ \mathbb{B} = \{\mathrm{B}_1(1, c_1), \mathrm{B}_2(1, c_2), \ldots, \mathrm{B}_8(1, c_8)\}$$

이라 하자. 제시문 (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

(1) 교점의 개수가 정확히 한 개이고 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 짝짓기의 개수를 구하라.

(2) 교점의 개수가 정확히 한 개이고, 그 점에서 세 개 이상의 선분이 만나는 짝짓기의 개수를 구하라.

[문제 1-3] (16점) 제시문 (가)에서 $m = n = 10$이고, 공차가 양수 d인 등차수열 $\{c_k\}$에 대해서

$$\mathbb{A} = \{\mathrm{A}_1(0, c_1), \mathrm{A}_2(0, c_2), \ldots, \mathrm{A}_{10}(0, c_{10})\},\ \mathbb{B} = \{\mathrm{B}_1(1, c_1), \mathrm{B}_2(1, c_2), \ldots, \mathrm{B}_{10}(1, c_{10})\}$$

이라 하자. 이 때 가능한 모든 짝짓기에서 나오는 선분의 총 개수는 $10! \times 10$이다.

(1) $10! \times 10$개의 모든 선분 중에서 길이가 1인 선분의 개수를 구하라.

(2) $10! \times 10$개의 모든 선분의 길이의 합을 L이라 할 때 $\dfrac{1}{9!} \times \lim\limits_{d \to \infty} \dfrac{L}{d}$의 값을 구하라.

[문항 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 논제에 답하라.

(가) 인류는 현재 식량 부족, 에너지 고갈, 기후 변화와 환경오염 등 인류의 생존을 위협하는 여러 가지 문제들에 직면하고 있다. 이러한 문제들을 해결하기 위하여 여러 가지 아이디어들을 이용한 다양한 시도들이 이루어지고 있다. 그 중 생명 공학적 기술을 이용하여 광합성이 가능한 동물을 만들어 생산하는 것도 한 가지 방법으로 여겨지고 있다. 현재까지 생명 공학적 기술을 이용하여 광합성을 할 수 있는 동물의 개발에 성공한 사례는 없으나, 지구상에는 매우 드물지만 광합성을 하는 동물이 존재한다. 엘리시아 (Elysia)라고 불리는 푸른 민달팽이는 얕은 바다 속에 사는 달팽이 일종으로 해조류에 붙어 있는 모습을 보면 작은 잎이 기어 다니는 것 같이 보여서 '기어 다니는 잎'이라는 별명을 가지고 있다. 푸른 민달팽이는 태어났을 때는 몸 색깔이 투명하지만 바우체리아 (Vaucheria litorea)라고 하는 녹조류에 속하는 식물을 섭취하고 성장하면서 몸이 초록색을 띠게 된다. 푸른 민달팽이가 초록색을 띠는 이유는 섭취한 바우체리아 엽록체 (Chloroplast)를 소화시키지 않고, 몸의 대부분을 차지하는 소화관의 세포내로 흡수하며, 푸른 민달팽이의 소화관 세포에 들어온 바우체리아 엽록체는 수개월 동안 죽지 않고 공생하기 때문인 것으로 알려져 있다. 푸른 민달팽이는 햇빛, CO_2, H_2O만 있어도 상당기간 생존 할 수 있는데, 이는 푸른 민달팽이가 세포내로 들어온 엽록체를 이용하여 광합성을 하기 때문이라고 여겨진다. 연구자들은 달팽이의 소화관 세포에서 공생하는 엽록체가 실제로 광합성을 할 수 있는지 알아보기 위하여 $^{14}CO_2$와 빛을 이용하여 실험을 진행하였다. 연구자들은 수 일간 굶긴 달팽이들을 영양분이 없이 $^{14}CO_2$가 공급되는 인공해수에서 빛의 양을 다르게 하여 생육하였다. 달팽이들을 빛의 조건이 다른 곳에서 각각 일정기간 생육한 후 달팽이 몸에 고정된 ^{14}C의 양을 측정한 결과, 빛이 없이 어두운 곳에서 생육된 달팽이 몸에서는 ^{14}C의 양이 미미하게 측정되었으나 빛이 충분히 공급된 곳에서 생육된 달팽이의 몸에서 ^{14}C의 양이 현저히 높게 측정 되었다. 또한, 달팽이에서 측정되는 ^{14}C의 양은 빛의 노출 시간이 길수록 증가하였으며 광합성을 억제하는 약물을 투여하였을 때 ^{14}C 축적이 감소하는 것을 관찰하였다. 연구자들은 이러한 결과를 바탕으로 달팽이 몸속에 공생하는 엽록체가 광합성을 한다고 추론하였다.

(나) 엽록체 (Chloroplast)와 미토콘드리아 (Mitochondria)는 그 자체가 세포 내에서 증식할 수 있으며, 광합성 또는 산소호흡을 하여 숙주와 공생관계를 형성한다. 그러나 이에 필요한 모든 유전자를 엽록체나 미토콘드리아 내에 가지고 있지는 않다. 숙주와 공생관계를 시작하기 전에 단독생활을 하던 원시 광합성 세균에는 광합성에 필요한 유전자가 모두 엽록체 안에 포함되어 있었을 것이라고 추측된다. 하지만 진화 과정에서 엽록체의 많은 유전자는 공생관계에 있는 세포의 핵 (Nucleus)에 *유전자를 전달 (Transfer) 하였고, 그 결과 숙주 염색체 내에는 광합성에 필요한 유전자를 가지고 있다는 이론이 받아들여지고 있다. 예를 들어 세포에서 광합성을 수행하기 위해서는 약 1,500~3,000 종류의 단백질이 필요하다고 알려져 있으나, 대부분의 엽록체는 60~200 종류의 단백질만을 만들 수 있는 유전자만 가지고 있다. 이 이론이 맞는다고 가정하면 푸른 민달팽이에 공생하여 광합성을 하는 엽록체는 달팽이 세포 핵 (Nucleus)에서 전사 (Transcription)된 광합성 관련 단백질들을 이용하여 광합성을 한 것으로 추론이 된다. 즉 녹조류의 광합성 관련 유전자 일부가 이미 푸른 민달팽이 염색체에 전달되어 존재한다고 추론할 수 있다.

* 유전자 전달 : 서로 다른 종류의 세포에서 한 세포의 특정 유전자가 다른 세포로 전달되어 그 세포의 유전자에 삽입되는 현상.

제시문 (가), (나)를 참조하여 다음 문제에 답하라.

[문제 2-1] 푸른 민달팽이의 세포가 출생 시 엽록체를 가지고 있지 않고, 성장하면서 섭취한 녹조류의 엽록체가 세포내로 들어와 공생한다는 증거를 성체 푸른 민달팽이를 가지고 관찰할 수 있는 방법을 추론해 보시오 (6점).

[문제 2-2] 인간 유래 세포에 식물에서 분리한 엽록체를 세포질 내로 인위적으로 주입하였다고 가정할 때, 이 엽록체는 광합성을 할 수 있을 것인지 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (엽록체에 대한 세포내 거부반응은 없다고 가정함) (6점).

[문제 2-3] 만약 엽록체가 푸른 민달팽이 세포와 공생하며 광합성을 하여 충분한 포도당을 생산할 수 있다고 가정하였을 경우, 이 푸른 민달팽이에 충분한 양의 H_2O, CO_2, O_2, 햇빛만을 제공한다면 푸른 민달팽이는 세포 증식이 일어나 성장할 수 있을지를 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (10점).

[문제 2-4] 푸른 민달팽이에 동위원소로 합성한 충분한 양의 $^{14}CO_2$와 햇빛을 공급하였을 경우, 동위원소로 표지된 탄소원자는 세포 내 거대분자 (Macromolecule) 어디에서 관찰될 것인지 분자 구조를 배경으로 서술하시오 (6점).

[문제 2-5] 엽록체를 가지고 있지 않은 푸른 민달팽이와, 엽록체를 가지고 있는 푸른 민달팽이를 몇 주간 H_2O와 O_2만 공급되는 빛이 없는 어두운 환경에서 생육 시켰을 경우, 엽록체가 없는 푸른 민달팽이는 모두 죽었으나 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 생존하였다. 만약 생존한 푸른 민달팽이의 세포에 엽록체가 남아 있지 않았다면, 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이가 생존한 이유와 이 엽록체가 없어진 이유를 추론하여 서술하시오 (10점).

[문제 2-6] 엽록체를 사용할 수 있는 세포를 바이오 에너지 생산에 적용 하고자 한다. 엽록체와 공생하며 광합성 할 수 있는 효모(Yeast)를 인위적으로 개발하였다고 가정하였을 경우, 이 효모를 이용하여 에너지로 이용할 수 있는 알코올 생산 시스템을 만들려고 한다. 엽록체를 가지고 있는 효모를 이용하여 알코올을 생산할 수 있는 방법을 추론하여 기술하시오 (12점).

2019학년도 자연계열(오후) 모범답안

— 의학과 —

[문제 1-1]

(1) ⓐ $\mathbb{B}$에서 m개의 점을 선택하여 각각 $\mathbb{A}$와 짝짓는 경우의 수이므로 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n\mathrm{P}_m = \dfrac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\cdots(n-m+1)$

ⓑ $\mathbb{B}$에서 m개의 점을 선택하여 짝짓기를 했을 때 교점이 생기지 않는 경우는 한 가지 경우 뿐이다. 따라서 전체 경우의 수는 ${}_n\mathrm{C}_m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$이다.

(2) 임의의 세 선분을 선택할 때 한 점에서 만나지 않음을 보이면 충분하다. $\mathbb{A}$에서 A_i, A_j, A_k $(i<j<k)$를 고르고 $\mathbb{B}$에서 B_s, B_t, B_u $(s<t<u)$를 골라서 [그림 1-2]와 같이 연결되었다고 가정하자. 문제의 조건으로부터 $c_k = r^{k-1}$이므로,

$\overline{\mathrm{A}_i\mathrm{A}_j} = r^{j-1} - r^{i-1}$, $\overline{\mathrm{A}_j\mathrm{A}_k} = r^{k-1} - r^{j-1}$

$\overline{\mathrm{B}_s\mathrm{B}_t} = r^{t-1} - r^{s-1}$, $\overline{\mathrm{B}_t\mathrm{B}_u} = r^{u-1} - r^{t-1}$

이다. 따라서 $\overline{\mathrm{B}_t\mathrm{B}_u} : \overline{\mathrm{A}_i\mathrm{A}_j} = \overline{\mathrm{B}_s\mathrm{B}_t} : \overline{\mathrm{A}_j\mathrm{A}_k}$가 성립하기 위해서는

$$r^{j-1}(1-r^{i-j})r^{t-1}(1-r^{s-t}) = r^{j-1}(r^{k-j}-1)r^{t-1}(r^{u-t}-1)$$

이므로, $(1-r^{i-j})(1-r^{s-t}) = (r^{k-j}-1)(r^{u-t}-1)$이어야 한다. 하지만 좌변은 1보다 작고, 우변은 1보다 크므로 두 식은 같지 않다.

[문제 1-2]

(1) 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않으므로 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $\mathbb{B}$에서 5개를 선택하여 이웃한 두 점의 위치를 한 번 바꾸어 $\mathbb{A}$의 5개의 점과 차례대로 연결하는 개수와 같다. 각 5개의 점에서 이웃한 점을 선택하는 경우의 수는 4이므로 모두 $4 \times {}_8\mathrm{C}_5 = 224$가지.

(2) 등차수열의 공차를 d라 하자. 세 선분 이상이 한 점에서 만나야 하므로 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $\mathbb{B}$에서 같은 간격 $\ell \times d$ (ℓ은 자연수)를 가지는 $k(\geq 3)$개의 점을 먼저 선택하고 그 순서를 뒤집고, 그 점들의 바깥에서 $5-k$개의 점을 추가로 고른 후, 이렇게 선택한 5개의 점을 $\mathbb{A}$의 점에 차례대로 대응시키는 것과 같다.

$k=5$:

- $\ell = 1$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 1인 경우는 $\{\mathrm{B}_1, \ldots, \mathrm{B}_5\}$, … , $\{\mathrm{B}_4, \ldots, \mathrm{B}_8\}$로 모두 4개.
- $\ell \geq 2$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 ℓ인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 4개.

$k=4$:
- $\ell=1$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 1인 경우는 $\{B_1,\ldots,B_4\}$, … , $\{B_5,\ldots,B_8\}$로 모두 5개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 4개 이므로 $5\times 4=20$
- $\ell=2$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 2인 경우는 $\{B_1,B_3,B_5,B_7\}$, $\{B_2,B_4,B_6,B_8\}$로 모두 2개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 1개 이므로 $2\times 1=2$
- $\ell\geq 3$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 ℓ인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 22개.

$k=3$:
- $\ell=1$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 1인 경우는 $\{B_1,B_2,B_3\}$, … , $\{B_6,B_7,B_8\}$로 모두 6개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 5개 이므로 $6\times {}_5C_2=60$
- $\ell=2$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 2인 경우는 $\{B_1,B_3,B_5\}$, … , $\{B_4,B_6,B_8\}$로 모두 4개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 3개 이므로 $4\times {}_3C_2=12$
- $\ell=3$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 3인 경우는 $\{B_1,B_4,B_7\}$, $\{B_2,B_5,B_8\}$로 모두 2개. 이때 이 점들의 바깥쪽에 있는 점은 모두 1개 이므로 두 점을 선택할 수 없다.
- $\ell\geq 4$인 경우 : $\mathbb{B}$에서 간격이 ℓ인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 모두 $60+12=72$개.

위 두 경우를 종합하면 문제의 조건을 만족하는 짝짓기의 개수는 $4+22+72=98$(개)다.

[문제 1-3]

(1) 선분의 길이가 1이 되기 위해서는 $i=1,\ldots,10$에 대하여 A_i와 B_i가 연결되어야 한다.
선분 $\overline{A_iB_i}$을 포함한 짝짓기의 개수를 구해보면 모두 $9!$(개)로 일정하므로 따라서 길이가 1인 선분의 개수는 $10\times 9!=10!$(개)이다.

(2) 점의 좌표 및 등차수열의 일반항을 이용하여 $\mathbb{A}$와 $\mathbb{B}$의 점 사이의 거리를 구해보면, 생길 수 있는 선분의 길이는 $k=0,1,2,\ldots,9$에 대하여 $\sqrt{1+(kd)^2}$이다.
(1)과 같은 방법으로 각 선분의 개수를 구해보면 다음과 같다.
- 선분의 길이가 1인 경우 : $10!$ (개)
- 선분의 길이가 $\sqrt{1+(kd)^2}$인 경우 (단, $k\neq 0$) : $9!\times 2\times(10-k)$ (개)

즉, $L=10!+2\times 9!\times\sum_{k=1}^{9}(10-k)\sqrt{1+(kd)^2}$이 된다. 따라서

$$\begin{aligned}\frac{1}{9!}\times\lim_{d\to\infty}\frac{L}{d}&=2(1\times 9+2\times 8+\cdots+9\times 1)\\&=2\sum_{k=1}^{9}k(10-k)=20\sum_{k=1}^{9}k-2\sum_{k=1}^{9}k^2\\&=10^2\times 9-\frac{9\times 10\times 19}{3}\\&=330\end{aligned}$$

[문제 2-1] 푸른 민달팽이의 세포가 출생 시 엽록체를 가지고 있지 않고, 성장하면서 섭취한 녹조류의 엽록체가 세포내로 들어와 공생한다는 증거를 성체 푸른 민달팽이를 가지고 관찰할 수 있는 방법을 추론해 보시오 (6점).

[정답] 녹조류를 섭취한 성체 푸른 민달팽이의 체세포와 생식세포를 분리하여 관찰하였을 때 체세포에는 엽록체가 관찰되지만 생식세포에는 관찰되지 않음. 만약 생식세포에 엽록체가 관찰된다면 유전으로 자손에게 전달된다는 의미임. 엽록체를 관찰하는 방법으로는 현미경 (광학, 전자현미경) 관찰, 엽록체 DNA 분석, 세포 분쇄 후 원심분리기로 세포 분획하는 방법 등이 있음.

[문제 2-2] 인간 유래 세포에 식물에서 분리한 엽록체를 세포질 내로 인위적으로 주입하였다고 가정할 때, 이 엽록체는 광합성을 할 수 있을 것인지 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (엽록체에 대한 세포내 거부반응은 없다고 가정함) (6점).

[정답] 제시문 [나]에서 기술한 바와 같이 광합성을 하기 위해서는 엽록체에서 광합성에 필요한 유전자가 숙주 세포 유전자에 이미 존재하여야 함. 따라서 인간 유래세포에 주입한 엽록체는 거부 반응이 없다고 하더라도 광합성에 필요한 충분한 단백질을 숙주세포로부터 제공받지 못하여 광합성을 수행 할 수 없다.

[문제 2-3] 만약 엽록체가 푸른 민달팽이 세포와 공생하며 광합성을 하여 충분한 포도당을 생산할 수 있다고 가정하였을 경우, 이 푸른 민달팽이에 충분한 양의 H_2O, CO_2, O_2, 햇빛만을 제공한다면 푸른 민달팽이는 세포 증식이 일어나 성장할 수 있을지를 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (10점).

[정답] 푸른 민달팽이 세포가 광합성을 하여 충분한 양의 포도당을 생산하였다 하더라도, 민달팽이의 세포가 성장하기 위해서는 필수 영양소가 공급되어야 한다. 충분한 양의 포도당이 합성되었을 경우 대부분 에너지원으로 사용이 되며 일부의 포도당이 단백질, 지질로 합성될 수 있다. 하지만 꼭 섭취해야만 얻을 수 있는 필수 아미노산, 비타민을 포함한 무기 염류 등이 공급되지 않았기 때문에 세포는 증식할 수 없다.

[문제 2-4] 푸른 민달팽이에 동위원소로 합성한 충분한 양의 $^{14}CO_2$와 햇빛을 공급하였을 경우, 동위원소로 표지된 탄소원자는 세포 내 거대분자 (Macromolecule) 어디에서 관찰될 것인지 분자 구조를 배경으로 서술하시오 (6점).

[정답] $^{14}CO_2$는 엽록체에서 포도당으로 합성될 것이다. 합성된 포도당은 에너지원으로 사용이 되거나 아미노산, 지질 합성에 사용될 수 있다. 따라서 동위원소로 표지된 탄소 원자는 탄수화물, 단백질, 지질에서 관찰될 것이다.

[문제 2-5] 엽록체를 가지고 있지 않은 푸른 민달팽이와, 엽록체를 가지고 있는 푸른 민달팽이를 몇 주간 H_2O와 O_2만 공급되는 빛이 없는 어두운 환경에서 생육 시켰을 경우, 엽록체가 없는 푸른 민달팽이는 모두 죽었으나 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 생존하였다. 만약 생존한 푸른 민달팽이의 세포에 엽록체가 남아 있지 않았다면, 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이가 생존한 이유와 이 엽록체가 없어진 이유를 추론하여 서술하시오 (10점).

[정답] 세포내에 존재하는 리소좀은 세포내로 들어온 세균과 같은 이물질이나 제 기능을 하지 못하는 세포 소기관을 분해하며, 리소솜에 의해 분해된 산물은 세포의 생명활동에 필요한 에너지원으로 사용된다. 광합성을 할 수 없는 상태에서 엽록체는 숙주세포와 공생관계에 있다기보다는 세포내 이물질이나 기능을 못하는 소기관과 같은 존재이다. 엽록체는 단백질, 핵산, 지질, 탄수화물 등으로 구성되어져 있다. 따라서 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 세포내에 있던 엽록체를 리소좀을 이용하여 분해(세포 내 소화)하여 얻은 분해산물을 에너지원으로 이용하여 더 오래 살 수 있었으며, 세포속의 엽록체는 리소좀에 의해 가수분해 되어 사라진 것으로 추론된다.

[문제 2-6] 엽록체를 사용할 수 있는 세포를 바이오 에너지 생산에 적용 하고자 한다. 엽록체와 공생하며 광합성 할 수 있는 효모(Yeast)를 인위적으로 개발하였다고 가정하였을 경우, 이 효모를 이용하여 에너지로 이용할 수 있는 알코올 생산 시스템을 만들려고 한다. 엽록체를 가지고 있는 효모를 이용하여 알코올을 생산할 수 있는 방법을 추론하여 기술하시오 (12점).

[정답] 엽록체는 광합성을 통하여 포도당을 만들기 때문에 광합성에 필요한 CO_2와 H_2O 그리고 빛을 공급해주면 포도당과 O_2와 H_2O를 합성할 수 있고, 효모는 산소가 있는 상태에서 포도당을 분해하여 산소호흡을 통하여 에너지를 얻지만, 산소가 없는 환경에서는 발효를 통하여 포도당을 에탄올과 이산화탄소로 분해하면서 에너지를 얻을 수 있다. 따라서 광합성을 하는 엽록체를 가진 효모에서 알코올을 생산하려면 광합성에 필요한 CO_2와 H_2O 그리고 빛을 공급해 포도당을 생산하게 한 후 해당과정을 못 들어가게 하기 위하여 광합성으로 생산된 산소를 제거해 산소가 없는 상태로 만들어주면 효모는 발효를 통하여 에탄올을 생산할 수 있다.

2019학년도 자연계열(오후) 채점기준

– 의학과 –

하위 문항	채점 기준	배점
[1–1] (1)	(a) ${}_n\mathrm{P}_m = \dfrac{n!}{(n-m)!} = n(n-1)\cdots(n-m+1) = m! \times {}_n\mathrm{C}_m$	3점
	(b) ${}_n\mathrm{C}_m = \dfrac{n!}{(n-m)!m!}$	3점
(2)	$\mathbb{A}$, $\mathbb{B}$에서 임의의 세 선분을 골라서 한 점에서 만나지 않음을 보이면 충분	3점
	$(1-r^{i-j})(1-r^{s-t}) = (r^{k-j}-1)(r^{u-t}-1)$혹은 이에 준하는 식	3점
	좌변이 1보다 작고, 우변은 1보다 크다	4점
[1–2] (1)	4가지 경우가 있다는 아이디어	2점
	$4 \times {}_8\mathrm{C}_5 = 224$	4점
(2)	$k=3,\ 4,\ 5$경우를 나누는 아이디어	1점
	$k=5$인 경우 4개	3점
	$k=4$인 경우 22개	3점
	$k=3$인 경우 72개	4점
	$4+22+72=98$	1점
[1–3] (1)	선분의 길이가 1이 되기 위해서는 $i=1,\ldots,5$에 대하여 A_i와 B_i가 연결되어야 한다.	1점
	선분 $\overline{\mathrm{A}_i\mathrm{B}_i}$을 포함한 짝짓기의 개수를 구해보면 모두 9!(개)로 일정	2점
	$10 \times 9! = 10!$	3점
(2)	생길 수 있는 선분의 길이의 종류 $\sqrt{1+(kd)^2}$ $(k=0,\ \ldots\ ,9)$ 가 모두 나옴	2점
	$L = 10! + 2 \times 9! \times \sum_{k=1}^{9}(10-k)\sqrt{1+(kd)^2}$ 혹은 이에 준하는 식 (가령 $\lim_{d\to\infty}\dfrac{L}{d} = 9! \times 2 \times \sum_{k=1}^{9}(10-k)k$)	4점
	330	4점

[문제 2-1] 푸른 민달팽이의 세포가 출생 시 엽록체를 가지고 있지 않고, 성장하면서 섭취한 녹조류의 엽록체가 세포내로 들어와 공생한다는 증거를 성체 푸른 민달팽이를 가지고 관찰할 수 있는 방법을 추론해 보시오 (6점).

[정답] 녹조류를 섭취한 성체 푸른 민달팽이의 체세포와 생식세포를 분리하여 관찰하였을 때 체세포에는 엽록체가 관찰되지만 생식세포에는 관찰되지 않음. 만약 생식세포에 엽록체가 관찰된다면 유전으로 자손에게 전달된다는 의미임.

엽록체를 관찰하는 방법으로는 현미경 (광학, 전자 현미경) 관찰, 엽록체 DNA 분석, 세포 분쇄 후 원심분리기로 세포 분획하는 방법 등이 있음.

[채점기준]

① '생식세포, 체세포를 분리하여 관찰'을 기술하였을 경우 4점 부여

② 엽록체 관찰을 현미경, DNA 분석, 세포분획법 중 2가지 이상을 기술하였을 경우 2점 추가 부여하며, 1가지만 기술하였을 경우 1점 추가 부여

③ 성체가 아닌 출생 후 민달팽이를 가지고 관찰한다고 했을 경우 0점 부여

[문제 2-2] 인간 유래 세포에 식물에서 분리한 엽록체를 세포질 내로 인위적으로 주입하였다고 가정할 때, 이 엽록체는 광합성을 할 수 있을 것인지 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (엽록체에 대한 세포내 거부반응은 없다고 가정함) (6점).

[정답] 제시문 [나]에서 기술한 바와 같이 광합성을 하기 위해서는 엽록체에서 광합성에 필요한 유전자가 숙주 세포 유전자에 이미 존재하여야 함. 따라서 인간 유래세포에 주입한 엽록체는 거부 반응이 없다고 하더라도 광합성에 필요한 충분한 단백질을 숙주세포로부터 제공받지 못하여 광합성을 수행 할 수 없다.

[채점기준]

① 인간 유래세포에 엽록체가 생존할 수 없다고만 기술한 경우 0점 부여

② 엽록체가 광합성에 필요한 유전자를 모두 갖지 못하여서 광합성을 못한다고 기술하였을 경우 2점 부여

③ 숙주로부터 광합성에 필요한 단백질을 제공받지 못했다는 기술을 하였을 경우 4점 부여

[문제 2-3] 만약 엽록체가 푸른 민달팽이 세포와 공생하며 광합성을 하여 충분한 포도당을 생산할 수 있다고 가정하였을 경우, 이 푸른 민달팽이에 충분한 양의 H_2O, CO_2, O_2, 햇빛만을 제공한다면 푸른 민달팽이는 세포 증식이 일어나 성장할 수 있을지를 기술하고, 그렇게 추론한 이유를 서술하시오 (10점).

[정답] 푸른 민달팽이 세포가 광합성을 하여 충분한 양의 포도당을 생산하였다 하더라도, 민달팽이의 세포가 성장하기 위해서는 필수 영양소가 공급되어야 한다. 충분한 양의 포도당이 합성되었을 경우 대부분 에너지원으로 사용이 되며 일부의 포도당이 단백질, 지질로 합성될 수 있다. 하지만 꼭 섭취해야만 얻을 수 있는 필수 아미노산, 비타민을 포함한 무기 염류 등이 공급되지 않았기 때문에 세포는 증식할 수 없다.

[채점기준]

① 성장한다고만 기술하였을 경우 0점 부여

② 성장한다고 기술하면서 이유로 탄수화물로부터 단백질 지질을 합성할 수 있어 성장 할 수 있다고 기술하였을 경우 2점 부여

③ 성장하지 못한다고만 기술 하였을 경우 1점 부여
④ 성장 못한다고 기술하면서 이유로 3대 영양소 중 단백질과 지질이 없어서 성장하지 못한다고만 기술하였을 경우 3점 부여
⑤ 성장 못한다고 기술하면서 이유로 탄수화물, 단백질, 지질등을 합성할 수 있으나 필수 아미노산이 없어 성장 못한다고 기술하였을 경우 6점 부여
⑥ 성장 못한다고 기술하면서 이유로 비타민, 무기 염류 등을 추가 기술하였을 경우 4점 추가 부여

[문제 2-4] 푸른 민달팽이에 동위원소로 합성한 충분한 양의 $^{14}CO_2$와 햇빛을 공급하였을 경우, 동위원소로 표지된 탄소원자는 세포 내 거대분자 (Macromolecule) 어디에서 관찰될 것인지 분자 구조를 배경으로 서술하시오 (6점).

[정답] $^{14}CO_2$는 엽록체에서 포도당으로 합성될 것이다. 합성된 포도당은 에너지원으로 사용이 되거나 아미노산, 지질 합성에 사용될 수 있다. 따라서 동위원소로 표지된 탄소 원자는 탄수화물, 단백질, 지질에서 관찰될 것이다.

[채점기준]
① 포도당 및 탄수화물에 표지된다고 기술하였을 경우 2점 부여
② 아미노산 및 단백질에 표지된다고 기술하였을 경우 2점 추가 부여
③ 지질에 표지된다고 기술하였을 경우 2점 추가 부여
④ 핵산에 표지된다고 기술하였을 경우 0점 부여 (고등학교 교과과정을 벗어남)

[문제 2-5] 엽록체를 가지고 있지 않은 푸른 민달팽이와, 엽록체를 가지고 있는 푸른 민달팽이를 몇 주간 H_2O와 O_2만 공급되는 빛이 없는 어두운 환경에서 생육 시켰을 경우, 엽록체가 없는 푸른 민달팽이는 모두 죽었으나 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 생존하였다. 만약 생존한 푸른 민달팽이의 세포에 엽록체가 남아 있지 않았다면, 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이가 생존한 이유와 이 엽록체가 없어진 이유를 추론하여 서술하시오 (10점).

[정답] 세포내에 존재하는 리소좀은 세포내로 들어온 세균과 같은 이물질이나 제 기능을 하지 못하는 세포 소기관을 분해하며, 리소솜에 의해 분해된 산물은 세포의 생명활동에 필요한 에너지원으로 사용된다. 광합성을 할 수 없는 상태에서 엽록체는 숙주세포와 공생관계에 있다기보다는 세포내 이물질이나 기능을 못하는 소기관과 같은 존재이다. 엽록체는 단백질, 핵산, 지질, 탄수화물 등으로 구성되어져 있다. 따라서 엽록체를 가지고 있었던 푸른 민달팽이는 세포내에 있던 엽록체를 리소좀을 이용하여 분해(세포 내 소화)하여 얻은 분해산물을 에너지원으로 이용하여 더 오래 살 수 있었으며, 세포속의 엽록체는 리소좀에 의해 가수분해 되어 사라진 것으로 추론된다.

[채점기준]
① 세포내 이물질이나 기능을 못하는 소기관을 분해하는 리소좀의 기능 기술시 5점 부여
② 엽록체는 분해 시 에너지원으로 사용되었고 이를 이용하여 더 오래 살았다는 것을 기술하였을 경우 3점 추가 부여
③ 엽록체는 리소좀의 가수분해에 의하여 분해된 점 기술시 2점 추가 부여

[문제 2-6] 엽록체를 사용할 수 있는 세포를 바이오 에너지 생산에 적용 하고자 한다. 엽록체와 공생하며 광합성 할 수 있는 효모(Yeast)를 인위적으로 개발하였다고 가정하였을 경우, 이 효모를 이용하여 에너지로 이용할 수 있는 알코올 생산 시스템을 만들려고 한다. 엽록체를 가지고 있는 효모를 이용하여 알코올을 생산할 수 있는 방법을 추론하여 기술하시오 (12점).

[정답] 엽록체는 광합성을 통하여 포도당을 만들기 때문에 광합성에 필요한 CO_2와 H_2O 그리고 빛을 공급해주면 포도당과 O_2와 H_2O를 합성할 수 있고, 효모는 산소가 있는 상태에서 포도당을 분해하여 산소호흡을 통하여 에너지를 얻지만, 산소가 없는 환경에서는 발효를 통하여 포도당을 에탄올과 이산화탄소로 분해하면서 에너지를 얻을 수 있다. 따라서 광합성을 하는 엽록체를 가진 효모에서 알코올을 생산하려면 광합성에 필요한 CO_2와 H_2O 그리고 빛을 공급해 포도당을 생산하게 한 후 해당과정을 못 들어가게 하기 위하여 광합성으로 생산된 산소를 제거해 산소가 없는 상태로 만들어주면 효모는 발효를 통하여 에탄올을 생산할 수 있다.

[채점기준]

① 엽록체의 광합성에 필요한 CO_2와 H_2O 그리고 빛의 공급 기술시 2점 부여

② 광합성의 산물로 포도당과 산소가 발생한다는 점 기술시 3점 추가 부여, 포도당만 발생 한다고 기술하였을 경우 1점 부여

③ 효모는 산소가 없는 환경에서는 발효를 통하여 알코올(에탄올)을 만든다는 것 기술시 2점 추가 부여

④ 발효 과정을 만들기 위하여 광합성에서 생산된 산소를 제거하는 과정이 필요하다는 것 기술시 5점 추가 부여 (산소가 없는 환경이라고 기술하였을 경우 0점 부여 : 광합성을 수행하여 산소가 발생하므로 꼭 산소를 제거해 주어야함)

2019학년도 자연계열(오후) 합격자 우수답안

– 의학과 –

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

[문제 1-1]

(1) (a) $_nP_m$이다. (순서 상관 있으므로)

(b) $_nC_m$이다. (순서 상관 없으므로)

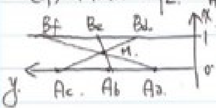
(2) A의 점 3개: $A_a(0, C_a)$ $A_b(0, C_b)$ $A_c(0, C_c)$ $(1 \le a < b < c \le m,\ a, b, c \in N)$

B의 점 3개: $B_d(1, C_d)$, $B_e(1, C_e)$, $B_f(1, C_f)$ $(1 \le d < e < f \le n\ \ d, e, f \in N)$

여기의 6점으로 이루어진 세 선분이 한점에서 만나려면 $\overline{A_aB_f}$, $\overline{A_bB_e}$, $\overline{A_cB_d}$ 이렇게 세 직선을 갖아야 한다.

가정) $\overline{A_aB_f}$ $\overline{A_bB_e}$, $\overline{A_cB_d}$ 가 한점에서 만난다고 가정하자.

(나)에 의해서 이는 $\overline{A_aA_b} : \overline{B_eB_f} = \overline{A_bA_c} : \overline{B_dB_e}$ 랑 필요충분조건이다.



→ 닮음이므로

이는 $\overline{A_aA_b} : \overline{A_bA_c} = \overline{B_eB_f} : \overline{B_dB_e}$ 일 때 이다.

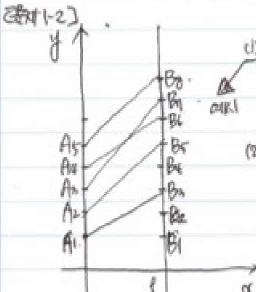
등비수열 $(r \ge 2)$ 이므로

$\overline{A_aA_b} < \overline{A_bA_c}$ / $\overline{B_eB_f} > \overline{B_dB_e}$ 이므로 다음 비례식은 성립할 수 없다.

∴ 모순(※)

∴ 귀류법에 의해서 다음 명제는 증명되었다 ☒

[문제 1-2]



(1) → 교점이 나올 만드는 두개의 점에 대한 직선은 없어야 한다.

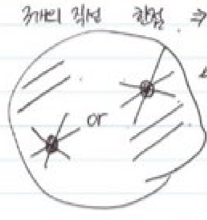
예시

$\therefore {}_8C_5 \times 4 = 224$ □.

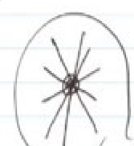
(2) 5개의 직선이 한점에서 만날 ⇒ B에서 선택되는 5개의 점은 연속해야: 4쌍.

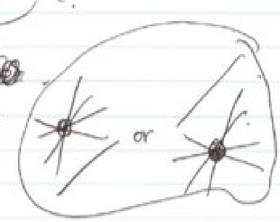
4개의 직선 한점 ⇒ $2 \times (4+3+2+1) = 20$쌍.

3개의 직선 한점 ⇒ $\underbrace{2 \times ({}_5C_2 + {}_4C_2 + {}_3C_2 + {}_2C_2)}$ + $\underbrace{4 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4}$

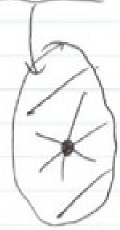


or





or



⇒ 다 더하면 $4 + 20 + 60$

$= 84$쌍 □.

[문제 1-3]

(1) 길이가 1 ⇒ 거리편가 동일한 두점을 연결한 직선이 되는 쪽이다.

→ D_n

~~교란순열의 개념을 도입하겠다~~

→ A_n B_n 이 연결 안되는 Case

$D_n = n!\left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \cdots + (-1)^n \frac{1}{n!}\right)$ $(n \ge 2)$.

Case A: 10개 : 1개 → 10개의 방법.

9개 : 0개 → 0개

8개 : $_{10}C_8 \times D_2$ → 45 → 45×8

7개 : $_{10}C_7 \times D_3$ = 120×2×7.

6개 : $_{10}C_6 \times D_4$ = 210×9×6.

→ Case A라 하겠다.

$\overline{A_1B_{10}}$ 이 이어지는 Case : 9!

⋮

$\overline{A_1B_1}$ 이 이어지는 Case : 9!

총 10!

∴ 10!개

(2)

이때 길이의 의미로, 9가지가 있다

길이 $\sqrt{1+(9d)^2} \to 2 \times$ 가지.

$\sqrt{1+(8d)^2} \to 4$

$\sqrt{1+(7d)^2} \to 6$

$\sqrt{1+(6d)^2} \to 8$

$\sqrt{1+(5d)^2} \to 10$

$\sqrt{1+(4d)^2} \to$

⋮

$\sqrt{1+(d)^2} \to 9 \times 2 = 18$.

$L = \left(9! \times 2 \sum_{n=1}^{9} \sqrt{1+(nd)^2} (10-n)\right) + 10!$

(문제 3) $= \sum_{n=1}^{9} n(10-n) \times 2$

$= 2 \times 10 \times 45 - 2 \times \frac{9 \times 10 \times 19}{6}$

$= 2 \times 450 - 570$.

$= 900 - 570$

$= \boxed{330}$

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

[2-1] (가) 제시문을 보면 "푸른 민달팽이 유년기 세포에 들어온 엽록체는 수개월 동안 죽지않고 광합성한다"라고 했습니다. 여기서 엽록체가 세포에 들어와서 공생하는 기간이 수개월임을 알수 있는데, 이를 이용하여 실험을 설계하겠습니다. 먼저 광합성을 할수있는 엽록체가 공생중인 푸른민달팽이를 구합니다. 여기에 [illegible]를 제외한, 추가적인 엽록체의 유입이 불가능한 먹이를 먹이며 그 수명인 수개월 동안 배양합니다. 이후에 엽록체가 발견되지 않는다면 추가유입이 없을시에 엽록체가 더 이상 [illegible] 수 없으며 [illegible] 엽록체는 [illegible] 통해 얻어짐을 알 수 있습니다.

[2-2] 광합성을 할 수 없을 것입니다. (나) 제시문을 보면 엽록체는 스스로 광합성에 필요한 모든 prot.를 합성하지 못합니다. 더 필요한 prot.에 대한 유전정보는 엽록체를 가지고 있는 녹조류나 식물의 핵에 있습니다. 우리 인간은 일종 동물세포를 가지고 있어서 핵에 광합성 관련 유전자를 가지지 않으며, (나)에서 푸른 민달팽이처럼 엽록체를 가진 녹조류의 유전자를 받을 수 있는 요건이 아니므로 인간세포에 엽록체만 넣어줘서 광합성이 일어나지 않을 것입니다.

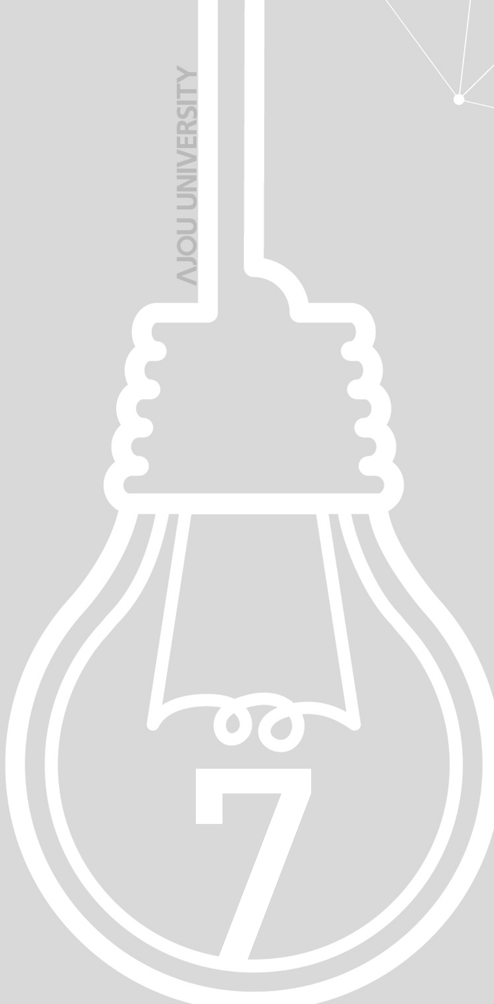
[2-3]. 성장할 수 없습니다. 생명체가 생장하는데에는 다양한 영양소가 필요합니다. 예를 들어, 탄수화물, 물, 단백질, 비타민, 지질, 무기염류가 있습니다. 그래야 세포내의 대사과정을 통해 다양한 효소를 생산하며, 여러 대사과정이 일어나고, 세포분열이 일어납니다. 하지만 수여된 조건에서는 충분한 물과 포도당이 공급되는데에 그친 것이므로 절대 세포분열이 일어나고 성장할 수 없습니다. 일단 세포분열이 일어나는데 효소로 단백질이 필요하며 DNA 복제시에 핵산을 저장하는데 물과 포도당만으로는 이들을 전부 만들수 없습니다.

[2-4] 일단 CO_2를 이용하여 포도당을 합성할 것이고 이를 이용하여 여러 대사를 진행할 것인데, 포도당은 [illegible]으로 [illegible] 하므로. 이를 통해 단백질이 합성되고 이를 이용한 효소가 발현이 됩니다. 그럼 세포내 효소에서 관찰할수 있을 것이고 세포막을 이루는 인지질의 글리세롤, 지방산 등에서도 관찰할수 있을 것입니다.

[2-5]. 일산화물은 빛이 없으며 비로 광합성이 멈추지 않습니다. 배양의 시간에서 명반응이 [illegible] CO_2가 있고 빛이 없는 조건에서 명반응 산물이 떨어질 때까지 암반응, 즉 포도당합성은 진행됩니다. 하지만 주어진 조건은 CO_2가 제공되지 않으므로 더 이상 광합성 자체가 일어날수 없는데, 여기서 엽록체가 사라졌음에서 세포내에서 리소좀등에서 엽록체를 분해, 소화하면서 엽록체 내부에 있던 영양소들을 생명활동에 사용한 것으로 추정됩니다. 즉, 엽록체가 없는 민달팽이에 비해서 엽록체가 있던 민달팽이는 추가적으로 영양소를 공급할 수 있었다고 볼 수 있습니다.

[2-6]. ~~[illegible]~~ 일정시간동안 효모를 빛과 CO_2를 공급하며 광합성 할 수 있는 환경에 노출시킵니다. 그후에 O_2가 없는 환경에서 ~~[illegible]~~ 알코올 발효가 일어나므로 광합성이 일어나지 않는 (광합성 명반응 산물로 O_2가 존재합니다(물의 광분해)) 무산소 조건을 만들어주면 알코올 발효가 일어납니다. 이런 cycle을 돌려주면 영양분공급이 따로 필요없는 즉, 당공급(보리(맥주), 포도(와인))이 필요없는 알코올 생산 시스템을 구축할 수 있습니다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것



인문계열 논술고사

AU
1973
AJOU UNIVERSITY

2020학년도 인문계열 논술고사

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

벤담이 생각한 '원형감시시설(판옵티콘, Panopticon)'은, 주위에는 원형의 건물, 중심에는 탑을 배치하고, 탑에 주위의 건물을 볼 수 있는 커다란 창을 몇 개 붙이는 것이다. 주위의 건물은 독방으로 구분되며, 독방에는 창이 둘 있다. 창 하나는 탑의 창에 대응하는 위치에 내부를 향하도록 되어 있고, 또 하나는 외부를 향하게 하여 빛이 독방을 통하도록 하는 것이다. 이렇게 되면, 중앙의 탑에 감시자를 한명 배치하고 독방에는 죄수를 한사람씩 유폐하는 것만으로 충분하다. 탑에서 보면, 역광선의 효과로 독방 내에 있는 죄수의 그림자가 빛 속에 떠오르는 것을 파악할 수 있기 때문이다. 이 구조에서는 충분한 빛과 감시자의 시선으로 인해 토굴로 만든 감옥의 어둠보다도 훌륭하게 상대를 포착할 수 있다. 이제는 가시성이 하나의 올가미가 된 것이다.

벤담은 감시자가 탑에 있는지 없는지를 죄수가 인식하기 어렵도록 감시탑 내부를 설계했다. 감시탑 내부는 항상 어두워서 감시자를 볼 수 없었고 심지어 감시자가 자신을 감시하는지조차 알 수가 없었다. 이 구조에서는 감시탑에 있는 최소한의 감시자가 주위에 있는 여러 죄수를 동시에 감시할 수 있을 뿐 아니라 죄수는 감시자가 어디를 보고 있는지 알 수 없기 때문에, 감시자의 시선과 관계없이 감시의 효과가 발생한다. 결국 죄수는 보이지 않는 감시자의 시선을 의식해서 규율에서 벗어난 행동을 하지 못하다가 점차 이 감시의 시선을 내면화하여 스스로 자신을 감시하게 된다.

이러한 구조에서는 다수의 죄수가 밀집하여 무리지어 소동을 일으키는 상태를 피할 수 있다. 각자는 독방에 유폐되어 있고 감시자에게 정면으로 보여지며, 독방의 측면 벽으로 인해서 다른 죄수와 접촉할 수 없다. 죄수는 보여지기는 하여도 볼 수가 없고, 어떤 정보를 위한 객체이기는 해도 어떤 정보를 전달하는 주체가 될 수는 없다. 감시자의 입장에서는 군중 대신 구분된 개개인이므로 규제하기 쉬운 형태가 되고, 죄수의 관점에서는 격리되고 관찰되는 고립성이 나타나는 것이다.

- 미셸 푸코, 『감시와 처벌』 재구성

(나)

정보 기술이 진화하면서 감시는 고정된 물리적 공간에서 전자 공간으로 확장되고 있다. 학교나 군대, 감옥처럼 특정한 공간에서만 감시가 이루어지는 것이 아니라 언제 어디서든 감시가 가능하다. 웹사이트에 접속한 기록이나 이메일, 댓글, 메신저 대화, 트윗 혹은 내려 받은 사진이나 음악 등 인터넷상의 행적은 수집되어 데이터베이스로 축적되고, 원한다면 언제든지 분석할 수 있는 정보 자료가 된다. 신용카드의 사용 내역 또한 마찬가지다. 그것은 상품에 대한 지출 액수

만을 알려주는 것이 아니라 구매자의 신상 정보와 취향, 소비 행태, 의식까지를 파악하는 정보로 활용된다. 개인이 일상생활에서 한 활동들이 정보로 축적되어 그들의 생각과 행동을 미리 예측하고 통제할 수 있게 하는 것이다.

인터넷이나 SNS 등 정보 매체는 개인을 감시하고 통제하는 수단이 되기도 하지만, 동시에 다수가 소수의 권력자를 감시하는 '역감시(시놉티콘, synopticon)'가 가능하도록 한다. 과거에는 언론이 시놉티콘을 가능하게 했다면, 현재는 인터넷을 통해 대중이 권력을 감시하고, 부정적인 사회 문제를 고발하거나 비판적인 사회 여론을 조성할 수 있다.

한편, 정보 사회에서 감시는 국가 권력이나 기업에 의해서만 이루어지는 것이 아니다. 스마트폰이 보편화되면서 개인 간 감시 현상 또한 심화되고 있다. 누군가 일상에서 일어난 사건을 스마트폰으로 촬영하고 그 영상을 SNS에 올리면, 얼마 되지 않아 영상 속 인물에 대한 '신상 털기'가 이루어진다. 개인 신상 정보의 폭로를 뜻하는 '신상 털기'는, 인터넷 검색을 이용해서 보통 사람 누구나 다른 누군가의 사생활을 파헤칠 수 있다는 것을 보여준다. 바야흐로 만인(萬人)이 서로를 감시하는 '전자감시사회'가 된 것이다.

(다)

그들은 <서정시>라는 파일 속에 그를 가두었다
서정시마저 불온한 것으로 믿으려 했기에

파일에는 가령 이런 것들이 들어 있었을 것이다

머리카락 한줌
손톱 몇조각
한쪽 귀퉁이가 해진 손수건
체크무늬 재킷 한벌
낡은 가죽 가방과 몇권의 책
스푼과 포크
고치다 만 원고 뭉치
은테 안경과 초록색 안경집
침묵 한병
숲에서 주워온 나뭇잎 몇개

붕대에 남은 체취는 유리병에 밀봉되고
그를 이루던 모든 것이 <서정시> 속에 들어 있었을 것이다
물론 그의 서정시들과 함께

그들은 이런 것조차 기록해두었을 것이다

화단에 심은 알뿌리가 무엇인지
다른 나라에서 온 편지가 몇통인지
숲에서 지빠귀와 어떤 대화를 나누었는지
옷자락에 잠든 나방 한마리를 어떻게 바라보았는지
하루에 물을 몇통이나 길었는지
재스민차를 누구와 마셨는지
도서관에서 어떤 책을 대출받았는지
강의시간에 학생들과 어떤 말을 주고받았는지
저물 무렵 오솔길을 걷다가 왜 걸음을 멈추었는지
국경을 넘으며 어떤 표정을 지었는지

이 사랑의 나날 중에 대체 무엇이 불온하단 말인가

(후략)

- 나희덕, 「파일명 서정시」*

* Deckname <Lyrik>. 구동독 정보국이 시인 라이너 쿤쩨에 대해 수집한 자료집.

[문제 1-1]

(가)와 (나)는 인간 사회에서 이루어지는 감시의 형태에 대해서 쓴 글이다. (가)와 (나)의 감시의 특징의 차이점을 모두 찾아 대비하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 1-2]

(다)에 나타나는 감시를 (가)와 (나)의 감시의 특징을 적용하여 설명하고, (다)에서 유추할 수 있는 전자감시사회의 문제점을 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

대통령제는 입법부와 행정부가 엄격하게 분리된 정부 형태이다. 입법부와 행정부가 서로 독립적으로 조직되고 운영되는 대통령제는 몇 가지 특징을 보인다. 대통령제에서 대통령은 국민에 의하여 선출되며 행정부의 각 부처는 대통령에게 소속되고 대통령의 지시를 받아 행정을 수행한다. 행정부의 각료들은 의회의 의원을 겸직할 수 없으며, 의회가 행정부 구성에 직접적으로 개입하지는 못한다. 대통령과 행정부는 국민에게만 책임을 질 뿐 의회에 대해서는 책임을 지지 않는다. 의회는 대통령과 행정부를 불신임할 수 없고 대통령도 의회를 해산할 수 없기 때문에 두 기관은 서로 독립적이고 상호 견제가 가능하다.

의원 내각제는 입법부와 행정부의 권한이 융합된 정부 형태이다. 의원 내각제에서는 행정부 수반인 내각(행정부)의 수상이 실질적인 국정 운영의 권한을 가진다. 의원 내각제에서 내각은 입법부에 의해 구성된다. 즉, 국민이 선거를 통해 의회를 구성하면 의회에서 다수 의석을 차지한 정당의 대표가 수상이 되어 내각을 구성한다. 수상을 중심으로 한 내각은 국정 운영 결과에 대해 의회에 책임을 진다. 의회는 내각에 대해 불신임을 결의할 수 있고, 이 경우 내각은 실각하게 된다. 반면 내각은 의회가 자신을 지지하지 않을 경우, 의회를 해산할 수 있다. 이처럼 입법부와 행정부가 자신의 생존을 상대에게 의지하는 의원내각제에서는 이들이 독립적으로 서로를 견제하기 어렵다. 특히 입법부와 행정부 중 한쪽의 권한이 더 강할 경우, 권한이 강한 기관이 권한이 약한 기관을 지배할 수 있다. 의원내각제에서는 다수당 지도부가 행정부를 구성하므로 행정부에 권력이 집중될 가능성이 높다.

- 『고등학교 법과 정치』 재구성 -

(나)

체벨리스(Tsebelis) 교수에 의하면, 거부권 행사자란 집합적 의사결정을 위해 동의를 필요로 하는 사람 또는 기관이다. 예컨대, 대통령제에서는 입법부와 행정부(대통령), 사법부 중 어떤 한 기관이 반대하면 기존 법을 바꿀 수 없다. 견제와 균형이 핵심인 대통령제에서는 이들 거부권 행사자가 서로 견제하여 권력 집중을 방지한다. 이처럼 제도적으로 마련된 거부권 행사자들을 "제도적 거부권 행사자"라고 부른다.

대통령제에 반해, 의원내각제는 이러한 제도적 견제장치가 없다. 의원내각제는 효율성을 중요시한다. 양당 의원내각제에서는 다수당이 행정부(내각)를 구성하고, 행정부가 발의한 법안에 대해 의회가 찬반을 결정한다. 행정부는 다수당 지도부로 구성되므로, 행정부 법안은 의회의 견제 없이 통과될 가능성이 높다. 따라서 의원내각제에서는 다수당 지도부로 구성된 행정부에 권력이 집중되고 행정부와 입법부가 독립적인 제도적 거부권 행사자로 작동하기 어렵다.

의원내각제의 권력 집중 문제를 해소하기 위해 의원내각제 국가들은 비례대표 선거제도를 통해 다당제를 창출하고, 여러 정당이 연합정부를 형성해 다수당에 권력이 집중되는 것을

방지한다. 정부에 참여해서 거부권을 행사할 수 있는 정당들을 “정파적 거부권 행사자”라고 부른다. 의원내각제가 마치 권력분산형 제도처럼 잘못 인식되는 이유는 의원내각제가 권력분산형 정부형태이기 때문이 아니라 많은 의원내각제 국가가 다당제를 채택하여 다수의 정파적 거부권 행사자를 가지고 있기 때문이다.

정부형태는 제도적 거부권 행사자의 수에 영향을 미친다. 대통령제에서는 의원내각제에 비해서 제도적 거부권 행사자의 수가 많다. 정당체제는 정파적 거부권 행사자의 수에 영향을 미친다. 양당제에서는 의회 다수당이 유일한 정파적 거부권 행사자이다. 다당제에서는 연합정부를 구성한 여러 정당들이 정파적 거부권 행사자들이다.

그러나 대통령제라고 하더라도 대통령이 다수 여당과 사법부를 장악할 수 있으면, 의회와 사법부가 행정부를 견제할 수 없으므로 대통령이 유일한 거부권 행사자이다. 이럴 경우, 양당 대통령제는 입법부, 행정부, 사법부가 서로 독립적인 미국의 순수한 대통령제보다는 양당 의원내각제와 더 유사하다. 이처럼 권력구조의 이름이 대통령제인가 의원내각제인가는 중요하지 않다. 권력분산의 핵심은 거부권행사자의 수다. 제도적 거부권 행사자 또는 정파적 거부권 행사자의 수를 증가시키면 권력은 분산된다.

[문제 2-1]

- 대통령제와 의원내각제에서 행정부-입법부 관계의 차이가 권력 집중과 어떻게 연관되어 있는가를 (가)를 통해 설명하시오.
- 대통령제와 의원내각제에서의 권력 분산방식을 (나)의 “제도적 거부권 행사자”와 “정파적 거부권 행사자”라는 개념을 사용해서 설명하시오.
  글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25 점)

[문제 2-2]

- 양당제 국가에서 대통령에게 권력이 집중된 문제를 의원내각제를 통해 해결할 수 있다는 주장을 (나)의 내용을 통해 평가하고, 대통령 권력 집중 문제를 해결하는 데 의원내각제와 순수한 대통령제 중 어떤 정부형태가 더 적합한가를 설명하시오.
- 정부형태와 정당체제가 어떻게 조합될 경우 권력 집중을 가장 약화시킬 수 있는가를 (나)의 “제도적 거부권 행사자” 및 “정파적 거부권 행사자” 개념을 사용해서 설명하시오.
  글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

2020학년도 인문계열 모범답안

[문제 1]

[문제 1-1]
(가)와 (나)는 인간 사회에서 이루어지는 감시의 형태에 대해서 쓴 글이다. (가)와 (나)의 감시의 특징의 차이점을 모두 찾아 대비하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 1-2]
(다)에 나타나는 감시를 (가)와 (나)의 감시의 특징을 적용하여 설명하고, (다)에서 유추할 수 있는 전자감시사회의 문제점을 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 1-1]
(가)와 (나)는 모두 감시가 일어나는 상황에 대해서 설명하고 있다. (가)에서는 특정한 물리적 공간에 한정해서 감시가 이루어지지만, (나)에서는 전자기기를 사용하여 언제 어디서든 감시가 가능하다. (가)에서 감시자와 감시대상은 엄격히 구별되어 있고 감시자가 감시대상을 일방적으로 감시하는 데 비해, (나)에서는 감시자와 감시대상이 수시로 바뀔 수 있고, 감시는 상호적으로 이루어진다. (가)에서는 권력을 가진 소수가 다수를 감시하지만, (나)에서는 권력을 가진 소수가 다수를 감시하기도 하고 다수가 소수의 권력자를 감시할 수도 있다. (가)에서 감시자는 감시대상의 행동을 직접 관찰하며 감시하지만, (나)에서 감시는 축적된 정보를 바탕으로 하여 간접적인 형태로 이루어진다. (가)에서 감시대상은 고립되어 있고 정보를 전달할 수 없는 반면, (나)에서는 감시대상이 고립되지 않고 정보를 교류할 수 있고, 여론을 형성할 수도 있다. (464자)

[문제 1-2]
(다)에서 감시자와 감시대상은 엄격하게 구별되어 있다. ‘그들’이라고 표현되어 있는 권력이 감시대상인 ‘그’를 일방적으로 감시하고 있다는 점에서 (가)의 감시 상황과 유사하다. 그러나 ‘그들’은 ‘그’를 감옥에 가두고 직접 관찰하는 것이 아니라 ‘그’에 관해 축적된 정보를 바탕으로 간접적으로 감시하고 있다는 점에서 (나)의 감시 형태를 띠고 있기도 하다.
(다)에서 감시 결과 축적된 정보들은 해진 손수건이나 낡은 재킷 같은 개인의 소지품이나 차를 마시고 책을 대출받는 등의 사소하고 일상적인 행위들, 그가 쓴 서정시들이다. 전자감시사회에서는 이처럼 언제 어디서든지 개인이 일상생활에서 하는 활동까지 감시하여 정보로 축적하고, 그것을 개인을 통제하는 수단으로 사용한다. 즉 정보를 이용하여 감시와 통제가 이루어지는 것이 문제점이다. (411자)

[문제 2]

[문제 2-1]

- 대통령제와 의원내각제에서 행정부-입법부 관계의 차이가 권력집중과 어떻게 연관되어 있는가를 (가)를 통해 설명하시오.
- 대통령제와 의원내각제에서의 권력분산방식을 (나)의 “제도적 거부권 행사자”와 “정파적 거부권 행사자”라는 개념을 사용해서 설명하시오.

 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 2-2]

- 양당제 국가에서 대통령에게 권력이 집중된 문제를 의원내각제를 통해 해결할 수 있다는 주장을 (나)의 내용을 통해 평가하고, 대통령 권력집중 문제를 해결하는 데 의원내각제와 순수한 대통령제 중 어떤 정부형태가 더 적합한가를 설명하시오.
- 정부형태와 정당체제가 어떻게 조합될 경우 권력집중을 가장 약화시킬 수 있는가를 (나)의 “제도적 거부권 행사자” 및 “정파적 거부권 행사자” 개념을 사용해서 설명하시오.

 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 2-1]

대통령제에서 행정부와 입법부는 서로 독립적이고 의원내각제에서는 서로 의존적이다. 대통령제에서 입법부는 행정부를 불신임할 수 없고 대통령도 입법부를 해산할 수 없기 때문에 독립적으로 상대를 견제할 수 있다. 반면 의원내각제에서 입법부는 행정부에 대해 불신임을 결의할 수 있고 행정부는 입법부를 해산할 수 있다. 의원내각제에서 입법부와 행정부는 자신의 생존을 상대에게 의지하기 때문에 독립적으로 상대를 견제하기 어렵다.

대통령제에서는 서로 독립적인 입법부, 행정부, 사법부라는 제도적 거부권 행사자가 상대를 견제하므로 권력이 분산된다. 입법부와 행정부가 서로 의존적인 의원내각제에서는 행정부가 다수당의 지도부로 구성되므로 제도적 거부권 행사자들의 상호 견제가 어렵다. 따라서 의원내각제에서는 정파적 거부권 행사자 수를 증가시켜 권력을 분산시킨다. (414 자)

[문제 2-2]

양당제 국가의 대통령 권력집중 문제를 의원내각제로 해결할 수 있다는 주장은 타당하지 않다. 권력이 대통령에 집중된 양당제 국가에서 의원내각제를 채택하면 행정부 수반에 권력이 집중되므로 제도적 거부권 행사자의 수가 줄어든다. 따라서 양당제 국가의 대통령 권력을 약화시키기 위해서는 의원내각제보다 제도적 더 많은 거부권 행사자를 가진 순수한 대통령제가 더 적합하다.

정부형태와 정당체제는 거부권 행사자 수에 영향을 미친다. 대통령제는 의원내각제에 비해 제도적 거부권 행사자의 수가 많고, 다당제는 양당제에 비해 정파적 거부권 행사자 수가 많다. 제도적 거부권 행사자와 정파적 거부권 행사자의 수가 증가하면 권력은 분산된다. 따라서 권력집중을 가장 약화시킬 수 있는 정치제도는 다당제 하의 순수한 대통령제이다. (393 자)

2020학년도 인문계열 채점기준

[문제 1]

[문제 1-1] (가)와 (나)는 인간 사회에서 이루어지는 감시의 형태에 대해서 쓴 글이다. (가)와 (나)의 감시의 특징의 차이점을 모두 찾아 대비하여 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점) [문제 1-2] (다)에 나타나는 감시를 (가)와 (나)의 감시의 특징을 적용하여 설명하고, (다)에서 유추할 수 있는 전자감시사회의 문제점을 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

[문제 1-1]

(가)와 (나)는 모두 감시가 일어나는 상황에 대해서 설명하고 있다. (가)에서는 특정한 물리적 공간에 한정해서 감시가 이루어지지만, (나)에서는 전자기기를 사용하여 언제 어디서든 감시가 가능하다. (가)에서 감시자와 감시대상은 엄격히 구별되어 있고 감시자가 감시대상을 일방적으로 감시하는 데 비해, (나)에서는 감시자와 감시대상이 수시로 바뀔 수 있고, 감시는 상호적으로 이루어진다. (가)에서는 권력을 가진 소수가 다수를 감시하지만, (나)에서는 권력을 가진 소수가 다수를 감시하기도 하고 다수가 소수의 권력자를 감시할 수도 있다. (가)에서 감시자는 감시대상의 행동을 직접 관찰하며 감시하지만, (나)에서 감시는 축적된 정보를 바탕으로 하여 간접적인 형태로 이루어진다. (가)에서 감시대상은 고립되어 있고 정보를 전달할 수 없는 반면, (나)에서는 감시대상이 고립되지 않고 정보를 교류할 수 있고, 여론을 형성할 수도 있다. (464자)

[문제 1-2]

(다)에서 감시자와 감시대상은 엄격하게 구별되어 있다. ‘그들’이라고 표현되어 있는 권력이 감시대상인 ‘그’를 일방적으로 감시하고 있다는 점에서 (가)의 감시 상황과 유사하다. 그러나 ‘그들’은 ‘그’를 감옥에 가두고 직접 관찰하는 것이 아니라 ‘그’에 관해 축적된 정보를 바탕으로 간

접적으로 감시하고 있다는 점에서 (나)의 감시 형태를 띠고 있기도 하다.
(다)에서 감시 결과 축적된 정보들은 해진 손수건이나 낡은 재킷 같은 개인의 소지품이나 차를 마시고 책을 대출받는 등의 사소하고 일상적인 행위들, 그가 쓴 서정시들이다. 전자감시사회에서는 이처럼 언제 어디서든지 개인이 일상생활에서 하는 활동까지 감시하여 정보로 축적하고, 그것을 개인을 통제하는 수단으로 사용한다. 즉 정보를 이용하여 감시와 통제가 이루어지는 것이 문제점이다. (411자)

3. 세부 지침

1 내용면 -- 문제1-1, 1-2 각 20점, 총40점

[1-1] (가)와 (나)의 감시의 특징의 차이점을 맞게 대비하여 설명한 경우 ----------- 20점

- (가)는 특정한 물리적 공간에 한정됨, 감시자와 감시대상 구별(감시의 일방성), 권력을 가진 소수가 다수를 감시함, 죄수를 직접 감시함(감시의 직접성), 감시대상끼리의 단절(감시대상의 고립성, 감시대상은 정보 전달 주체가 될 수 없음)
- (나)는 시공간 제약 없음, 감시자와 감시대상 변화 가능(감시의 상호성), 권력을 가진 소수가 다수를 감시하기도 하고, 다수가 소수의 권력자를 감시할 수도 있음, 정보를 통한 감시(감시의 간접성), 감시대상끼리의 연대 가능성(감시대상의 정보 교류 및 여론 형성 가능함)
- 이상의 (가), (나)의 특징을 대비하여 설명하고 내용이 맞는 경우
  : 4개 이상이면 20점, 3개이면 15점, 2개이면 10점, 1개이면 5점
- 이상의 (가), (나)의 특징의 대비가 잘못된 경우, 부분 점수 3점을 부여

[1-2] (다)를 (가)와 (나)의 감시의 특징을 적용하여 설명하고, (다)를 이용하여 전자감시사회의 문제점을 설명한 경우 ------------------ 20점

① (다)를 (가)와 (나)의 감시의 특징을 적용하여 설명하면 10점
- (가)의 감시자와 감시대상의 구별(감시의 일방성) 혹은 정보를 위한 객체가 됨을 지적하면 5점
- (나)의 정보를 바탕으로 한 감시(감시의 간접성)가 나타남을 지적하면 5점

② (다)를 이용하여 전자감시사회의 문제점을 설명하면 10점
- (다)의 내용에서 개인의 사소하고 일상적인 행위를 포함한 모든 것을 감시한다는 점을 지적하면 5점
- 개인의 사소하고 일상적인 행위를 포함한 모든 것에 대한 감시가 통제 수단이 됨을 지적하면 5점

2 표현면 -------------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) 총10점

① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1-1, 1-2 각각 분량 5점 감점
- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

[문제 2]

[문제 2-1]

- 대통령제와 의원내각제에서 행정부-입법부 관계의 차이가 권력집중과 어떻게 연관되어 있는가를 (가)를 통해 설명하시오.
- 대통령제와 의원내각제에서의 권력분산방식을 (나)의 “제도적 거부권 행사자”와 “정파적 거부권 행사자”라는 개념을 사용해서 설명하시오.

글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

[문제 2-2]

- 양당제 국가에서 대통령에게 권력이 집중된 문제를 의원내각제를 통해 해결할 수 있다는 주장을 (나)의 내용을 통해 평가하고, 대통령 권력집중 문제를 해결하는 데 의원내각제와 순수한 대통령제 중 어떤 정부형태가 더 적합한가를 설명하시오.
- 정부형태와 정당체제가 어떻게 조합될 경우 권력집중을 가장 약화시킬 수 있는가를 (나)의 “제도적 거부권 행사자” 및 “정파적 거부권 행사자” 개념을 사용해서 설명하시오.

글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것 (25점)

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

[문제 2-1]

대통령제에서 행정부와 입법부는 서로 독립적이고 의원내각제에서는 서로 의존적이다. 대통령제에서 입법부는 행정부를 불신임할 수 없고 대통령도 입법부를 해산할 수 없기 때문에 독립적으로 상대를 견제할 수 있다. 반면 의원내각제에서 입법부는 행정부에 대해 불신임을 결의할 수 있고 행정부는 입법부를 해산할 수 있다. 의원내각제에서 입법부와 행정부는 자신의 생존을 상대에게 의지하기 때문에 독립적으로 상대를 견제하기 어렵다.

대통령제에서는 서로 독립적인 입법부, 행정부, 사법부라는 제도적 거부권 행사자가 상대를 견제하므로 권력이 분산된다. 입법부와 행정부가 서로 의존적인 의원내각제에서는 행정부가 다수당의 지도부로 구성되므로 제도적 거부권 행사자들의 상호 견제가 어렵다. 따라서 의원내각제에서는 정파적 거부권 행사자 수를 증가시켜 권력을 분산시킨다. (414 자)

[문제 2-2]

양당제 국가의 대통령 권력집중 문제를 의원내각제로 해결할 수 있다는 주장은 타당하지 않다. 권력이 대통령에 집중된 양당제 국가에서 의원내각제를 채택하면 행정부 수반에 권력이 집중되므로 제도적 거부권 행사자의 수가 줄어든다. 따라서 양당제 국가의 대통령 권력을 약화시키기 위해서는 의원내각제보다 제도적 더 많은 거부권 행사자를 가진 순수한 대통령제가 더 적합하다.

정부형태와 정당체제는 거부권 행사자 수에 영향을 미친다. 대통령제는 의원내각제에 비해 제도적 거부권 행사자의 수가 많고, 다당제는 양당제에 비해 정파적 거부권 행사자 수가 많다. 제도적 거부권 행사자와 정파적 거부권 행사자의 수가 증가하면 권력은 분산된다. 따라서 권력집중을 가장 약화시킬 수 있는 정치제도는 다당제 하의 순수한 대통령제이다. (393 자)

3. 세부 지침

1 내용면 -- 문제 2-1, 2-2 각 20점, 총40점

[2-1] 대통령제와 의원내각제에서 행정부-입법부 관계의 차이가 권력집중과 어떻게 연관되어 있는가를 상호해산 가능성 및 제도적 거부권 행사자와 정파적 거부권 행사자라는 개념을 통해 이해하고 있는가를 평가 ------------------------------------20점

① 두 정부형태의 행정부-입법부 관계 차이가 권력집중에 미치는 영향을 상호해산 가능성을 통해 설명 (10점)

- 대통령제에서 행정부와 입법부는 서로 독립적이고 의원내각제에서는 서로 의존적이라는 사실을 지적하면 5점
- 권력집중을 대통령제와 의원내각제의 상호해산 가능성 차이로 설명하면 5점

② 대통령제와 의원내각제가 각각 제도적 거부권 행사자와 정파적 거부권 행사자를 증가시켜 권력분산을 꾀한다는 점 지적 (10점)

- 입법부와 행정부가 서로 독립적인 대통령제에서는 제도적 거부권 행사자들이 견제기능을 할 수 있다는 점을 지적하면 4점
- 입법부와 행정부가 서로 의존적인 의원내각제에서는 제도적 거부권 행사자들의 상호 견제기능이 어렵다는 점을 지적하면 2점
- 의원내각제에서는 정파적 거부권행사자의 수를 늘려 권력을 분산시킨다는 점을 지적하면 4점

[2-2] 대통령제와 의원내각제 정부형태의 차이에 대한 이론적인 이해를 양당 대통령제에서의 권력집중 문제해결을 위한 적절한 해법을 추론할 수 있는가를 평가 ---------- 20점

① 양당 의원내각제는 제도적 거부권 행사자 수를 줄이기 때문에 양당제에서는 제도적 거부권 행사자 수를 늘리는 순수한 대통령제가 적합하다는 점 지적 (10점)

- 양당 대통령제의 권력집중 문제를 의원내각제를 통해 해결할 수 있다는 주장이 잘못되었다는 점을 지적하면 4점

- 권력이 대통령에 집중된 양당제 국가에서 의원내각제를 채택하면 제도적 거부권 행사자의 수가 줄어든다는 점을 지적하면 2점
- 제도적 거부권 행사자 수가 많은 순수한 대통령제가 더 적합하다는 점 지적하면 4점

② 정부형태와 정당체제가 각각 제도적 거부권 행사자와 정파적 거부권 행사자 수에 영향을 미친다는 사실과 다당 대통령제가 두 종류의 거부권 행사자 수를 가장 많이 증가시키기 때문에 권력이 가장 분산된다는 점 지적 (10점)

- 대통령제는 의원내각제에 비해 제도적 거부권 행사자의 수가 많고, 다당제는 양당제에 비해 정파적 거부권 행사자 수가 많다는 점 지적 5점
- 권력집중을 가장 약화시킬 수 있는 정치제도는 다당제 하의 순수한 대통령제라는 점 지적하면 5점

2 표현면 -------------------------------- 문제2-1, 2-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)

- ■ 어휘력: 적절한 어휘 사용
- ■ 문장력: 문법적인 문장 구사
- ■ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 2-1, 2-2 각각 분량 5점 감점

- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

2020학년도 인문계열 합격자 우수답안

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

[1-1]

(가)의 판옵티콘과 (나)의 전자감시는 그 형태와 특징에 있어 몇몇 대비점을 지닌다. 판옵티콘에서 감시의 주체는 국가, 혹은 감시자들로 지칭되는 집단이다. 이들은 감옥이라는 물리적 공간의 범위 내에서 일방적으로 죄수들을 감시한다. 이들의 감시 대상은 죄수의 행위에 국한되어 있으며 죄수들은 감시 시선의 내면화를 통해 스스로의 행동을 통제하게 된다. 이와 달리 전자감시의 주체는 정보접근권을 지닌 모든 개인이다. 개인들은 인터넷 공간이라는 가상 공간에서 시공간적 범위의 제한 없이 서로를 쌍방 감시한다. 이들의 감시 대상은 행위를 넘어 일상과 사상의 영역까지 확장된다. 전자감시를 이용하여 정부나 기업은 개인들의 사고를 예측할 수 있으며 개인들은 시놉티콘 방식으로 권력기관을 역감시 할 수 있다. 이처럼 판옵티콘과 전자감시는 주체, 범위, 대상, 효과 등에 있어 차이를 보인다.

[1-2]

(다)의 감시는 판옵티콘과 전자감시의 특징을 모두 지니고 있다. 우선 ~~개인~~ 대상의 ~~감시에 대한~~ 자각이 없는 상태에서 정보국에 의해 일방적으로 이뤄지는 감시라는 점은 역광선 효과로 죄수들의 ~~감자~~ 시야를 가로막은 채 일방적으로 감시하는 판옵티콘과 유사하다. 또한 대상의 일상을 감시한다는 점은 인터넷을 통해 서로의 사생활을 감시하는 전자감시와 비슷하다. 이러한 상황을 통해 전자감시사회의 문제점을 찾아볼 수 있다. 첫 번째 문제는 앞서 말한 일상의 감시다. 개인들은 자신이 공개하기를 원하지 않는 정보까지 감시당하게 되며 이 과정에서 프라이버시 훼손이 발생할 수 있다. 두 번째 문제는 ~~사회~~ 사상 통제의 용이화다. '서정시'같은 ~~무해한 것들~~ 예술과 사상의 영역까지 불온하다는 ~~낙인~~ 혐의 하에 감시함으로써 개인들의 사상과 정체성에 영향을 끼치기 더욱 용이해진 것이다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

~~[1-1]~~ [2-1]

(가)에 따르면 대통령제~~와~~에서 행정부와 입법부의 관계는 상호 견제의 ~~형세~~형태를 띤다. 대통령이 속하는 행정부와 의회가 속하는 입법부는 엄격히 분리되며 이러한 관계 속에서 특정 기관으로의 지나친 권력 집중은 방지된다. 이와 달리 내각제에서는 행정부와 입법부의 관계가 불분명하다. 그렇기에 한쪽의 권위가 강해지며 다른 쪽을 지배하는 권력 집중 현상이 발생할 수 있다. 이들의 권력 분산 방식은 (나)의 용어들을 적용하여 설명 가능하다. 대통령제에서는 입법, 사법, 행정부의 만장일치를 통해서만 법이 바뀌기 때문에 ~~헌법~~제도적으로 보장된 거부권을 행사하는 것만으로도 권력 분산이 비교적 가능하다. 그러나 다수당이 행정부와 의회를 장악하는 내각제에서는 다른 정당들이 조직적인 세력을 구성~~해~~하여 정파적 거부권 행사자로 기능할 때에만 권력 분산을 시도할 수 있다. 요컨대 제도적 거부권은 대통령제에서 주로 사용하고 정파적 거부권은 내각제에서 권력분산을 위해 주로 사용한다는 것이다.

[2-2]

양당제 국가에서는 의원내각제를 시행하더라도 대통령의 권한을 축소시킬 수 없다는 점에서 해당 주장은 적절치 않다. 의원내각제는 정부형태적으로 대통령제보다 권력 집중이 일어나기 쉬운 체계이기 때문이다. 이는 내각제에서 주로 채택된 정당체제인 다수당제를 정부형태와 혼동한 결과이다. 따라서 대통령제 권력 집중 문제를 해결하기 위해서는 행정부와 입법부의 상호 독립과 견제가 내장된 대통령제를 채택하는 것이 더욱 효과적이다. ~~바처럼~~ 한편 권력 집중을 약화시키기 위해서는 거부권 행사자의 수를 늘려야 한다. 정부형태 중 적합한 것은 대통령제이다. 대통령제는 내각제와 달리 제도적 거부권을 보장하고 있으며 그에 따라 거부권 행사자의 숫자가 더 많기 때문이다. 정당체제에서는 다수당제가 양당제보다 권력분산이 훨씬 더 효과적이다. 여러 정당들이 연합정부를 구성하여 정파적 거부권을 행사할 수 있게 됨으로써 다수당의 권력을 축소시킬 수 있기 때문이다. 종합하면 대통령제와 다당제의 조합을 통해 거부권 행사자의 수를 극대화시킴으로써 권력 집중을 최소화할 수 있다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2019학년도 인문계열 논술고사

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

우리는 여전히 고개를 숙이고 어두운 골목길을 걸어서 거리로 나왔다. 적막한 거리에는 찬바람이 세차게 불고 있었다.

“몹시 춥군요.”라고 사내는 우리를 염려한다는 음성으로 말했다.

“추운데요. 빨리 여관으로 갑시다.” 안이 말했다.

“방을 한 사람씩 따로 잡을까요?” 여관에 들어갔을 때 안이 우리에게 말했다. “그게 좋겠지요?”

“모두 한방에 드는 게 좋겠지요.”라고 나는 아저씨를 생각해서 말했다.

아저씨는 그저 우리 처분만 바란다는 듯한 태도로 또는 지금 자기가 서 있는 곳이 어딘지도 모른다는 태도로 멍하니 서 있었다. 여관에 들어서자 우리는 모든 프로가 끝나 버린 극장에서 나오는 때처럼 어찌할 바를 모르고 거북스럽기만 했다. 여관에 비한다면 거리가 우리에게 더 좋았던 셈이었다. 벽으로 나누어진 방들, 그것이 우리가 들어가야 할 곳이었다.

“모두 같은 방에 들기로 하는 것이 어떻겠어요?” 내가 다시 말했다.

“난 지금 피곤합니다.” 안이 말했다. “방은 각각 하나씩 차지하고 자기로 하지요.”

“혼자 있기가 싫습니다.”라고 아저씨가 중얼거렸다.

“혼자 주무시는 게 편하실 거예요.” 안이 말했다.

우리는 복도에서 헤어져서 사환이 지적해 준, 나란히 붙은 방 세 개에 각각 한 사람씩 들어갔다.

“화투라도 사다가 놉시다.” 헤어지기 전에 내가 말했지만

“난 아주 피곤합니다. 하시고 싶으면 두 분이나 하세요.”하고 안은 말하고 나서 자기의 방으로 들어가 버렸다.

“나도 피곤해 죽겠습니다. 안녕히 주무세요.”라고 나는 아저씨에게 말하고 나서 내 방으로 들어갔다. 숙박계엔 거짓 이름, 거짓 주소, 거짓 나이, 거짓 직업을 쓰고 나서 사환이 가져다 놓은 자리끼를 마시고 나는 이불을 뒤집어썼다. 나는 꿈도 안 꾸고 잘 잤다.

다음날 아침 일찍이 안이 나를 깨웠다.

“그 양반, 역시 죽어 버렸습니다.” 안이 내 귀에 입을 대고 그렇게 속삭였다.

“예?” 나는 잠이 깨끗이 깨어 버렸다.

“방금 그 방에 들어가 보았는데 역시 죽어 버렸습니다.”

“역시 …….” 나는 말했다. “사람들이 알고 있습니까?”

“아직까진 아무도 모르는 것 같습니다. 우선 빨리 도망해 버리는 게 시끄럽지 않을 것 같습니다.”

“자살이지요?”

“물론 그것이겠죠.”

나는 급하게 옷을 주워 입었다. 개미 한 마리가 방바닥을 내 발이 있는 쪽으로 기어오고 있었다. 그 개미가 내 발을 붙잡으려고 하는 것 같은 느낌이 들어서 나는 얼른 자리를 옮겨 디디었다.

밖의 이른 아침에는 싸락눈이 내리고 있었다. 우리는 할 수 있는 한 빠른 걸음으로 여관에서 멀어져 갔다.

“난 그 사람이 죽으리라는 걸 알고 있었습니다.” 안이 말했다.

“난 짐작도 못했습니다.”라고 나는 사실대로 이야기했다.

“난 짐작하고 있었습니다.” 그는 코트의 깃을 세우며 말했다. “그렇지만 어떻게 합니까?”

“그렇지요. 할 수 없지요. 난 짐작도 못 했는데…….” 내가 말했다.

“짐작했다고 하면 어떻게 하겠어요?” 그가 내게 물었다.

“씨팔것, 어떻게 합니까? 그 양반 우리더러 어떡하라는 건지…….”

“그러게 말입니다. 혼자 놓아두면 죽지 않을 줄 알았습니다. 그게 내가 생각해 본 최선의 그리고 유일한 방법이었습니다.”

“난 그 양반이 죽으리라고는 짐작도 못했다니까요. 씨팔것, 약을 호주머니에 넣고 다녔던 모양이군요.”

- 김승옥, 「서울 1964년 겨울」

(나)

어쨌거나 사람들은 이제 외로움을 느낄 필요가 없어졌다. 매시간 언제든지, 하루 24시간 동안이든 한 주 동안이든, 버튼 하나만 누르면 마술처럼 친구들을 불러낼 수 있다. 저 온라인 세상에서는 그 누구도 결코 멀리 떨어져 있지 않다. 언제나 명령만 내리면 그 즉시 누구라도 불러낼 수 있게 된 것이다. (중략)

다음으로, 이제 다른 사람들과의 ‘접속’은 장차 서로를 난처하게 할지도 모르는 유쾌하지 않은 말다툼을 반드시 거치지 않더라도 언제든 이루어질 수 있게 되었다. 그러한 ‘접속’은 말다툼이 별로 좋지 않은 상황으로 가려는 첫 신호가 감지될 경우에는 언제든지 중지될 수 있다는 말이다. 어떤 해명을 하거나 변명을 하고 거짓말을 늘어놔야 할 필요는 더더욱 없다. 그 어떤 고통과 위험도 없이 단지 손가락으로 가볍고 섬세하게 버튼을 누르는 일만으로도 충분하다. 이제 혼자라고 해서 두려워할 필요도 없고 다른 사람들의 지나친 요구에 노출되어서 위협당할 필요도 없다. 희생하라거나 타협하라는 요구에 위협당할 필요도 없고, 당신이 좋아하지도 않으면서 단지 다른 사람들이 그렇게 행동하기를 바라기 때문에 그것을 해야만 한다는 식의 요구에 응할 필요도 없다. (중략)

또한 당신은 사람들로부터 받는 메시지들을 잠깐 대충 훑어보는 척하면서 귀찮은 군중들 밖으로 벗어날 수도 있다. 심지어 당신이 그처럼 접속할 수 있는 장치를 손에 쥐고 있다면, 우르르 몰려다니는 무리들 속에서도 언제든 원할 때마다 온라인에 접속해 당신 자신을 혼자 있게 만들 수도 있다. 그것도 아주 즉시, 곧 어떤 친구가 당신에게 지나치게 바싹 붙으려 하는 순간이나 아니면 지나치게 당신 취향을 참견하려는 순간 그 즉시 말이다. (중략)

별다른 논란의 여지가 없어 보이는 점은 바로 그 모든 일에는 분명 대가가 뒤따른다는 사실이다. 다음과 같은 짐머만 교수의 말을 한번 더 인용할 수 있을 것이다. “당신은 즐겁게 독서를 하거나 그림을 그리거나 창밖을 응시하면서 당신 자신보다는 다른 사람들의 세계를 상상해보는

일을 점점 덜하게 되었을 것이다. 당신은 당신과 아주 가까운 주변에 있는 사람들과 대화하고 소통하는 일도 점점 덜하게 되었을 것이다. 오히려 멀리 있는 친구들이 접속하려고 버튼을 클릭해올 때 과연 누가 정작 가족과 이야기하기를 원하겠는가?”

- 지그문트 바우만, 『고독을 잃어버린 시간』 재구성

(다)

평상이 있는 국숫집에 갔다
붐비는 국숫집은 삼거리 슈퍼 같다
평상에 마주 앉은 사람들
세월 넘어온 친정 오빠를 서로 만난 것 같다
국수가 찬물에 헹궈져 건져 올려지는 동안
쯧쯧쯧쯧 쯧쯧쯧쯧,
손이 손을 잡는 말
눈이 눈을 쓸어주는 말
병실에서 온 사람도 있다
식당 일을 손 놓고 온 사람도 있다
사람들은 평상에만 마주 앉아도
마주 앉은 사람보다 먼저 더 서럽다
세상에 이런 짧은 말이 있어서
세상에 이런 깊은 말이 있어서
국수가 찬물에 헹궈져 건져 올려지는 동안
쯧쯧쯧쯧 쯧쯧쯧쯧,
큰 푸조나무 아래 우리는
모처럼 평상에 마주 앉아서

- 문태준, 「평상이 있는 국숫집」

[문제1-1] 제시문 (가)와 (나)는 현대 사회에서의 개인 간 관계 맺음의 특징을 보여주는 글이다. 두 글에 나타나는 관계 맺음의 특징을 공통점과 차이점으로 나누어 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제1-2] 제시문 (나)의 관계 맺음이 가지는 문제점을 지적하고, 그에 대한 해결책을 (다)의 관계 맺음의 양상과 연결시켜 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

리카도의 차액지대 이론은 지대가 발생하는 원인을 다음과 같이 수치적 예시를 이용해 설명한다. 여러 등급의 토지가 있어서 여러 토지에 같은 양의 자본을 투입하더라도 각각 다른 양의 곡물이 생산되는 상황을 생각해 보자. 1,000 파운드의 자본을 1등급 토지에 투입하면 100 쿼터의 밀이 생산된다. 2, 3, 4 등급 토지에 투입하면 90, 80, 70 쿼터의 밀이 각각 생산된다. 동일 토지에 더 많은 자본을 투입할 수도 있다. 1,000 파운드를 더해 2,000 파운드의 자본을 1등급 토지에 투입하면 85 쿼터 늘어난 185 쿼터의 밀이 생산된다. 다시 1,000 파운드를 더해 3,000 파운드의 자본을 투입하면 75 쿼터 늘어난 260 쿼터의 밀이 생산된다. 이를 표로 정리하면 아래와 같다.

자본투입 ＼ 토지	1등급	2등급	3등급	4등급
1,000	100	90	80	70
2,000	+85	+75	+65	+55
3,000	+75	+65	+55	+45

1등급 토지에서 수확가능한 곡물의 양이 곡물 수요보다 많다면 낮은 등급의 토지를 경작할 사람은 아무도 없을 것이다. 또한 1등급 토지가 충분히 많아서 그 일부만 경작되고 있다면, 곡물 수요가 늘더라도 기존 경작지에 더 많은 자본을 투입하지는 않을 것이다. 그보다는 경작하지 않던 1등급 토지에 자본을 투입해서 곡물을 생산할 것이다. 그렇게 되면 단위 면적당 1,000 파운드의 자본을 투입해서 100 쿼터의 밀을 생산하는 일이 여전히 가능하다. 이런 상황에서는 차액지대가 없다. 지주가 차액지대를 요구하면 농부는 다른 1등급 토지를 경작하면 되기 때문이다.

1등급 토지만으로는 곡물 수요를 충족시키지 못할 때, 비로소 차액지대가 지불된다. 2등급의 토지를 경작하는 사람이 나타나게 되면, 1등급 토지를 경작하는 사람은 단위 면적당 10 쿼터의 차액지대를 지불해야 할 것이다. 1등급 토지와 2등급 토지 전부를 경작해도 곡물 수요를 충족시키지 못할 때는 더 많은 차액지대가 지불된다. 우선 1등급 토지 일부에 단위면적당 1,000 파운드의 자본을 더 투입해서 85 쿼터의 곡물을 더 생산할 텐데, 이렇게 될 경우 기존의 1등급 토지에는 단위면적당 100-85=15 쿼터, 2등급 토지에는 90-85=5 쿼터의 차액지대가 지불된다. 그래도 곡물 수요를 충족시키지 못한다면 3등급 토지까지 경작하게 될 것이다. 그렇게 되면 단위면적당 1,000 파운드의 자본을 투입해서 80 쿼터의 곡물을 생산하게 되고 1등급 및 2등급 토지의 차액지대는 더 증가하게 된다.

-홍훈 외, 『경제학의 교양을 읽는다(고전편)』 재구성

(나)

아이돌이든 요리사든 직장인이든 선생님이든 자신의 노동을 공급해 무언가를 생산하고 그 대가로 소득을 얻는다는 점에서는 다를 바 없다. 그리고 이들이 현재의 직업에 종사하면서 소득을 버는 것은 다른 일을 할 때 벌 수 있는 소득, 즉 기회비용보다 지금의 소득이 더 크다고 생각하기 때문이다. 만약 기회비용 쪽이 더 크다면 현재의 일자리를 포기하고 새로운 일자리로 옮길 것이다.

노동을 공급하면서 사람들은 다른 곳에서 벌 수 있는 소득(기회비용)보다 더 많은 소득을 벌어들이는데, 이 차이를 '경제적 지대'라고 한다. 노동을 공급하는 사람은 저마다 경제적 지대를 얻지만 자신의 소득 가운데 경제적 지대가 차지하는 비중은 사람마다 다르다. 자신이 공급하는 노동이 아무나 공급할 수 있는 평범한 노동일수록 현재 소득은 기회비용에 가까워진다. 아무나 할 수 있는 일이라면 기회비용 이상으로 많은 소득을 벌기 힘들다는 뜻이다. 반면에 다른 사람들이 쉽게 공급하기 어려운 노동을 보유하고 있다면 이야기가 달라진다. 아무나 할 수 없는 일이므로 기회비용보다 훨씬 많은 소득을 벌 수 있다. 결국 희소성이 핵심인 것이다. 보통 사람들이 지니지 못한 능력이나 기술을 보유한 사람은 그렇지 않은 사람들에 비해 더 많은 경제적 지대와 소득을 얻을 수 있다.

-한진수, 『청소년을 위한 경제학 에세이』 재구성

(다)

기업가들이 경제적 지대를 추구하는 주된 이유는 무엇인가. 그것은 일단 지대를 얻을 수 있는 독점적 지위를 획득하면 당분간 안정적으로 운영할 수 있기 때문이다. 이것은 기업가들이 생산성 성장 그 자체에 헌신하고 싶어 하기 때문은 아니라는 이야기이다. (물론 예외적 사례도 있다.) 그러므로 독점적 지위(와 이에 수반하는 지대)가 너무 빨리 무너지는 사회의 경우 기업가들이 혁신에 대한 인센티브를 상실하게 될 수 있다. 이와 반대로 독점적 지위가 지나치게 오래 지속되는 경우에도 문제는 크다. 지대를 누릴 수 있는 기간이 너무 짧으면 혁신 인센티브가 사라지고, 너무 길면 생산성 성장에 장애가 발생하는 것이다. 그러므로 이와 관련된 중요한 질문은 다음과 같다. "기업가들의 지대 향유기간을 어느 정도로 설정할 것인가? 이 기간은 기업가들이 지대를 위한 혁신에 박차를 가할 수 있는 정도로 길어야 하는 동시에, 이들의 관심을 생산성 개선으로 돌릴 수 있을 정도로 짧아야 한다."

그렇다면 지대 향유 기간을 지속적이되 항구적이지 않은 수준으로 유지하기 위해 국가는 무엇을 해야 하는가? 간단한 방법 중 하나는 특허 시스템을 활용하는 것이다. 특허 시스템은 혁신 기업에 독점적 지위를 보장해 준다. 이를 통해 기업은 자사를 모방하는 다른 기업에게 추월당할 수 있다는 두려움에서 해방되어 혁신을 추구함으로써 사회 전체에도 기여할 수 있다. 동시에 특허 시스템은 특허 기간을 제한함으로써 독점적 지위의 유지에 따른 장기적 생산성 하락이 해당 기업이 독점적 지위를 구축하는 과정에서 이루어 놓은 생산성 이득을 초과하지 못하도록 통제할 수 있다.

-장하준, 『국가의 역할』 재구성

(라)

차등의 원칙이란 사회적·경제적 불평등, 예를 들면, 재산과 권력의 불평등을 허용하되, 그것이 모든 사람, 그중에서도 특히 사회의 최소 수혜자에게 그 불평등을 보상할 만한 이득을 가져오는 경우에만 정당하다는 것이다. 이 원칙은 소수자의 노고가 전체의 더 큰 선으로 보상된다는 이유로 어떤 제도를 정당화하는 일을 배제한다. 다른 사람의 번영을 위해서 일부가 손해를 입는 것이 편리할지는 모르나 정의롭지는 않다. 그러나 불운한 사람의 처지가 그 때문에 더 향상된다면 소수자가 더 큰 이익을 취한다고 해도 부정의한 것은 아니다.

차등의 원칙은 결국 개인이 지닌 천부적 재능을 공동의 자산으로 생각하고 이러한 재능에 따른 이익을 함께 나누어 가지는 데 합의하는 것을 의미한다. 천부적으로 더 유리한 처지에 있는 사람들은, 그들이 누구이든지 간에, 아주 불리한 처지에 있는 사람들의 여건을 개선해 준다는 조건에서만 그들의 행운으로 이익을 얻을 수 있다.

-롤스, 『정의론』

[문제2-1] 제시문 (가)는 리카도의 '차액지대' 이론을 설명하였고 제시문 (나)는 노동의 '경제적 지대'를 설명하였다. 제시문 (가)에 예시로 설명된 차액지대 발생의 원리를 개념적으로 요약하여 서술하고, 이러한 원리가 제시문 (나)의 경제적 지대 개념과 어떠한 공통점을 갖는지 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 500(±100)자로 할 것. (25점)

[문제2-2] 제시문 (다)는 독점적 기업이 누리는 '경제적 지대'를 특허 제도를 통해 일부 보호할 필요가 있음을 주장하였고, 제시문 (라)는 롤스의 '차등의 원칙'을 제시하였다. 제시문 (다)의 주장과 제시문 (라)의 원칙이 갖는 공통점을 설명하고, 제시문 (라)의 관점에서 제시문 (다)의 주장을 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 300(±100)자로 할 것. (25점)

2019학년도 인문계열 모범답안

[문제 1]

[문제1-1] 제시문 (가)와 (나)는 현대 사회에서의 개인 간 관계 맺음의 특징을 보여주는 글이다. 두 글에 나타나는 관계 맺음의 특징을 공통점과 차이점으로 나누어 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제1-2] 제시문 (나)의 관계 맺음이 가지는 문제점을 지적하고, 그에 대한 해결책을 (다)의 관계 맺음의 양상과 연결시켜 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 1-1]

(가)와 (나) 모두 자기중심적인 관계 맺음이다. 두 글에서 모두 개인은 관계 맺기를 불편해하고 관계에 따르는 책임을 지는 것을 싫어한다. (가)에서 '안'과 '나'는 '사내'와 따로 방을 잡고, '사내'가 죽은 것을 알자 서둘러서 여관을 나와 버린다. (나)에서 역시 개인은 온라인상에서 다른 사람들의 간섭이나 요구를 받는 것을 싫어하고, 현실에서도 다른 사람과 지나치게 가까워지는 것을 경계한다.

(가)는 개인 간 단절이 표면적으로 드러나지만 (나)는 온라인상으로 접속되어 있어서 단절감을 느끼지 못한다. (가)는 실제 현실에서의 관계 맺음으로서 대면해서 이루어지며 상호성이 전제되지만 (나)는 온라인상의 관계 맺음으로서 비대면적이고 일방적인 것이다. (가)에서 개인은 다른 사람과 연결될 수밖에 없지만 (나)에서는 언제든지 다른 사람과의 관계를 차단할 수 있다. (430자)

[문제 1-2]

(나)에서 개인은 자신의 편의에 따라 일방적으로 다른 사람과의 관계를 유지하거나 차단한다. 그는 접속된 상태에 있으므로 외로움을 느끼지 못하지만, 실제로 가까운 주변 사람들과 대화하거나 소통하는 일은 줄어들고 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 실제적이고 상호적인 관계 맺음이 필요하다. (다)에서 사람들은 국숫집에서 평상에 마주앉아 서로의 이야기를 들어주고 있다. 이들은 다른 사람을 이해하고 수용하려는 자세를 가지고, 다른 사람의 처지와 아픔에 적극적으로 공감하고 있다. 이것은 직접 얼굴을 마주보고 다른 사람의 입장을 고려한다는 점에서, (나)의 일방적이고 편의적인 관계 맺음을 극복하고 주변 사람들과의 소통을 복원하는 방법이 될 수 있다. (364자)

[문제 2]

[문제2-1] 제시문 (가)는 리카도의 ‘차액지대’ 이론을 설명하였고 제시문 (나)는 노동의 ‘경제적 지대’를 설명하였다. 제시문 (가)에 예시로 설명된 차액지대 발생의 원리를 개념적으로 요약하여 서술하고, 이러한 원리가 제시문 (나)의 경제적 지대 개념과 어떠한 공통점을 갖는지 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 500(±100)자로 할 것. (25점)

[문제2-2] 제시문 (다)는 독점적 기업이 누리는 ‘경제적 지대’를 특허 제도를 통해 일부 보호할 필요가 있음을 주장하였고, 제시문 (라)는 롤스의 ‘차등의 원칙’을 제시하였다. 제시문 (다)의 주장과 제시문 (라)의 원칙이 갖는 공통점을 설명하고, 제시문 (라)의 관점에서 제시문 (다)의 주장을 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 300(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 2-1]

차액지대는 토지의 생산성 차이 또는 생산성 하락이 존재하는 상황에서 곡물의 수요가 늘어날 때 발생한다. 곡물의 수요가 아주 작아 1등급 토지들도 다 경작되지 않은 상태에서 지주는 차액지대를 요구할 수 없다. 그러나 곡물의 수요가 늘어나 더 생산성이 낮은 토지들이 경작되기 시작하면 1등급 토지를 소유한 지주는 그 생산성 차이만큼을 지대로 요구할 수 있게 된다. 더 많은 토지가 경작되고 자본투입이 증가할수록 추가되는 생산량은 계속 하락하게 되는데 그에 비례하여 차액지대는 증가한다.
(나)에서 설명한 경제적 지대는 노동을 공급하는 사람들이 다른 곳에서 벌 수 있는 것보다 더 많은 소득을 벌어들일 때 발생한다. 보통 사람이 지니지 못한 능력이나 기술을 보유하였을 경우에 경제적 지대는 커지게 되는데, 이는 생산성이 상대적으로 높은 토지를 소유한 지주가 생산성 차이만큼을 차액지대로 요구할 수 있는 것과 유사하다. 수요에 비해 1등급 토지나 노동이 희소할 때 지대가 커진다는 점도 공통적이다. (499자)

[문제 2-2]

(다)는 독점적 기업의 경제적 지대를 일정 기간 허용해야 한다는 입장인데, (라) 역시 사회적·경제적 불평등을 일부 허용할 수 있다고 보는 점에서 공통적이다. 또한, 경제적 지대 또는 불평등을 허용함에 있어 다른 이들에 대한 이익을 고려한다는 점에서 같다.
(라)는 불평등이 전체의 더 큰 선으로 보상되는 것으로 정당화되지 않고 최소 수혜자에게 이익을 주어야만 정의롭다고 보았다. 그러나 (다)에서 강조하는 기업의 혁신이 사회의 최약자에게 이득을 줄 것인지는 확실하지 않다. 예컨대, 기술 혁신이 저임금 노동자의 실업을 유발하는 경우는 제시문 (라)의 관점에서 정당화될 수 없다. (323자)

2019학년도 인문계열 채점기준

[문제 1]

[문제1-1]	제시문 (가)와 (나)는 현대 사회에서의 개인 간 관계 맺음의 특징을 보여주는 글이다. 두 글에 나타나는 관계 맺음의 특징을 공통점과 차이점으로 나누어 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)
[문제1-2]	제시문 (나)의 관계 맺음이 가지는 문제점을 지적하고, 그에 대한 해결책을 (다)의 관계 맺음의 양상과 연결시켜 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

[문제 1-1]

(가)와 (나) 모두 자기중심적인 관계 맺음이다. 두 글에서 모두 개인은 관계 맺기를 불편해하고 관계에 따르는 책임을 지는 것을 싫어한다. (가)에서 ‘안’과 ‘나’는 ‘사내’와 따로 방을 잡고, ‘사내’가 죽은 것을 알자 서둘러서 여관을 나와 버린다. (나)에서 역시 개인은 온라인상에서 다른 사람들의 간섭이나 요구를 받는 것을 싫어하고, 현실에서도 다른 사람과 지나치게 가까워지는 것을 경계한다.
(가)는 개인 간 단절이 표면적으로 드러나지만 (나)는 온라인상으로 접속되어 있어서 단절감을 느끼지 못한다. (가)는 실제 현실에서의 관계 맺음으로서 대면해서 이루어지며 상호성이 전제되지만 (나)는 온라인상의 관계 맺음으로서 비대면적이고 일방적인 것이다. (가)에서 개인은 다른 사람과 연결될 수밖에 없지만 (나)에서는 언제든지 다른 사람과의 관계를 차단할 수 있다. (430자)

[문제 1-2]

(나)에서 개인은 자신의 편의에 따라 일방적으로 다른 사람과의 관계를 유지하거나 차단한다. 그는 접속된 상태에 있으므로 외로움을 느끼지 못하지만, 실제로 가까운 주변 사람들과 대화하거나 소통하는 일은 줄어들고 있다.

이러한 문제점을 해결하기 위해서는 실제적이고 상호적인 관계 맺음이 필요하다. (다)에서 사람들은 국숫집에서 평상에 마주앉아 서로의 이야기를 들어주고 있다. 이들은 다른 사람을 이해하고 수용하려는 자세를 가지고, 다른 사람의 처지와 아픔에 적극적으로 공감하고 있다. 이것은 직접 얼굴을 마주보고 다른 사람의 입장을 고려한다는 점에서, (나)의 일방적이고 편의적인 관계 맺음을 극복하고 주변 사람들과의 소통을 복원하는 방법이 될 수 있다. (364자)

3. 세부 지침

1 내용면 -- 문제1-1, 1-2 각 20점, 총40점

[1-1] (가)와 (나)의 관계 맺음의 특징을 공통점과 차이점으로 나누어 설명한 경우 --- 20점

① (가)와 (나)의 공통점 지적 (10점)
- 자기중심성, 관계 맺음을 불편해함, 관계에서 오는 책임 회피 등과 유사한 내용을 2개 이상 지적하면 10점, 1개를 지적하면 7점

② (가)와 (나)의 차이점 지적 (10점)
- 단절감을 느끼는지 여부, 실제 현실과 온라인의 차이, 대면성과 비대면성, 상호성과 일방성, 차단 가능 여부 등과 유사한 내용을 3개 이상 지적하면 10점, 2개 7점, 1개 5점

[1-2] (나)의 관계 맺음의 문제점을 지적하고, 그에 대한 해결책을 (다)의 관계 맺음의 양상과 연결시켜 설명한 경우 ------------------------------------- 20점

① (나)의 관계 맺음의 문제점 지적 (5점)
- 자기중심성, 편의주의, 일방성, 이기성, 주변사람과의 소통 미흡 등과 유사한 내용을 3개 이상 지적하면 5점, 2개 3점, 1개 1점

② 그에 대한 해결책을 (다)의 관계 맺음의 양상과 연결시켜 설명 (15점)
- 상호성, 대면성, 현실성(실제성), 적극성, 공감, 배려, 연민, 위로(위안), 주변사람과의 소통 회복 등과 유사한 내용을 연결하여 설명할 것
- 이상의 내용 중에서 5개 이상 연결하여 설명하고 해결책이 맞으면 15점
- 4개 12점, 3개 10점, 2개 7점, 1개 5점
- 문제점과 해결책을 연결하지 못한 답안은 0점

2 표현면 -------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0), 총10점

① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 1-1, 1-2 각각 분량 5점 감점
- 300자 미만인 경우
- 500자 초과인 경우

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

[문제 2]

[문제2-1]	제시문 (가)는 리카도의 '차액지대' 이론을 설명하였고 제시문 (나)는 노동의 '경제적 지대'를 설명하였다. 제시문 (가)에 예시적으로 설명된 차액지대 발생의 원리를 개념적으로 요약하여 서술하고, 이러한 원리가 제시문 (나)의 경제적 지대 개념과 어떠한 공통점을 갖는지 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 500(±100)자로 할 것. (25점)
[문제2-2]	제시문 (다)는 독점적 기업이 누리는 '경제적 지대'를 특허 제도를 통해 일부 보호할 필요가 있음을 주장하였고, 제시문 (라)는 롤스의 '차등의 원칙'을 제시하였다. 제시문 (다)의 주장과 제시문 (라)의 원칙이 갖는 공통점을 설명하고, 제시문 (라)의 관점에서 제시문 (다)의 주장을 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 300(±100)자로 할 것. (25점)

1. 채점 시 유의 사항

① 채점 항목은 크게 글의 내용면(40점)과 표현면(10점)으로 나뉨.
② 감점 사항에 해당하는 경우 별도로 감점함.

2. 예시 답안

[문제 2-1]

차액지대는 토지의 생산성 차이 또는 생산성 하락이 존재하는 상황에서 곡물의 수요가 늘어날 때 발생한다. 곡물의 수요가 아주 작아 1등급 토지들도 다 경작되지 않은 상태에서 지주는 차액지대를 요구할 수 없다. 그러나 곡물의 수요가 늘어나 더 생산성이 낮은 토지들이 경작되기 시작하면 1등급 토지를 소유한 지주는 그 생산성 차이만큼을 지대로 요구할 수 있게 된다. 더 많은 토지가 경작되고 자본투입이 증가할수록 추가되는 생산량은 계속 하락하게 되는데 그에 비례하여 차액지대는 증가한다.
(나)에서 설명한 경제적 지대는 노동을 공급하는 사람들이 다른 곳에서 벌 수 있는 것보다 더 많은 소득을 벌어들일 때 발생한다. 보통 사람이 지니지 못한 능력이나 기술을 보유하였을 경우에 경제적 지대는 커지게 되는데, 이는 생산성이 상대적으로 높은 토지를 소유한 지주가 생산성 차이만큼을 차액지대로 요구할 수 있는 것과 유사하다. 수요에 비해 1등급 토지나 노동이 희소할 때 지대가 커진다는 점도 공통적이다. (499자)

[문제 2–2]

(다)는 독점적 기업의 경제적 지대를 일정 기간 허용해야 한다는 입장인데, (라) 역시 사회적·경제적 불평등을 일부 허용할 수 있다고 보는 점에서 공통적이다. 또한, 경제적 지대 또는 불평등을 허용함에 있어 다른 이들에 대한 이익을 고려한다는 점에서 같다.

(라)는 불평등이 전체의 더 큰 선으로 보상되는 것으로 정당화되지 않고 최소 수혜자에게 이익을 주어야만 정의롭다고 보았다. 그러나 (다)에서 강조하는 기업의 혁신이 사회의 최약자에게 이득을 줄 것인지는 확실하지 않다. 예컨대, 기술 혁신이 저임금 노동자의 실업을 유발하는 경우는 제시문 (라)의 관점에서 정당화될 수 없다. (323자)

3. 세부 지침

1 내용면 -- 문제2-1, 2-2 각 20점, 총40점

[2-1] 설명된 개념을 요약하고 다른 유사 개념과 비교하기 ---------------------- 20점

① 제시문 (가)에서 예시적으로 설명된 개념을 파악하여 요약 (10점)
- 생산성 차이 또는 생산성 하락이 존재하는 조건에서 수요가 커질 때 차액지대가 발생함을 언급하면 5점
- 생산성이 낮은 토지들이 경작되기 시작하면서 생산성 차이만큼이 차액지대로 지불됨을 언급하면 5점

② 유사한 개념과 비교하여 공통점을 설명 (10점)
- 1등급 토지와 희소한 능력이 있는 노동자가 유비관계에 있음을 언급하면 5점
- 차액지대에 대해 요약 서술했던 원리가 노동 소득에도 유사하게 적용됨을 적절히 설명하면 5점

[2-2] 사회윤리 원칙에 근거하여 사회제도에 대한 주장을 평가하기 --------------- 20점

① 제시문 (다)의 주장과 제시문 (라)의 원칙의 공통점 찾기 (10점)
- 경제적 지대 및 불평등이 허용될 수도 있음을 공통점으로 언급하면 5점
- 경제적 지대 및 불평등의 허용조건으로 다른 이들에 대한 이득을 고려한다는 점을 공통점으로 언급하면 5점

② 제시문 (라)의 원칙에 근거하여 제시문 (다)의 주장을 비판하기 (10점)
- 최소 수혜자 이익 조건의 중요성을 언급하면 5점
- 최소 수혜자 이익 조건이 제시문 (다)에서 만족되기 어려움을 적절히 설명하면 5점

2 표현면 ------------------------- 문제2-1, 2-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0), 총10점

① 어휘력: 적절한 어휘 사용

② 문장력: 문법적인 문장 구사

③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

※ 감점 사항

1 문제 2-1의 경우 400자 미만인 경우, 600자 초과인 경우 분량 5점 감점
문제 2-2의 경우 200자 미만인 경우, 400자 초과인 경우 분량 5점 감점

2 독해에 지장을 줄 정도의 맞춤법 오류가 발견된 경우 5점 범위 내에서 감점

2019학년도 인문계열 합격자 우수답안

1번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

1-1) 제시문 (가, 나)는 개인들 간의 관계 맺음 양상을 보여준다. 두 제시문의 개인은 모두 본인에게 피해가 발생할 것 같은 경우, 그 관계에서 회피하려는 모습을 보인다는 공통점이 있다. 또한 (가)에서는 죽은 사내가 진정으로 필요했던 것이 무엇인지 서로에 대해 무지한 모습을, (나)는 가벼운 관계 속에서 상대에 대해 무지한 모습을 둘다 보여준다.

그러나 (가)의 개인들 간에는 대면적 접촉이 존재하지만 (나)의 개인들 간에는 이루어지지 않는다. 왜냐하면 전자는 오프라인 접촉이지만 후자는 온라인 접촉이기 때문이다. 또한 (가)의 개인은 외로움을 느끼고 고립되는 것을 두려워 하기 때문에 벽으로 나누어진 방들을 거북해하고 화투를 치자는 핑계로 계속 같이 있고자 한다. 반면 (나)의 개인은 버튼 하나면 언제든 친구를 부를 수 있어 외로움을 느끼지 않고, 귀찮음을 느낄 때에는 자발적으로 고립되고자 한다.

1-2) 제시문 (나)에서는 상호무관심한 관계 맺음이 나타난다. 결과적으로 간접적 접촉이 주를 이루게 되며 정작 가까운 주변 사람들과의 소통이 부재한다. 따라서 개인은 현실로부터 고립되며 마음을 표현하는 진정한 소통이 사라진다는 문제점이 있다.

(다)에서는 나와 타인을 동일시하며 서로에 대해 공감하는 태도를 가진다. 마주 앉아 마음을 터놓고 직접적 접촉을 하며 서로를 위로하는 관계가 나타난다. 이러한 관계 맺음에 따라 (나)의 관계 맺음의 문제점을 해결 가능하다. (나)의 개인들은 먼 친구보다는 가까운 주변 사람들과 원만하게 소통하며 상호관심을 가져야 한다. 또한 대면적 관계가 귀찮다고 회피하는 자세가 아닌 대면적 관계가 진정한 관계이며 스스로를 보듬어 줄 수 있음을 인지하는 자세를 지녀야 한다. 또한 가족과 같이 가까운 사람들과 서로에 대해 공감해 주고 위로하는 태도가 필요하다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

2번 문항 (반드시 해당문항과 일치하여야 함)

2-1) 제시문 (가)의 차액지대 발생 원리는 같은 비용을 투자해 얻을 수 있는 최대 효용보다 더 적은 효용을 얻을 경우, 같은 비용의 투자 하에 최대 효용이 있음에도 불구하고 더 적은 효용을 얻었기 때문에 손해가 발생한다. 최대 효용을 얻을 수 있는 최상의 가치가 충분하지 못할 경우 손해를 감수하면서 같은 투자 비용을 지불하는 것이 차액지대 발생 원리이다.

(나)에서의 경제적 지대는 본인의 능력이 얼마나 희소한 가치를 지니느냐에 따라 현재 소득과 기회비용의 거리가 달라진다. 차액지대 발생 원리와 경제적 지대 개념의 공통점은 얼마나 희소한지, 즉 최상의 가치에서 최대 효용을 얻고 이것보다 못한 가치는 차등적으로 적은 효용을 얻는다는 점이다. 차액지대 원리에서는 토지의 등급에 따라 같은 비용을 투자함에도 각각 다른 효용을 가져온다. 이와 동등하게 경제적 지대 개념에서도 사람들마다 각각 얼마나 희소하고 대체 불가능한 능력을 가졌는지에 따라 본인이 얻는 소득이 다르다는 점에서 두 가지 모두 차등성을 지닌다.

2-2) 제시문 (다, 라) 모두 사회적·경제적 불평등을 허용한다는 공통점이 있다. (다)에서는 기업가들이 혁신에 대한 인센티브를 상실하지 않게 하기 위해 독점적 지위를 허용한다. 또한 (라)에서도 개인의 천부적 재능은 차등적이므로 최소 수혜자를 고려한다는 경우 하에 타고난 재산과 권력의 불평등을 허용한다.

그러나 (라)에서 볼 때 (다)를 비판 가능하다. 왜냐하면 혁신을 추구한 기업에 독점적 지위를 부여하며 특허 시스템을 적용한다면 최소 수혜를 얻는 기업은 계속 불리한 처지에 남을 수밖에 없다. 따라서 최소 수혜자인 기업을 고려하지 않고 오로지 이윤 추구만을 목적으로 보고 있기 때문에 비판이 가능하다.

이 줄 아래는 답안 작성을 하지 말 것

MEMO

MEMO

MEMO

MEMO

1973

AJOU UNIVERSITY

아주대학교 오시는 길

주소	(16499) 경기도 수원시 영통구 월드컵로 206 아주대학교 율곡관 102호
입학상담	입학처(율곡관) Tel. 031-219-2021 Fax. 031-213-5174 Homepage. www.iajou.ac.kr

버스 이용 시

성남, 분당, 수지지역
시내버스 720-1, 720-2번 승차 → 아주대학교

사당역
좌석버스 7000번, 7001번 승차 → 과천, 의왕간 고속도로 → 아주대학교

강남역 / 양재역
좌석버스 3007번 승차 → 경부고속도로 → 아주대학교

잠실역
좌석버스 1007-1번 승차 → 경부고속도로 → 아주대학교

지하철 이용 시

강남역 / 양재역
신분당선 탑승 → 광교중앙(아주대)역 하차 → 도보 또는 셔틀버스, 마을버스 7번 이용
88-1, 13-4(광교중앙역, 광교고등학교 정류장) → 창현고교, 아주대학교, 유신고교 정류장 하차 /
81(광교중앙, 아주대역 환승센터(지하) → 아주대학교병원 정류장 하차

수원지역
1호선(국철)이용, 수원역 하차, 시내버스 11-1, 13-4, 720-2번 승차 → 아주대학교

자동차 이용 시

동수원IC → 중소기업지원센터 → 효성사거리(원형육교) → 아주대학교
수원·신갈IC → 원천교 사거리 → 국토지리정보원 → 아주대학교
수원버스터미널 → 시청역사거리 → 뉴코아아울렛 → 효성사거리(원형육교) → 아주대학교
수원역 → 도청오거리 → 중동사거리 → 성빈센트병원 → 동수원사거리 → 아주대삼거리 → 아주대학교

1973

아주 지성, 새로운 세상을 연결하다

아주대학교
AJOU UNIVERSITY

16499 경기도 수원시 영통구 월드컵로 206 아주대학교
입학처 율곡관 102호 TEL. 031-219-2021, 3981 FAX. 031-213-5174
www.iajou.ac.kr