2021학년도 선행학습 영향평가
자체결과 보고서

2021. 03

아주대학교 입학처

목 차

I. 선행학습영향평가 대상 문항 총괄표

평가대상	입학전형	계열	입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명	문항 번호	하위 문항 번호	계열 및 교과									교과 외
						인문사회			수학	과학				기타	
						국어	사회	도덕		물리	화학	생명 과학	지구 과학		
논술 등 필답고사	논술 우수자 전형	인문 (오전)	국어, 화법과 작문, 독서, 언어와 매체, 문학, 통합사회, 한국사, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상	1	1-1	o									
					1-2	o									
				2	2-1	o	o	o							
					2-2	o	o	o							
		인문 (오후)		1	1-1	o									
					1-2	o									
				2	2-1	o	o	o							
					2-2	o	o	o							
		자연 (오전)	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분	1	1-1				o						
					1-2				o						
				2	2-1				o						
					2-2				o						
					2-3				o						
		자연 (오후)		1	1-1				o						
					1-2				o						
					1-3				o						
				2	2-1				o						
					2-2				o						
		자연 (저녁)		1	1-1				o						
					1-2				o						
				2	2-1				o						
					2-2				o						
		자연 (의학)	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분	1	1-1				o						
					1-2				o						
			생명과학Ⅰ, 생명과학II	2	2-1~ 2-6							o			
면접· 구술고사	학생부 종합전형 / 정시	의학	-												o

Ⅱ. 선행학습영향평가 진행 절차 및 방법

1. 대학별 고사의 선행학습영향평가 이행 사항 점검 체크리스트

구분	판단기준		
	항목	세부내용	이행 점검
대학별 고사 시행 관련 이행 사항 점검	1. 관련 자료의 홈페이지 게재	① 기간 내 선행학습영향평가 자체평가 보고서 공개 (문항과 답안 공개의 충실성)	○
	2. 선행학습영향평가 보고서 항목 준수	② 문항 총괄표 작성의 충실성	○
		③ 문항 제출 양식(문항카드) 작성의 충실성	○
		④ 장별 내용 제시 여부	○
	3. 선행학습영향평가 위원회 구성	⑤ 위원회의 외부위원 포함 여부	○
		⑥ 현직 고등학교 교사 포함 여부	○

2. 선행학습 영향평가에 대한 대학의 자체 규정

본교는 2015년 2월 10일에 '대학입학전형 자체영향평가 등에 관한 규칙'을 자체적으로 제정하였다. 해당 규정에서는 자체영향평가의 정의, 위원회, 기능 등에 대한 내용을 포함하고 있으며, 부록1.에 제시되어 있다. 아래의 <표>에는 본교의 자체영향평가 위원회가 심의하는 사항들을 제시하였다.

번호	심의 대상
1	대학별 고사의 고교 교육과정 내 출제 계획수립에 관한 사항
2	자체영향평가의 평가영역, 방법, 내용, 진행절차에 관한 사항
3	자체영향평가 결과에 따른 대학별 고사의 개선방향에 관한 사항
4	자체영향평가 결과의 다음 연도 입학전형에의 반영에 관한 사항
5	선행교육 방지 대책에 관한 사항
6	기타 자체영향평가 제도의 운영에 관한 사항

3. 선행학습 영향평가위원회 조직 구성

2021학년도 자체영향평가 위원회는 '대학입학전형 자체영향평가 등에 관한 규칙'에 따라 위원장 1인, 내부위원 3인, 외부위원 3인 간사 1인으로 구성되었다. 선행학습영향평가의 공정성을 확보하기 위해 내부위원 중 3인은 교원으로, 고등학교 교사 3인을 외부위원으로 포함하여 구성하였으며, 자체영향평가위원회 구성원 중 외부인원의 비율은 37.5%이다. 자체영향평가 위원의 임용기간은 2021년 3월 1일부터 2022년 2월 28일까지이며 세부구성은 아래 <표>에 제시하였다. 자체평가위원회에서는 대학별 고사의 고교 교육과정 내 출제 계획수립에 관한 사항, 자체영향평가의 평가영역, 방법, 내용, 진행절차에 관한 사항, 대학별고사의 개선방향 등을 결정하고, 논의사항 및 일정은 연구원들과 공유하였다.

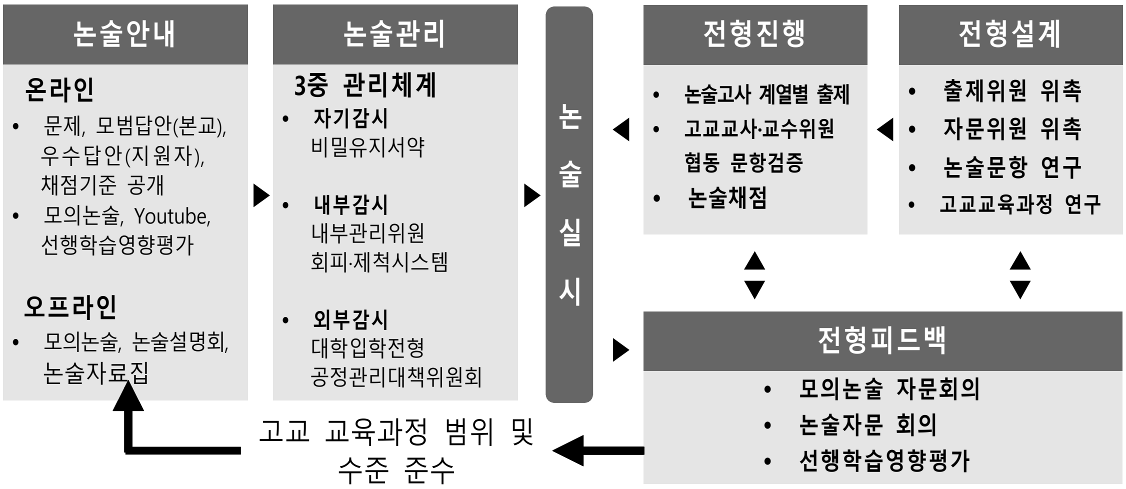
2021학년도 자체영향평가위원 구성

계열	소속	과목	직책	성명	외부인원
위원장	입학처	-	입학처장	석 ○ ○	
위원	아주대학교	수학	교 수	최 ○ ○	
위원	아주대학교	수학	교 수	박 ○ ○	
위원	아주대학교	국어	교 수	문 ○ ○	
위원	A고등학교	국어	교 사	윤 ○ ○	**O**
위원	B고등학교	수학	교 사	박 ○ ○	**O**
위원	C고등학교	과학	교 사	김 ○ ○	**O**
간사	입학처	-	입학팀장	장 ○ ○	
자체영향평가 위원 중 외부인원(고교교사) 비율					**37.5%**

4. 2021학년도 선행학습 영향평가 일정 및 절차

일정	절차
2020. 08.	2021학년도 모의 논술고사
	2020, 2021학년도 선행학습영향평가 결과 및 분석내용 공유
	교육과정평가원 선행학습영향평가 입학담당자 연수
2020. 08. ~ 2020. 11.	모의논술 자문 운영기간
2020. 12.	논술자문위원 및 출제위원 1차 회의
	2021학년도 논술고사 출제합숙(고교교사 참여)
	대학입학전형의 선행학습영향평가 연구 시작
	2021학년도 논술고사
2021. 03.	2021년 자체영향평가위원회 위촉
	논술자문위원 및 출제위원 2차 회의
	선행학습영향평가 연구 종료
	자체영향평가위원회의 결과 및 입학전형 개선계획 홈페이지 공고(예정)

Ⅲ. 고교 교육과정 범위 및 수준 준수 노력



1. 출제 전

1-1. 출제 전 고교 교육과정을 이해하기 위한 노력

고교 교육과정 분석		
계열	**출제과목 및 계열별 응시요구 과목**	**출제 교과서**
자연계열	수학	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분
자연계열 (의학)	수학	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 확률과 통계, 미적분
	생명과학	생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ
인문계열	국어, 도덕, 사회	국어, 화법과 작문, 독서, 언어와 매체, 문학, 통합사회, 한국사, 한국지리, 세계지리, 세계사, 동아시아사, 경제, 정치와 법, 사회·문화, 생활과 윤리, 윤리와 사상

1-2 출제·검토위원에 대한 고교 교육과 고교 교육과정 사전 연수

- 계열별(자연, 의학, 인문)로 최초 위원선정, 모의논술, 본논술 관련하여 3회씩, 총 9회 사전 연수를 진행함

<고교교육과정 교육 자료>: 문항카드 작성가이드(자연, 의학, 인문)

<고교교육과정 교육 자료>: 교육과정(국어, 사회, 도덕, 수학, 과학)

<고교교육과정 관련 사전연수 자료> : 모의논술 자문

구분	제시문	용어의 적절성	난이도	출제범위
인문계열	적정	적정	적정	적정
자연계열	적정	적정	적정	적정
의학계열	적정	적정	적정	적정

구분	자문 총평
인문계열	논술의 기본적 취지라 할 수 있는 통합적 사고력과 학업 능력 측정을 위한 적절한 지문과 문제가 출제 한 문항 정도는 조금 더 난도가 높아져도 문제가 없을 것으로 판단됨 양적 자료에 대한 객관적 분석과 자료로부터 사실 및 문제점을 파악하는 문항으로 타당도와 고등학교 교육과정과의 적합성을 모두 갖춤
자연계열	아주대 모의 수리논술은 비교적 평범한 소재를 가지고도 얼마든지 다양한 영역에서 깊이있게 출제할 수 있음을 보여줌 풀이에 약간의 오탈자가 있음 고등학교 교육과정에서 학생들이 배운 표현, 표기 방식으로 수정하면 학생들 입장에서 도움이 될 듯함
의학계열	교과서 선택에 따른 유불리가 작용하지 않음 제시문은 고등학교 생명과학Ⅱ의 교육과정 수준에 맞추어 평가 고교 교육과정을 정상적으로 학습한 학생이라면 충분히 논술가능 논술고사에서는 난이도가 조금 더 높은 문항이 제시될 필요가 있을 것으로 보임

2. 출제 중

2-1. 출제·검토위원 중 고교 교원 참여 비율

계열	출제·검토위원 인원	고교교사 자문위원 인원	출제·검토위원 대비 고교교사 비율
인문	3	1	33.3%
자연	4	2	50.0%
의학	2	1	50.0%
총계	9	4	44.4%

2-2. 고교 교원의 출제·검토과정에서의 권한 강화를 위한 조치

- 문항검토 관련 수정요구권 및 거부권 부여

3. 출제 후(출제·검토과정에서의 문제점 보완을 위한 개선 노력)

- 합숙위원(출제위원, 합숙위원, 자문위원) 의견 피드백
- 자체 진단결과 반영 피드백
- 논술 자문회의 내용 반영
- 자체영향평가위원회 심의·의결사항 반영

<논술 자문회의 내용>

구분	제시문	용어의 적절성	난이도	출제범위
인문계열	적정	적정	적정	적정
자연계열	적정	적정	적정	적정
의학계열	적정	적정	적정	적정

구분	자문 총평
인문계열	- 논술 고사의 근본적인 취지인 분석적·논리적 사고력과 비판적 사고력을 측정하기에 적절한 문제들로 구성되어 시험의 취지와도 잘 부합하였다고 생각함. - 정치 현상의 실제를 보고, 그것을 판단하도록 한 점은 매우 긍정적이었다고 판단됨. - 사회 현상에 대한 올바른 이해와 탐구 방법의 습득, 정치 현상과 관련된 다양한 정보 및 자료 수집 및 분석 등 고등학교 사회 교과목의 목표와 일치도가 높다고 판단됨.
자연계열	- 전반적인 난이도가 쉽지는 않으나, 고등학교에서 학습한 개념들을 활용하여 충분히 해결할 수 있는 문항으로 구성되었다고 생각함. - 고등학생이 이해하기에 어려움이 없는 제시문과 그래프 디자인으로 가독성이 좋으며, 다양한 수리적 능력을 고루 평가할 수 있는 좋은 문제들로 구성됨. - 2015개정 교육과정의 핵심 개념, 출제 범위, 학습 내용, 성취기준에 부합되도록 수리 논술 문제를 구성하였으며 제시문에서 문제 풀이에 대한 단서와 전략이 충분히 제시되어 학교 교육과정을 성실히 이수한 학생들은 초기 접근 방식을 쉽게 떠올릴 수 있도록 함. - 전체적으로 복잡한 수학적 개념을 요구하지는 않았으나 문제를 이해하고 분석하는데 높은 사고력을 요구하는 문항들이 많았고, 그런 면에서 체감적인 난이도가 높았음. - 모든 문항들은 고등학교 교육과정 내에서 출제되었으며 선행학습이 필요한 개념을 이용한 경우는 없었음.
의학계열	- 문항과 제시문에서 사용되는 용어, 개념 모두 생명과학Ⅱ-5종 교과서 본문에서 공통적으로 사용되는 것으로 교과서 선택에 따른 유불리가 작용하지 않을 것으로 보임. - 여러 가지 관점에서 이번 문항은 교육과정을 벗어나지 않았으며, 적정 난이도를 유지하기 위해 노력하고 있음. 학생이 가지고 있는 세포호흡, 유전과 진화에 관한 기본 지식의 충실함과 창의적이고 융합적인 사고를 측정하기에 좋은 문항으로 생각됨. - 생명과학Ⅰ의 내용도 연관지어 제시할 수 있다면 생명과학Ⅰ과 생명과학Ⅱ를 종합적으로 이해하는 사고력을 추가로 측정할 수 있을 것으로 기대됨.

Ⅳ. 문항분석 결과 요약

평가대상	입학전형	계열	문항 번호	하위 문항번호	교과별 교육과정 과목명	교육과정 준수 여부	문항 붙임번호
논술 등 필답고사	논술 우수자 전형	인문 (오전)	1	1-1	국어, 문학, 독서	o	문항 카드1
				1-2			
			2	2-1	정치와 법	o	문항 카드2
				2-2			
		인문 (오후)	1	1-1	국어, 문학, 독서	o	문항 카드3
				1-2			
			2	2-1	독서	o	문항 카드4
				2-2			
		자연 (오전)	1	1-1	수학 I, 수학Ⅱ, 미적분	o	문항 카드5
				1-2			
			2	2-1	수학 I, 수학 II, 미적분, 확률과통계	o	문항 카드6
				2-2			
				2-3			
		자연 (오후)	1	1-1	수학I, 수학 II, 미적분	o	문항 카드7
				1-2			
				1-3			
			2	2-1	수학 I, 확률과통계	o	문항 카드8
				2-2			
		자연 (저녁)	1	1-1	수학 II, 미적분	o	문항 카드9
				1-2			
			2	2-1	수학 I, 확률과통계	o	문항 카드10
				2-2			
		자연 (의학)	1	1-1	수학 I, 확률과통계	o	문항 카드11
				1-2			
			2	2-1 ~ 2-6	생명과학Ⅰ, 생명과학Ⅱ	o	문항 카드12
면접· 구술고사	학생부 종합전형 /정시	의학	-	-	-	비대상	-

Ⅴ. 대학 입학전형 반영 계획 및 개선 노력

1. 논술 규모 축소

구분	현행(2021학년도)	변경 후(2022학년도)
모집인원	203명	187명
모집단위	18개 학과	16개 학과

2. 고교교육과정 내 출제 지속적 관리

- 모집요강 내 출제과목 표기, 고교교육과정 준수, 고교교원 참여 내실화

Ⅵ. 부록

<부록 1> 선행학습영향평가를 위한 아주대학교 자체규정

<부록 2> 면접질문 예시(비대상)

<부록 3> 논술고사 문항카드

부록1. 선행학습영향평가를 위한 아주대학교 자체규정

대학입학전형 자체영향평가 등에 관한 규칙

제정 2015. 2. 10

제1조(목적) 이 규칙은 아주대학교(이하 "본 대학교"라 한다)의「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」제10조에서 위임한 사항과 선행학습 자체영향평가 등의 시행에 필요한 사항을 규정함을 목적으로 한다.

제2조(자체영향평가의 정의) "자체영향평가"란「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」(이하 '법'이라 한다) 제10조에 따라 대학입학전형에서 대학별 고사(논술 등 필답고사, 면접·구술고사, 신체검사, 실기·실험고사 등)를 실시하는 경우 이에 대한 검토·분석·영향평가를 하는 것을 말한다.

제3조(자체영향평가 위원회의 설치 및 구성)

① 제2조에 따른 본 대학교의 고사가 고등학교 교육과정의 범위와 수준을 출제 또는 평가하는지 여부와 선행학습을 유발하는 요인은 없는지에 대한 영향평가를 실시하기 위해 자체영향평가위원회(이하"위원회"라 한다)를 둔다.

② 위원회는 입학처장을 위원장으로 하고 자체영향평가의 객관성, 공정성, 신뢰성을 확보하기 위해 5인 이내의 내부위원과 5인 이내의 외부위원으로 구성한다.

③ 내부위원은 전임교원 및 교내전문가를 외부위원은 관련분야에 전문성을 갖춘 자 중에서 입학처장의 제청으로 총장이 위촉한다.

④ 위원의 임기는 1년으로 하며 연임할 수 있다. 다만, 결원으로 인하여 새로이 임명된 위원의 임기는 전임자의 잔여기간으로 한다.

⑤ 위원회는 간사 1인을 두며, 간사는 입학팀장으로 한다.

제4조(위원회의 기능) 위원회는 다음 각 호의 사항을 심의한다.

1. 본 대학교 고사의 고교 교육과정 내 출제 계획수립에 관한 사항
2. 자체영향평가의 평가영역, 방법, 내용, 진행 절차에 관한 사항

3. 자체영향평가 결과에 따른 본 대학교 고사의 개선 방향에 관한 사항
4. 자체영향평가 결과의 다음 연도 입학전형에의 반영에 관한 사항
5. 선행교육 방지 대책에 관한 사항
6. 기타 자체영향평가 제도의 운영에 관한 사항

제5조(회의)

① 위원회의 회의는 위원장이 필요하다고 인정하거나, 재적위원 과반수의 요구가 있을 때 위원장이 소집한다.

② 위원회의 회의는 재적위원 과반수의 출석으로 개회하고, 출석위원 과반수의 찬성으로 의결한다. 다만, 가부동수인 때에는 위원장이 결정권을 갖는다.

③ 위원장은 안건의 내용이 경미하거나 또는 긴급을 요하는 경우 서명 또는 전자문서로 위원회의 의결을 대신할 수 있다. 다만, 이 경우 제적위원 과반수의 찬성을 얻어야 효력이 인정된다.

제6조(소위원회)

① 위원회의 업무를 효율적으로 수행하기 위하여 필요시 위원회의 의결을 거쳐 소위원회를 둘 수 있다.

② 소위원회 위원에게는 예산의 범위 내에서 연구비, 수당 및 여비를 지급할 수 있다.

제7조(수당 등 지급)

① 위원에게는 예산의 범위 안에서 수당 및 여비를 지급할 수 있다.

② 자체영향평가와 관련하여 위원, 관계전문가 등에게 조사 등을 의뢰한 경우에는 예산의 범위 안에서 연구비 등 필요한 경비를 지급할 수 있다.

제8조(자체평가위원의 비밀유지의무) 위원회의 위원 및 간사는 위원회 활동과 관련하여 취득한 사실에 대해 외부에 누설하여서는 안된다.

제9조(영향평가의 시기 및 반영)

① 자체영향평가는 본 대학교의 고사가 종료된 이후 시행한다. 다만, 필요에 따라 모집시기(수시 및 정시)별로 구분하여 시행할 수 있다.

② 자체영향평가 결과는 다음 연도 입학전형에 반영하여야 한다.

제10조(결과의 공시) 법 제10조제2항에 따른 영향평가 결과 및 다음 연도 입학전형 반영계획을 매년 3월 31일까지 입학처 홈페이지에 게재하여 공개한다.

제11조(운영기준) 이 규칙 외에 필요한 기타 사항은 위원회의 의결을 거쳐 위원장이 정한다.

부 칙

이 규칙은 2015년 2월 10일부터 시행한다.

부록2. 면접질문 예시(비대상)

<table>
<tr><th>면접질문 예시</th><th colspan="2">평가항목</th></tr>
<tr><td>• ○○교과에서 ○○실험을 진행하였는데, 이 실험의 원리와 과정에 대해 설명해 주세요.
• ○○○ 관련 토론대회에서 수상한 경험이 있는데, 이 때 본인의 주장과 그 근거에 대해 설명해 주세요.</td><td>학업역량</td><td rowspan="3">서류진실성</td></tr>
<tr><td>• ○○동아리에서 신문을 제작한 경험이 있는데, 본인의 구체적 역할에 대해 설명해 주세요.</td><td>주도성</td></tr>
<tr><td>• 다양한 체험활동에서 리더 역할을 수행했는데, 본인의 리더십을 가장 잘 발휘했던 사례에 대해 말해 주세요.
• ○○○시설에서 지속적으로 봉사활동을 해왔는데, 이 경험을 통해 자신이 성장한 점에 대해 설명해 주세요.</td><td>대인역량</td></tr>
<tr><td>• 공감하는 의사를 꿈꾼다고 했는데, 의사가 되려는 이유는 무엇인가요?
• ○○탐구반 활동에서 ○○의사의 자질이 무엇인지 분석하였다고 ○○활동에 기록되어 있다. 본인이 분석한 의사의 자질은 무엇이었습니까?</td><td colspan="2">의학과</td></tr>
<tr><td>• 고교 생활 중 ○○ 동아리 활동을 했는데, 가장 인상 깊었던 경험에 대해서 무엇인지 이유와 함께 설명해 주세요.
• 재직 중 경험했던 어려운 경험은 무엇이었으며, 어떻게 해결하려고 노력했는지 설명해주세요.</td><td colspan="2">특성화 고등을
졸업한 재직자 전형</td></tr>
</table>

※ 특성화고등을졸업한재직자전형: 특성화고 등을 졸업한 재직자가 대상이므로 고교활동 이외에 직장 내 업무 및 경험 등에 관한 질문이 진행될 수 있음.

<학생부종합(ACE전형) 및 정시 의학과 면접문항>

학생부종합(ACE전형)

당신은 감염내과 및 역학 전문의로, 현재 의료시스템이 낙후된 (가) 지역에서 급속히 번지고 있는 감염병 A를 연구하기 위한 WHO의 유행성 감염질환 연구 프로젝트의 책임자로 선정이 되었다. 100만 달러의 연구비를 지원받아 각계 전문가들로 구성된 연구팀을 꾸려 감염병 A 가 창궐하고 있는 (가) 지역으로 출발하였다. 이번 프로젝트의 목적은 (가) 지역에서 감염병 A 의 유병률을 파악하고 원인균을 검사하여 균의 돌연변이 유무를 조사하는 등 이를 통해 기존의 감염병 A의 약보다 좋은 효과를 지닌 약을 개발하는데 필요한 기초 연구를 하여 감염병 A가 혹시 모를 판데믹으로 번질 만일의 사태에 대비하는 것이다. 연구팀은 연구원의 안전을 위해 소량의 감염병 A의 약을 가지고 왔다. 현지 연구를 위해 (가) 지역에 정착을 하고 프로젝트를 진행하면서 당신은 예상보다 의료시설이 부족하고 많은 수의 주민들이 감염병 A 로 고통스럽게 죽어가는 것을 목격하게 된다. 그러던 중 팀원 중 일부가 고통스럽게 죽어가는 주민들을 위해서 연구팀을 위해 가지고 온 감염병 A의 약을 주민들에게 나누어 주자고 주장을 한다. 당신은 팀 책임자로서 갈등을 하게 된다. 당신 팀이 가지고 온 감염병 A의 약을 주민들에게 나눠줘야 하는가? 아니면 주민들에게 이 사실을 숨기고 연구팀을 위해 남겨두어야 하는가? 그리고 당신은 팀 책임자로서 어떤 결정을 하든 당신의 결정을 팀원들이 따르도록 설득을 해야 한다.

정시

1940-50년대 영국에서는 우등생을 위한 공립학교인 '그래머 스쿨'에 입학하기 위한 경쟁이 치열해지자 지능의 우열을 확인하는 방식으로 학생을 선발하게 되었다. 1950년에 이르러 대부분의 영국 어린이들은 초등학교를 졸업하기 전에 지능검사를 받았고, 높은 지능이 엘리트의 관문으로 들어가기 위한 중요한 자격요건이 되었다. 그러나, 많은 심리학자들은 지능검사로는 전반적인 지능이라는 추상 개념을 측정할 수 없다고 선언하였는데, 이는 지능(intelligence)이라는 것이 추상적인 개념(abstract concept)이 아니라 조작적인 개념(operational concept)이었기 때문이다. 그래서, 지능검사는 전반적인 지능이 아니라 고등교육을 받는데 필요한 자질을 평가하는데 초점을 맞추었다.
그럼에도 불구하고, 인간의 두뇌가 생식기관만큼이나 개체의 생화학적 질서에서 분리할 수 없다는 사실, 인간 개인도 자기가 속한 물리적 환경과 사회적 환경에서 분리할 수 없다는 사실, 잠재적인 지능이 높은 사람도 시험과 같은 긴장 속에서 심리적 혼란에 따른 불안으로 인하여 자기 지능을 충분히 활용하지 못한다는 사실, 그리고 개인마다 지능이 최고에 달하는 시간에 차이가 있을 수 있다는 사실 등은 지능 검사를 통해 학생을 선발하는 방식에 있어서 중요한 문제점으로 남아있다.

국민 10명 가운데 9명이 교육제도를 통해 부모의 직업, 출신학교, 경제력 등과 같은 특권이 자녀에게 대물림되는 "특권 대물림 교육 문제가 심각하다"고 인식하고 있는 것으로 조사됐다. 응답자의 절반 이상은 특권 대물림 교육을 해소하려면 "대입제도 개편으로는 불충분하다"고 응답했다. 최근 교육 공정성 논란 속에서 사교육걱정은 특권 대물림 교육 해소의 필요성을 강조하며 이 문제를 해결하기 위해서 특권 대물림 교육 실태의 정례적 조사·발표, 출신학교 차별금지법 제정, 대학 서열화 해소 위한 국민공론화 추진, 고교 서열화 해소, 일반고 육성 및 채용·입시에서 저소득층 적극적 배려 등과 같은 종합적인 해법을 제시한 바 있다. 이번 조사에서도 '출신학교 차별금지법'이나 '대학 서열화 해소'에 대한 국민의 의견을 물었는데, 국민 상당수는 이에 적극 찬성하는 것으로 나타났다. 조사 결과를 보면, 응답자의 77.4%가 '출신학교 차별금지법' 제정에 찬성하는 것으로 나타났다. 대학 서열화 해소(찬성 70%), 고교 서열화 해소(찬성 68%) 등에서도 '찬성' 의견이 높았다.

부록3. 논술고사 문항카드

[아주대학교 문항정보 1]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문(오전) / 문제1	
출제 범위	교육과정 과목명	국어, 문학, 독서
	핵심개념 및 용어	경쟁, 협력
예상 소요 시간	60분	

2. 문항 및 자료

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

'극장의 비유'는 동일한 시간과 공간에서 경쟁이 사회적으로 어떤 영향을 끼칠 수 있는지를 포착할 수 있는 비유다. 어느 도시에 영화를 즐겁게 감상할 수 있는 계단식 극장이 있다. 세계적 인기를 누리는 남녀 주인공의 멋진 사랑을 다룬 영화다. 사람들이 가득 찼다. 영화는 시작되었고 모두들 가만히 앉아서 조용히 영화를 보기 시작했다. 그런데 얼마 지나지 않아 갑자기 맨 앞줄의 누군가가 벌떡 일어섰다. 자기 혼자만 주인공의 멋진 모습을 좀 더 잘 보기 위해서였다. 그 옆에 앉아 있던 사람들도 "나도..."라고 말하며 일어서서 영화를 보기 시작했다. 그러니 그 뒷줄에 앉아 있던 사람들은 갑자기 영화를 잘 볼 수 없게 되었다. 그 순간에 바로 앞줄 사람들에게 "좀 앉으시라"고 부탁할 수도 있었지만 혹시 결례가 되거나 보복을 당할까봐, 그리고 짜증도 나고 귀찮기도 해서 자기도 그냥 일어서 버렸다. 약 30분 늦게 극장에 들어온 사람이 "어? 내가 잘못 들어왔나?" 할 정도로 이상하다. 모두 일어서서 영화를 보고 있었기 때문이다.

그런데 좀 있다가 맨 앞줄 사람이 의자 위에 올라가서 영화를 보기 시작한다.

자기 혼자만 영화를 더 잘 보기 위해서였다. 이제 그 옆 사람도 의자 위에 올라간다. 둘째 줄, 셋째 줄, 넷째 줄, … 그런 식으로 모든 사람들이 의자 위에 올라가서 영화를 본다. 만약 사람들이 이 영화관 속의 사람들을 보았다면 아마도 “미친 사람들”이라 했을지 모른다. 이런 식으로 “나 혼자만” 잘살겠다는 이기적 행동이 온 사회를 미친 사회로 만들 수 있다. 오늘날 생존경쟁이 바로 그러한 속성을 갖고 있다. 나 혼자만 잘살고자 상대방을 적대시하는 경쟁, 그런 ‘적대적 경쟁’의 구도 위에서는 어느 누구도 참된 인간성을 누리며 행복하게 살기는 어렵다.

— 강수돌, 『팔꿈치 사회』

(나)

벼는 서로 어우러져
기대고 산다.
햇살 따가워질수록
깊이 익어 스스로를 아끼고
이웃들에게 저를 맡긴다.

서로가 서로의 몸을 묶어
더 튼튼해진 백성들을 보아라.
죄도 없이 죄지어서 더욱 불타는
마음들을 보아라. 벼가 춤출 때,
벼는 소리 없이 떠나간다.

벼는 가을 하늘에도
서러운 눈 씻어 맑게 다스릴 줄 알고
바람 한 점에도
제 몸의 노여움을 덮는다.
저의 가슴도 더운 줄을 안다.

벼가 떠나가며 바치는
이 넓디넓은 사랑,

쓰러지고 쓰러지고 다시 일어서서 드리는
이 피 묻은 그리움,
이 넉넉한 힘……

— 이성부, 「벼」

(다)

‘경쟁’이란 말은, 기본적으로 서로에게 영향을 미치는 말이다. ‘자신과의 경쟁’이라는 말은 의미를 너무 확장한 것으로, 그 단어가 뜻하는 범위를 넘어선 것이라 볼 수 있다. 더욱이 그러한 부정확한 표현은 때때로 경쟁이 필연적이고 좋은 것이라는 인상을 주고자 할 때 이용된다. 즉 자신의 한계를 넘어서려고 노력하는 것도 어쨌든 일종의 경쟁이고, 게다가 누구의 실패도 야기하지 않으므로 경쟁은 그다지 나쁘지 않다는 논리를 펴는 것이다. 물론 이런 주장은 의미 있는 경쟁 옹호론이 아니라 단지 말장난일 뿐이다.

‘협력’은 단지 비경쟁을 뜻하는 것이 아니다. 어떤 목표를 달성하기 위해 함께 일할 것을 요구하는 일종의 제도를 의미한다. 구조적 협력이란 우리가 힘을 모아 함께 노력해야만 한다는 뜻이다. 왜냐하면 나의 성공은 당신이 성공하는 경우에만 가능하며, 그 반대도 마찬가지이기 때문이다. 노력의 대가는 개인이 아니라 집단의 성취에 의해 결정된다. 요컨대 협력적인 교실이란 단지 학생들을 함께 앉히거나, 서로 얘기하도록 하거나, 자료를 공유하도록 한다고 만들어지는 것이 아니다. 그것이 의미하는 바는, 어떤 일의 성취는 개인이 아니라 그 반의 모든 학생들에게 달려 있으므로 그들은 서로 상대방이 잘 되기를 바라는 마음을 가져야 한다는 뜻이다.

협력이라고 하면 사람들은 흔히 개념이 모호한 어떤 이상주의와 연관하여 생각하거나, 기껏해야 아주 소수의 사람들이 모인 경우에나 가능한 것으로 여긴다. 이것은 협력과 이타주의를 혼동하기 때문이다. 협력에서는 서로 돕는 것이 가장 중요하며, 반면 경쟁에서는 ‘자신의 이익’만을 추구하면 되기 때문에 개인의 성공을 위해서는 경쟁이 훨씬 유리하다고 생각하기 쉽지만, 그것은 절대 진실이 아니다. 구조적 협력은 흔히들 생각하는 ‘이기주의가 아니라면 이타주의’라는 식의 이분법에 맞서는 개념이다. 그것은 상대방을 돕는 것과 스스로를 돕는 일이 동시에 일어날 수 있도록 해준다. 비록 처음의 동기는 이기심이었다고 해도, 협력은 서로

를 같은 운명으로 묶어준다. 협력은 현명하며 매우 성공적인 전략이다. 직장이나 학교에서 경쟁하는 것보다 훨씬 더 좋은 결과를 내는 실용적인 선택이며, 타인과의 경쟁 없이도 자신의 능력을 실험하고 즐길 수 있는 놀이를 만들어내는 기초가 된다. 협력이 정신 건강에 좋은 영향을 끼치며, 서로에게 호감을 가질 수 있도록 도와준다는 많은 증거들이 있다.

— 알피 콘, 『경쟁에 반대한다』

[문제 1-1]

(가)와 (나)는 목표를 달성하는 상반된 방법을 보여준다. 두 가지 방법을 비교하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 1-2]

(가)의 목표 달성 방법이 지니는 문제점을 지적하고, 그에 대한 해결책을 (다)를 활용하여 제시하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

3. 출제 의도

이 문항은 인문사회계열 학생들에게 기본적으로 요구되는 통합적, 비판적 사고 능력을 확인하고 아울러 그것을 논리적으로 설명하는 능력을 확인하기 위해 설계되었다. 이를 위하여 오늘날 우리 사회에서 중요한 문제 가운데 하나인 ‘경쟁’을 주제로 하여, 경쟁의 폐해를 설명하는 제시문과 반대로 협동의 미덕을 보여주는 문학작품, 그리고 협력과 경쟁에 대한 새로운 관점을 촉구하는 제시문을 자료로 제시하였다. 경쟁에 대한 두 가지 상반된 방법을 비교하여 경쟁과 협력의 상황의 요소를 적절하게 파악하는지 확인하고자 하였으며, 앞선 경쟁 상황의 문제점을 지적하고 이에 대한 해결책을 제시해보도록 하였다. 제시된 자료는 고등학교 교육과정을 충실히 이수한 경우 무난하게 해석할 수 있는 수준으로 선별하였으며, 특별한 전문적 소양을 요구하는 것을 지양하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td>[교육부 고시 제2015-74호] [별책 5]국어과 교육과정</td></tr>
<tr><td>관련 성취기준</td><td>
<table>
<tr><th colspan="2">과목명 : 독서</th><th>관련</th></tr>
<tr><td>성취기준 1</td><td>[12독서02-01] 글에 드러난 정보를 바탕으로 중심 내용, 주제, 글의 구조와 전개 방식 등 사실적 내용을 파악하며 읽는다.(95쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
<tr><td>성취기준 2</td><td>[12독서02-03] 글에 드러난 관점이나 내용, 글에 쓰인 표현 방법, 필자의 숨겨진 의도나 사회·문화적 이념을 비판하며 읽는다.(95쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
<tr><td>성취기준 3</td><td>[12독서02-05]글에서 자신과 사회의 문제를 해결하는 방법이나 필자의 생각에 대한 대안을 찾으며 창의적으로 읽는다.(95쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

교과서 내

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
문학	방민호 외	미래엔	2019	268	제시문(나)	○

교과서 외

자료명(도서명)	작성자(저자)	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
팔꿈치 사회	강수돌	갈라파고스	2013	57-59	제시문(가)	○
경쟁에 반대한다	알피 콘	민들레	2019	22-23	제시문(다)	○

5. 문항 해설

이 문항은 주어진 자료를 정확히 읽고 해석한 후, 본인의 입장에 맞게 근거로 활용할 수 있는지를 확인하고자 한다. 제시문 (가)는 누군가 한 사람이 자신의 이익만을 생각하고 한 행동이 연쇄적으로 다른 사람의 이기적 행동을 촉발함으로써 결국 경쟁이 구성원 전체 모두에게 피해를 주는 상황을 극장의 비유를 들어 제시한다. 제시문 (나)는 교과서에 수록된 이성부의 시 <벼>로서 (가)와 상반되는 협력의 상황을 보여준다. 외부의 고난이 닥쳤을 때 서로가 서로에게 의지하여 힘이 되어주고 힘을 얻는 모습을 협력의 상황과 연결시켜 해석할 수 있다. 제시문 (다)는 경쟁과 협력의 개념에 대하여 검토하는 내용이다. 특히 협력에 관하여 많은 사람들이 놓치기 쉬운 점을 지적하여 협력의 장점을 강조한다.

문항은 모두 두 개의 소문항으로 구성되어 있다. 첫 번째 문항은 제시문 (가)와 (나)의 차이점을 찾도록 하고, 두 번째 문항은 이를 바탕으로 (다)의 내용을 활용하여 자신의 견해를 펼쳐보도록 하였다. 구조적 협력의 개념을 적용하여 (가)의 문제점을 극복할 수 있는 해결책을 제시할 수 있다.

이 문항을 해결하기 위해서는 각각의 제시문들의 내용을 정확히 파악하고, 그것을 비판적으로 이해하고 설명할 수 있는 능력이 요구된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1]	[1-1] 목표를 달성하는 두 가지 상반된 방법을 비교 1 내용면 -------------------------------- 20점 □ (가)와 (나)를 '목표 달성'하는 방법으로 설명하였는가? (7점) - (가)는 목표 달성 실패, (나)는 목표 달성 성공으로 설명하였으면 7점 - (가)와 (나) 중 어느 하나만 목표 달성과 연결하여 설명하였으면 4점 - (가)와 (나) 모두 목표 달성과 연결하지 못하였으면 0점 □ (가)와 (나)를 경쟁과 협력이라는 대립적 관계로 잘 설정하였는가? (5점)	25

	- (가)는 경쟁으로, (나)는 협력(협동, 연대 등)으로 설명하였으면 5점 - (가)와 (나) 중 어느 하나만 경쟁과 협력으로 연결하여 설명하였으면 2점 - (가)와 (나) 모두 경쟁과 협력으로 연결하지 못하였으면 0점) □ (가)와 (나)의 내용을 적절히 담고 있는가? (8점) - (가)에서 이기적 동기(나 혼자만 잘살겠다)가 언급되면 2점 - (가)에서 일어서고 의자 위에 올라가는 행동이 언급되면 2점 - (나)에서 벼가 공동의 적(목표)와 맞서고 있는 상황이 언급되면 2점 - (나)에서 벼가 서로 기댐으로써 힘이 되어주는 상황이 언급되면 2점 2 표현면 --------------------- 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) ① 어휘력: 적절한 어휘 사용 ② 문장력: 문법적인 문장 구사 ③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성	
[1-2]	[1-2] (가)의 문제점을 지적하고, (다)를 활용하여 해결책을 제시 1 내용면 ------------------------------------ 20점 □ (가)의 문제점을 적절히 지적하였는가? (5점) (참고: 제시문의 내용상 해결책으로는 '구조적 협력'이 빠지기 어려우며, 따라서 해결책과 연관된 문제점은 '개인의 이익(행복, 성공)'만을 추구하는 것임) - 파악된 문제점이 해결책과 긴밀하게 연결되면 5점 (예: 개인의 이익만을 추구, 다른 모든 사람을 적대시 등) - 파악된 문제점이 해결책과 긴밀히 연결되지 않으면 3점 - 문제를 파악하지 않았으면 0점 (예: (가)에서 일어난 일의 과정을 서술하는 데 치중한 경우, 모든 사람이 영화를 제대로 보지 못하게 된 결과만 언급한 경우 등) □ (다)의 내용을 활용하였는가? (10점) ① '구조적 협력'을 언급하였다. ② 개인의 이익 추구에서 공동체의 이익 추구로 시야를 넓혔다.(구조적 협력을 풀어서 설명) ③ 협력과 이타주의를 구분하여 접근하였다.(예: 자신의 이익을 추구하더라도, 처음의 동기는 이기심이었다고 해도, 협력이 이타주의를 의미하는 것은 아니다 등)	25

①~③ 중 세 개를 포함: 10점
①~③ 중 두 개를 포함: 7점
①~③ 중 한 개를 포함: 5점
①~③ 중 포함된 것이 없음: 0점

□ (가)에 관한 구체적인 해결책을 제시하였는가? (5점)
- 영화 관람 상황과 연결된 구체적 해결책을 하나 이상 제시하였으면 5점
  (예: 조금씩 잘 안 보이더라도 모든 사람이 제자리에 앉는다(모두 불편함을 감수), 키가 작은 사람이나 시력이 나쁜 사람을 앞 자리에 앉게 배려한다(사회적 배려) 등)
- 극장 관람 상황이 아닌 일반적인 경쟁 상황에 대한 해결책을 제시하였으면 3점
  (예: 구조적 협력을 위한 일반적 방법)
- 해결책이 없거나 협력과 무관한 해결책이면 0점
  (예: 화면이 앞 사람에게 가리는 일이 없도록 계단식 좌석의 높이를 변경하는 공사를 한다)

2 표현면 --------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) 총10점
① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

7. 예시 답안

[문제 1-1]
(가)는 적대적 경쟁의 방법을 예시한다. 모두 앉아서 영화를 보면 비록 앞사람에게 화면 일부가 가릴지라도 모든 사람이 충분히 영화를 감상할 수 있다. 그러나 그들 중 한 사람이 ‘나 혼자만’ 잘살겠다는 생각으로 자리에서 일어서거나 의자 위에 올라가면 모든 사람들이 경쟁적으로 동조하게 되고, 결국 영화를 본다는 목표를 어느 누구도 달성하지 못한다.
반면 (나)는 협동의 방법을 보여준다. 벼로 비유된 사회 구성원들은 서로 어우러지고, 서로에게 기대어 힘이 되어준다. 그들은 협동함으로써 외부의 억압이나 고난이라는 공동의 적에 당당히 맞설 수 있다. 벼 한 포기가 개별적으로 그러한 시

련을 마주하였을 때는 쉽게 쓰러졌겠지만 서로 의지함으로써 고난을 견뎌내었다. 결국 타인과 협력하고 돕는 일은 나 자신의 목표 달성에도 도움이 되는 것이다.(411자)

[문제 1-2]
(가)에서 영화관의 사람들은 개인의 성공만을 생각한다. 그들은 자신의 이익을 추구하면서 다른 사람보다 더 나은 위치를 차지하려 애쓴다. 그러나 이처럼 모든 사람을 적대시하는 경쟁 속에서는 모든 사람이 다 의자 위에 올라가서 결국 어느 누구도 영화를 제대로 감상하지 못하는 결과를 낳을 뿐이다.
그러나 시야를 넓혀 다른 사람의 이익이 자신의 이익으로 이어질 수도 있다는 '구조적 협력'의 원리를 파악한다면 사태는 달라진다. 궁극적으로는 자신의 이익을 추구하더라도 다른 사람과 협력함으로써 이익을 함께 누리는 공동체가 될 수 있다. 예를 들어 조금씩의 불편함을 참으면서 모든 사람이 자리에 앉으면 다함께 영화를 감상할 수 있고, 키가 작거나 시력이 약한 사람들을 배려하여 앞자리에 앉게 하면 뒷사람의 불편함은 크게 감소될 수 있다.(406자)

[아주대학교 문항정보 2]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문(오전) / 문제2	
출제 범위	교육과정 과목명	정치와 법
	핵심개념 및 용어	지역주의 투표, 이념적 구성, 차별적 지지
예상 소요 시간	60분	

2. 문항 및 자료

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

호남은 '푸른색' 영남은 '분홍색'…지역주의 벽 더 높아졌다.

민주당은 호남 의석을, 미래통합당은 영남 의석을 싹쓸이할 것으로 보인다. 16일 0시 10분 현재 전국 개표율 69.5% 상황에서 호남 28개 지역구 중에서 27곳에서 민주당 후보들이 득표율 1위를 차지하고 있다. TK(대구·경북) 25곳 중에선 미래통합당 후보들이 24곳에서 가장 높은 득표율을 기록 중이다. PK(부산·경남) 34곳에서는 미래통합당 후보들이 26개 선거구에서 큰 격차로 선두를 달리고 있다. 이에 21대 총선에도 지역주의를 벗어나지 못했다는 지적이 나온다.

[출처: 중앙일보]

(나)

‘통합당 심판’ 현실화됐을 뿐, 21대 총선 ‘지역주의’는 오해.

3일 중앙선거관리위원회가 집계한 전국 시군구 250곳의 정당득표율 결과를 보면 민주당은 부산·대구 지역에서 고전했지만 전국적으로 득표율 상승을 이끌어낸

것으로 나타났다. 4년 전 총선에 비해 부산 지역의 정당득표율은 1.7%p 상승했고, 0.07%p 하락한 대구에서도 수성구·달서구를 제외하면 나머지 6곳에서 모두 득표율이 올랐다. 열세 지역인 경북·경남에서도 민주당은 4년 전에 비해 각각 3.25%p, 1.24%p씩 득표율을 끌어올렸다.

[출처: 경향신문]

(다)

제시문 (가)와 (나)에서와 같이 언론에서는 두 정당이 자신을 지지하는 지역에서 집중적인 지지를 얻은 정도를 지역주의 투표라 부른다. 아래의 <표>는 미래통합당이 전국득표율에 비해 영남에서 얻은 정당득표율이 더 높은 정도(a)와 민주당이 전국득표율에 비해서 호남에서 얻은 득표율이 더 높은 정도(b)를 보여준다. 예를 들어, 21대 총선에서 미래통합당이 영남에서 얻은 정당득표율은 전국득표율에 비해 13.5%p만큼 더 높았고, 민주당의 호남에서의 정당득표율은 전국득표율보다 17.8%p 더 높았다.

그러나 영호남민의 지역정당에 대한 지지는 지역주의적 요소뿐만 아니라 이념적인 요소가 섞여서 나타난 결과이다. 달리 말하면, 두 정당의 영호남에서의 지지는 영남민과 호남민의 이념성향의 차이 때문에 발생한 것이기도 하다. 영남민은 진보적인 유권자보다 보수적인 유권자들이 더 많기 때문에 보수적인 미래통합당을 더 지지한다. 영남에서 보수적인 유권자가 진보적인 유권자보다 더 많은 정도(c) 때문에 초래되는 미래통합당에 대한 차별적인 지지는 지역주의 투표가 아니라 이념투표의 결과로 봐야 한다. 마찬가지로, 호남에서는 진보적인 유권자가 보수적인 유권자보다 더 많기 때문에 민주당을 더 지지한다.

따라서 영호남민이 자신의 지역정당에 보내는 차별적인 지지와 지역주의 투표는 서로 구분해야 한다. 지역주의 투표는 지역정체성, 지역적인 혜택에 대한 기대, 지역감정과 같은 지역주의적인 요인 때문에 지역정당에 투표를 하는 것을 의미한다. 지역주의 투표 정도를 파악하기 위해서는 영호남민이 자신의 지역정당에 보내는 차별적인 지지에서 영호남민의 이념 차이 때문에 발생하는 지지 차이를 차감한 나머지를 계산해야 한다. 예컨대, <표>에서 영남 지역주의 투표는 (a)-(c)로 계산되고, 호남 지역주의 투표는 (b)-(d)로 계산될 수 있다.

<표> 영호남민의 차별적 지역정당 지지와 이념적 구성 비율 차이

	지역정당에 대한 차별적 지지 (지역득표율-전국득표율)		이념적 구성차이 영남: 보수 우세 정도 호남: 진보 우세 정도		지역주의 투표정도 영남: (a)-(c) 호남: (b)-(d)	
지역	영남 (a)	호남 (b)	영남 (c)	호남 (d)	영남 (e)	호남 (f)
15대 대선	21.5%p	54.0%p	6.2%p	0.0%p	15.3%p	54.0%p
16대 총선	17.0%p	29.4%p	-3.1%p	23.0%p	20.1%p	6.5%p
16대 대선	23.4%p	44.2%p	-6.7%p	27.5%p	30.1%p	16.7%p
17대 총선	16.3%p	25.0%p	0.3%p	44.4%p	16.0%p	-19.4%p
17대 대선	16.0%p	30.3%p	13.3%p	18.7%p	2.6%p	11.6%p
18대 총선	19.2%p	28.2%p	25.6%p	14.1%p	-6.4%p	14.1%p
19대 총선	16.6%p	21.2%p	25.8%p	22.5%p	-9.2%p	-1.3%p
18대 대선	19.2%p	40.8%p	16.6%p	-0.7%p	2.7%p	41.4%p
20대 총선	13.5%p	26.7%p	11.5%p	19.0%p	2.0%p	7.7%p
19대 대선	14.7%p	27.5%p	7.6%p	24.0%p	7.1%p	3.4%p
21대 총선	13.5%p	17.8%p	0.0%p	17.8%p	13.5%p	0.0%p
평균	17.3%p	31.4%p	8.8%p	19.1%p	8.5%p	12.2%p

[문제2-1]

① (가)와 (나)가 지역주의 투표에 대해 주장하는 바에 대한 차이점을 기술하고, ② (가)와 (나)가 지역주의 투표를 바라보는 시각의 공통점이 무엇인가를 (다)를 통해 기술하시오. ③ <표>의 자료를 근거로, 21대 총선 당시 영남에서의 지역주의가 심화되지 않았다는 (나)의 주장의 타당성을 평가하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제2-2]

① <표>에서 21대 총선 당시 지역주의 투표가 영남과 호남 중 어떤 지역에서 더 강하게 나타났는가를 서술하시오. ② 영남민의 미래통합당에 대한 지지와 호남민의 민주당에 대한 지지의 특성이 어떻게 다른가를 <표>의 이념적 구성 차이와 지역주의 투표 정도를 통해 설명하시오. ③ 지역주의 투표는 증가해도 지역정당에 대한 차별적인 지지가 감소할 수 있는 이유를 19대 대선과 21대 총선 결과를

비교해서 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

3. 출제 의도

이 문항은 인문·사회계열 학생들에게 기본적으로 요구되는 분석적·논리적 사고 능력 및 적용 능력을 평가하기 위해 설계되었다. 이를 위해 지역주의 투표에 대한 제시문의 핵심적인 문제점을 정확히 파악하고, 제시문의 내용을 현실정치 이해에 적용할 수 있는 능력을 평가하였다. 제시문의 내용의 핵심을 파악하는가를 평가하기 위해, 피상적인 현상과 현상 이면에 작동하고 있는 본질과의 차이를 경험 자료를 통해 구분할 수 있는가를 평가하였다. 제시문에서 피상적인 관찰에 근거한 두 신문기사 내용과 지역주의 투표의 작동원리에 대한 이론적 설명을 제시하고 후자를 통해 전자들을 비판적으로 검토할 수 있는가를 평가하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

<table>
<tr><td>적용 교육과정</td><td colspan="4">교육부 고시 제 2015 – 74호 [별책 7] 사회과 교육과정</td></tr>
<tr><td rowspan="4">관련 성취기준</td><td colspan="3">과목명 : 정치와 법</td><td>관련</td></tr>
<tr><td>성취기준 1</td><td>[12정법03-01]</td><td>민주 국가의 정치과정을 분석한다. (235쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
<tr><td>성취기준 2</td><td>[12정법03-02]</td><td>대의제에서 선거의 중요성과 선거 제도의 유형을 이해하고, 우리나라 선거 제도의 특징과 문제점을 분석한다. (235쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
<tr><td>성취기준 3</td><td>[12정법03-03]</td><td>정당, 이익집단과 시민단체, 언론의 의의와 기능을 이해하고, 이를 통한 시민 참여의 구체적인 방법과 한계를 분석한다. (235쪽)</td><td>문항 전체</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부

교과서 외						
자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
https://news.joins.com/article/23755419	중앙일보	중앙 일보	2020		제시문 (가)	○
http://news.khan.co.kr/kh_news/khan_art_view.html?art_id=202005040600005	경향신문	경향 신문	2020		제시문 (나)	○
한국 민주주의의 작동원리	문우진	고려대학교	2018	191	제시문 (다)	○

5. 문항 해설

민주당과 미래통합당이 각각 호남과 영남에서 얻은 차별적 지지를 근거로 21대 총선에서 영호남에서 지역주의가 심화되었다는 (가)문과 민주당이 영남에서 얻은 득표율을 19대 총선과 비교하여 지역주의가 심화되지 않았다는 (나)문을 제시하였다. 두 제시문의 특징은 피상적인 관찰결과로 지역주의 정도를 판단하는 공통점이 있다. 이에 반해 (다)문은 피상적으로 관찰되는 현상은 여러 요인들의 복합적인 산물이라는 점을 지역주의 투표를 통해 보여준다. (다)문은 (가)문과 (나)문에서 지역주의 투표로 보는 지역차별적 지지는 이념적 요소와 지역주의적 요소로 구성되어 있다는 이론적 설명을 제시하고, 경험자료를 통해 지역차별적 지지에서 이념적 요소와 지역주의적 요소가 각각 어느 정도를 차지하는가를 보여준다. 이 문항을 해결하기 위해서는 (가)문과 (나)문이 피상적인 현상을 사실과 혼돈한다는 사실을 (다)문의 이론적 설명을 이해하고 경험자료 분석을 통해 적용할 수 있는 능력이 요구된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[2-1]	① 내용면 --- 20점 □ (가)와 (나) 주장의 차이점과 공통점을 인식하고, 이들 주장의 타당성을 평가하기 위한 자료 해석 능력 평가 ----------------------------------20점 - (가)는 두 정당이 자신의 지역에서 얻은 차별적 지지를 근거로, (나)는 민주당의 영남에서의 정당득표율 변화를 근거로 지역주의 투표 정도를 평가했다는 사실을 지적 (6점) - (가)와 (나) 모두 지역주의적 요소와 이념적 요소를 구분하지 않고, 두 지역민들이 지역정당에 보낸 차별적 지지를 지역주의 투표로 본다는 점 제시 (6점) - 21대 총선 당시 영남에서의 지역주의 투표 정도가 최근 선거들에 비해 더 강해졌다는 사실 또는 전체 기간의 지역주의 투표 평균보다 더 높다는 사실 제시하고, 이를 근거로 (나)의 입장을 반박 (8점) ② 표현면 ------------------------------------ 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) ① 어휘력: 적절한 어휘 사용 ② 문장력: 문법적인 문장 구사 ③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성	25
[2-2]	① 내용면 --20점 □ 제시문의 내용을 정확하게 이해하고, 제시문에 부합하는 자료분석 능력 평가 ---------------------------20점 - 21대 총선에서 영남과 호남에서의 지역주의 투표가 각각 13.5%p와 0%p라는 점을 관찰하고, 영남 지역주의가 더 강했다는 사실 지적 (6점) - 영남의 미래통합당 지지는 전적으로 지역주의 투표 때문에 초래된 반면, 호남의 민주당 지지는 전적으로 이념적인 것이라는 사실 지적 (8점) - 19대 대선에 비해 21대 총선에서 영남에서의 지역주의 투표가 (6.4%p) 증가했으나 보수적인 유권자는 오히려 더 (7.6%p) 감소했기 때문이라는 사실 제시 (6점) ② 표현면 ------------------------------------ 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) ① 어휘력: 적절한 어휘 사용 ② 문장력: 문법적인 문장 구사 ③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성	25

7. 예시 답안

[문제 2-1]

① (가)에서는 민주당과 미래통합당이 각각 호남과 영남에서 얻은 차별적 지지를 근거로 21대 총선에서 영호남에서 지역주의가 심화되었다는 주장을 제기하였으나, (나)에서는 민주당이 영남에서 얻은 득표율을 19대 총선과 비교하여 지역주의가 심화되지 않았다고 주장한다. ② 그러나 (가)와 (나)는 지역주의 투표에서 지역주의적인 요소와 이념적 요소를 구분하지 않고, 두 지역민들이 자신의 지역정당에 보낸 차별적 지지를 지역주의 투표로 본다는 점에서 공통적이다. ③ 21대 총선 당시 영남에서의 지역주의 투표 정도는 19대 대선 당시보다 증가하였고, 전체 기간의 지역주의 투표 평균보다도 더 높게 나타났다. 따라서 영남에서의 민주당 득표율이 약간 더 증가했기 때문에 지역주의가 심화되지 않았다는 (나)의 주장은 타당하지 않다는 것을 알 수 있다. (408자)

[문제 2-2]

① <표>에 의하면, 21대 총선에서 영남과 호남에서의 지역주의 투표는 각각 13.5%p와 0%p로 나타났다. ② 이 결과에 의하면, 21대 총선에서 영남에서의 지역주의 투표는 매우 강했던 반면 호남민은 지역주의 투표를 하지 않은 것으로 나타났다. 이러한 결과는 영남민의 미래통합당에 대한 지지는 전적으로 지역주의 투표 때문에 초래된 반면, 호남민의 민주당에 대한 지지는 전적으로 이념적인 것이라는 사실을 의미한다. ③ 영남에서는 19대 대선에 비해 21대 총선에서 지역주의 투표는 6.4%p 증가했음에도 불구하고 지역정당에 대한 차별적인 지지가 1.2%p 감소했다. 그 이유는 19대 대선에 비해 21대 총선에서 영남에서 보수적인 유권자가 오히려 7.6%p 감소했기 때문이다. (387자)

[아주대학교 문항정보 3]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문(오후) / 문제1	
출제 범위	교육과정 과목명	국어, 문학, 독서
	핵심개념 및 용어	고독, 홀로 있음
예상 소요 시간	60분	

2. 문항 및 자료

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

(가)

어른이 되어서도 나는 혼자다. 하지만 이제는 더 이상 혼자라는 사실을 꺼려하며 무리의 주변을 맴돌며 기웃거리거나 비굴한 웃음을 흘리지 않는다. 독일의 심리상담가 마리엘라 자르토리우스의 말을 삶 속에서 깨우치게 되면서부터이다.

"사람들이 가장 두려워하는 것은 '홀로 있는 것'이 아니라 '외톨이로 여겨지는 것'이다."

사람들은 여전히 무리를 짓는 일에 열심이다. 모임을 만들고, 시시때때로 연락을 하고, 시간을 쪼개어 약속을 잡는다. 휴대폰이 울리지 않는 날에는 우울해지고 나만 빼놓고 저희들끼리 만나고 있을까 봐 걱정을 한다. 식당에 들어가 혼자 밥을 먹으면 사람들이 이상한 눈길로 쳐다볼까봐 차라리 굶기를 택하고, 결혼사진을 찍을 때 배경이 되어줄 친구들이 없는 게 부끄러워 대행서비스를 통해 하객을 사기도 한다. 인맥을 잘 관리하는 것이 성공의 비결이요, 사회생활에서는 인간관계가 곧 재산이라는 말을 들으면 마음이 더 조급해진다.

그런 이들은 '홀로 있는 것'이 얼마나 재미있고 자유로운 일인지를 알지 못한다. 혼자만이 만끽할 수 있는 기쁨과 그것을 통해 풍요로워지는 삶의 비밀을 모르기

때문이다. 동행 없이 홀로 산책을 하면 남의 보폭에 나를 맞출 필요가 없다. 쇼핑을 할 때 혼자라면 타인의 취향을 강요당할 염려가 없으니 유행보다 개성을 따를 수 있다. 아직까지 혼자 뷔페에 가거나 고깃집에서 삼겹살 2인분을 당당히 구워 먹고 나온 적은 없지만, 홀로 기차를 기다리며 역전 재래시장의 식당에서 순댓국을 안주 삼아 소주 반병에 얼근히 취했던 기억은 내가 경험한 어떤 여행의 추억보다 멋진 것이다.

외로워서 그리운 게 아니라 그리워서 외로워져야 사랑이다. 마음의 허기를 채우기 위해 허겁지겁 사랑하기보다는 지나친 포만감을 경계하며 그리움의 공복을 즐기는 편이 낫다. 무릇 성숙한 인간관계란 서로에게 보상을 기대하지 않는 것이다. 언제 어디서라도 내가 주고픈 만큼 돌려받을 생각을 하지 않고 깜냥껏 베풀면 그만이다. 그러니 정기적으로 만나거나 단짝처럼 붙어 다니는 친구가 없어도 서운하거나 불안치 않다. 진정한 믿음과 이해는 미주알고주알 일상을 보고하지 않아도 내가 살아가는 삶의 방식을 통해 전달된다.

삶은 어차피 홀수다. 혼자 왔다가 혼자 간다. 그 사실에 새삼 놀라거나 쓸쓸해 할 필요는 없을 것이다. 스스로 자신의 가장 좋은 벗이 되어 충만한 자유로움을 흠뻑 즐길 수 있다면, 홀로 있을지언정 더 이상 외톨이는 아닐 테니까. 홀연히 왔다 홀연히 떠나기를 두려워하지 않기 위해 오늘도 질겅질겅 자기 암시의 구호를 짓씹는다. "외로워져야 자유로울 수 있다!"

— 김별아, 『삶은 홀수다』

(나)

오랜 경기침체와 출구가 보이지 않는 실업률, 각박해지는 근로 환경에 젊은이들은 연애와 결혼, 출산을 포기하고 불안한 미래 속에서 점점 여유를 잃어갑니다. 중장년층 역시 크게 다르지 않습니다. 바라는 삶을 영위하기 위해서 자기 자신을 할애하죠. 사회 전체적으로 숨 쉴 틈이 없고 각박해지니 '함께'하기보다는 '혼자' 편하기를 선호합니다. 물론 저도 매일 거의 '혼밥'을 하지만 이런 경향이 사회적으로 점차 증가하는 것은 그것이 마냥 좋기만 해서는 아닐 겁니다. 1인 가구가 늘어나는 이유도 있지만 젊은 친구들과 이야기하다보면 '함께', '더불어'를 피곤하고 부담스럽게 느낄 정도로 지쳐 있는 것을 발견하게 됩니다.

과거에 비해 '더치페이' 문화가 자연스러워졌는데, 거기서 더 나아가 내 돈 내고

밥 먹으면서 편치 않은 게 싫고, 홀로 할 때보다 함께할 때 비용이 더 드는 것도 부담스럽기만 합니다. 내 주머니 사정에 맞게 꼭 필요한 것에만 쓰고, 내가 먹고 싶을 때 내가 술 마시고 싶을 때 다른 사람 눈치 안 보고 당당하게 즐긴다는 생각이 반영된 것이죠. 역사적 관점에서 볼 때 긍정적 의미에서든 부정적 의미에서든 공동체 의식이 강한 한국인의 의식이 큰 전환기를 맞고 있다는 생각이 듭니다. ‘각자도생’이라는 말이 이 불의한 시대를 살아가는 최고의 방법처럼 회자되는 것은, ‘혼족’을 선택할 수밖에 없는 역설적 현실을 드러내줍니다.

하지만 뭐든 혼자 하는 ‘혼족의 시대’는 시간이 지나면 필연적으로 고독사의 증가와 같은 쓸쓸한 사회적 현상을 동반할 겁니다. 어제의 인사가 오늘의 안녕으로까지 이어지는 걸 장담할 수 없고, 각자 사는 일에 바쁘다보면 그 사람이 며칠씩 안 보여도 그도 바쁜 모양이라고 지레 짐작하고 지나치게 되는 것이죠. 그는 어디에선가 도움의 손길을 기다리며 아파하고, 힘들어하고 있을지도 모르는데요. 물리적으로든 심리적으로든 가장 가까운 곳에 있는 사람이 나일 수도 있는데, 그게 나인 줄도 모르고 그냥 무심하게 살아갈 수도 있습니다. 억지스러운 기우라고 할지 모르지만 실제 그런 일들이 이미 사회 곳곳에서 일어나고 있는 걸 봅니다. 실제로 저 역시 일상에 파묻혀 도움이 필요한 사람들을 무심코 지나쳤고 결국 부고를 통해 그들의 소식을 접하기도 합니다. 그러고 나면 여러 상념으로 괴로워지고 엄청난 아픔이 밀려옵니다.

‘함께’하고 ‘더불어’하는 걸 즐거워하라고 강요할 수는 없습니다. 하지만 ‘함께’와 ‘더불어’의 가치가 폄하되어서는 안 된다고 생각해요. 혼자 밥 먹고 혼자 술 마시고, 혼자 영화 보고 혼자 여행을 가더라도, ‘함께’하고 ‘더불어’하는 일에 무심하고 귀찮아하지 않길 바랍니다. 내 작은 힘이나마 필요한 곳엔 ‘더불어’ ‘함께’ 하겠다는 따뜻한 마음을 가지고 주위에 대한 관심을 버리지 않는다면, 삶이 지금보다 훨씬 좋아질 거라고 장담할 수는 없어도 적어도 더 나빠지지는 않을 겁니다. 아니, 지금보다 조금은 좋아지지 않을까요?

— 한동일, 『라틴어 수업』

(다)

다른 사람들과 어울리기보다는 자신만의 생활을 즐기는 ‘나홀로족’이 늘면서 혼밥, 혼술에 이어, 혼영(영화관람), 혼공(공연관람), 혼행(여행), 혼쇼(쇼핑) 등 다양한

분야의 나홀로족이 늘고 있다. 특히 최근에는 코로나19여파로 인해 혼자서 활동하는 것을 선호하는 20대들이 더 많아진 것으로 보인다.

알바몬이 잡코리아와 함께 20대 남녀 2,928명을 대상으로 '나홀로족 트렌드'에 대해 조사한 결과, 설문에 참여한 20대 응답자 중 88.7%가 '평소 혼밥, 혼영 등 혼자서 해결하는 것들이 있다'고 답했다. 20대들이 혼자서 해결하는 것들을 살펴보면 혼자서 밥을 먹는 △혼밥이 90.2%로 1위를 차지한 가운데, △혼공(혼자서 공부하기, 68.9%), △혼영(혼자서 영화보기, 53.6%), △혼강(혼자서 강의수강, 50.0%), △혼술(혼자서 술 마시기, 27.1%), △혼행(혼자서 여행하기, 23.0%)의 순으로 나타났다.

20대들이 혼밥 등 평소 혼자서 행동하는 가장 큰 이유는 '혼자가 편해서'였다. 설문조사에서 20대들은 '다른 사람에게 신경 쓰고 싶지 않아서, 혼자가 편해서(46.1%)'를 1위에 꼽았다. 이어 2위는 '내 취향껏 하고 싶은 것이 있어서(31.8%)', 3위는 '친구들과 시간을 맞추기가 힘들어서(25.5%)'가 차지했다. 이 외에도 '혼자 하는 편이 합리적이라(16.7%)', '돈이 덜 들어서 경제적인 이유로(16.7%)', '별 이유 없이 그냥(16.3%)', '취업준비, 아르바이트 등 할 일이 많아서(10.5%)', '코로나19 영향으로 혼자 활동하는 게 안심돼서(9.4%)' 등의 이유가 있었다.

— 잡코리아×알바몬 통계센터(www.jobkorea.co.kr)

[문제 1-1]

(가)와 (나)는 '홀로 있음'에 대한 상반된 입장을 보여준다. 두 입장을 비교하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제 1-2]

(다)를 바탕으로 20대의 특성을 분석하고, 이에 대하여 (가) 또는 (나)를 근거로 옹호하거나 비판하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

3. 출제 의도

이 문항은 인문사회계열 학생들에게 기본적으로 요구되는 통합적, 비판적 사고 능력을 확인하고 아울러 그것을 논리적으로 설명하는 능력을 확인하기 위해 설계되었다. 이를 위하여 오늘날 우리 사회에서 중요한 문제 가운데 하나인 '고독'을 주제로 하여, 고독을 긍정적으로 평가하는 제시문, 반대로 부정적으로 평가하는 제시문, 그리고 젊은 세대의 혼자 있는 문화에 관한 설문 조사를 자료로 활용하였다. 고독에 관한 두 가지 상반된 반법을 비교하여 고독의 장점과 단점을 독해를 통하여 비교 정리하는지 파악하고자 하였으며, 어느 한쪽의 견해를 택하여 주어진 자료를 활용하여 자신의 주장을 설득력 있게 전달하는지를 파악하고자 하였다. 제시된 자료는 고등학교 교육과정을 충실히 이수한 경우 무난하게 해석할 수 있는 수준으로 선별하였으며, 특별한 전문적 소양을 요구하는 것을 지양하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	[교육부 고시 제2015-74호] [별책 5]국어과 교육과정		
관련 성취기준		과목명 : 독서	관련
	성취기준 1	[12독서02-01] 글에 드러난 정보를 바탕으로 중심 내용, 주제, 글의 구조와 전개 방식 등 사실적 내용을 파악하며 읽는다.(95쪽)	문항 전체
	성취기준 2	[12독서02-03] 글에 드러난 관점이나 내용, 글에 쓰인 표현 방법, 필자의 숨겨진 의도나 사회·문화적 이념을 비판하며 읽는다.(95쪽)	문항 전체
	성취기준 3	[12독서02-05]글에서 자신과 사회의 문제를 해결하는 방법이나 필자의 생각에 대한 대안을 찾으며 창의적으로 읽는다.(95쪽)	문항 전체

나) 자료 출처

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
독서	방민호 외	미래엔	2019	103	제시문(가)	○
독서	방민호 외	미래엔	2019	103	제시문(나)	○

교과서 외						
자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행 년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
혼자가 편한 20대, 90.2%가 ‘혼밥러’ https://www.jobkorea.co.kr/goodjob/tip/view?News_No=18303&schCtgr=	잡코리아	잡코리아	2020		제시문(다)	○

5. 문항 해설

이 문항은 주어진 자료를 정확히 읽고 해석한 후, 본인의 입장에 맞게 근거로 활용할 수 있는지를 확인하고자 한다. 제시문 (가)는 교과서에 수록된 소설가 김별아의 <삶은 홀수다>라는 수필의 일부분으로 전후 맥락을 파악할 수 있도록 원문을 실은 것이다. 이 글에서는 혼자 있음을 통해서 자신을 성찰할 수 있는 기회를 얻을 수 있었던 경험을 소개하고 있다. 제시문 (나) 역시 교과서에 수록된 글로서, 한동일의 《라틴어 수업》의 원문을 실었다. 이 글에서는 남들과 더불어 있는 것의 가치를 잊지 말라고 부드럽게 권유하는데 제시문 (가)와는 대조적인 내용으로 이루어져 있다. 제시문 (다)는 비교적 객관적인 사실을 나열한 자료로서 알바몬과 잡코리아에서 실시한 나홀로족 트렌드에 관한 설문조사 결과에 관한 내용이다. 제시문 (가) 또는 (나)와 연결하여 자신의 근거로 삼거나 반대로 반박의 대상으로 삼을 수 있는 내용이 주를 이룬다.

문항은 모두 두 개의 소문항으로 구성되어 있다. 첫 번째 문항은 제시문 (가)와 (나)의 차이점을 찾도록 하고, 두 번째 문항은 이를 바탕으로 하여 (다)의 내용을

활용하여 자신의 견해를 펼쳐보도록 하였다.

이 문항을 해결하기 위해서는 각각의 제시문의 내용을 정확히 파악하고, 그것을 비판적으로 이해하고 설명할 수 있는 능력이 요구된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[1-1]	[1-1] '홀로 있음'에 대한 두 입장을 비교 1 내용면 ------------------------------------ 20점 □ (가)와 (나)의 대조적인 입장을 뚜렷이 드러냈는가? (4점) - 대조를 분명히 드러내는 내용(문장, 어구 등)이 있으면 4점 - 대조를 분명히 드러내는 내용(문장, 어구 등)이 없으면 0점 (예: (가)는 '홀로 있음'을 긍정적으로 파악, (나)는 '홀로 있음'을 부정적으로 파악) (가)를 다루면서 □ 사람들이 외톨이로 여겨지는 것을 두려워한다는 점을 언급하였는가? (4점) - 사람들이 '홀로 있음'을 피하려고 노력한다는 내용이 있으면 2점 - 사람들의 그러한 모습이 잘못되었다는 내용이 있으면 2점 □ '홀로 있음'의 장점을 언급하였는가?(4점) - 개성을 찾을 수 있다는 내용이 있으면 2점 - (진정한) 자유를 누릴 수 있게 한다는 내용이 있으면 2점 (나)를 다루면서 □ 최근 각박한 현실로 인해 '나 혼자 문화'가 확산되고 있음을 언급하였는가?(4점) - '나 혼자 문화'의 확산 '현상'을 언급하면 2점 - '나 혼자 문화'의 확산 '원인'을 언급하면 2점 □ '나 혼자 문화'의 부정적 영향을 언급하고, '함께' 또는 '더불어'의 가치를 강조하였는가?(4점) - '나 혼자 문화'의 부정적 영향을 언급하면 2점 - 부정적 영향에 대한 대처로 '함께' 또는 '더불어'의 가치를 강조하였으면 2점 2 표현면 --------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) 총10점	25

	① 어휘력: 적절한 어휘 사용 ② 문장력: 문법적인 문장 구사 ③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성	
[1-2]	[1-2] (다)를 바탕으로 20대의 특성을 분석하고 (가) 또는 (나)를 근거로 활용하여 옹호하거나 비판 1 내용면 ------------------------------------ 20점 <옹호의 경우> □ (다)를 바탕으로 20대의 특성을 분석하였는가?(10점) - 설문조사를 활용하여 20대의 특성(개성이나 취향을 중시함)을 규정하면 10점 - 설문조사를 활용하지만 20대의 특성을 규정하지 않으면 5점 - 설문조사를 활용하지 않고 20대의 특성을 규정하면 5점 - 설문조사 활용이 없고 20대의 특성 규정도 없으면 0점 □ (가) 또는 (나)를 근거로 삼았는가? (10점) - 혼자 있음이 ①개성(취향, 특성), ②(정신적) 자유의 증대와 연결되었는가? ③외톨이로 여겨지는 것을 두려워하는 모습을 비판(극복)하는가? 3개를 활용: 10점 2개를 활용: 7점 1개만 활용: 4점 0개 활용: 0점 <비판의 경우> □ (다)를 바탕으로 20대의 특성을 분석하였는가?(10점) - 설문조사를 활용하여 20대의 특성(혼자가 편함, 남들과 있으면 불편함)을 규정하면 10점 - 설문조사를 활용하지만 20대의 특성을 규정하지 않으면 5점 - 설문조사를 활용하지 않고 20대의 특성을 규정하면 5점 - 설문조사 활용이 없고 20대의 특성 규정도 없으면 0점 □ (가) 또는 (나)를 근거로 삼았는가? (10점) - 혼자 있음이 ① 고독사 등 사회적 차원에서 부정적 현상으로 이어질 수 있음을 지적하였는가? ② 가까운 친구나 이웃 등 개인적 차원에서도 영향을 줄 수 있음을 언급하였는가? ③ '함께'나 '더불어'의 가치가 언급되었는가?	25

	3개를 활용: 10점 2개를 활용: 7점 1개만 활용: 4점 0개 활용: 0점 2 표현면 -------------------- 문제1-1, 1-2 각 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0) 총10점 ① 어휘력: 적절한 어휘 사용 ② 문장력: 문법적인 문장 구사 ③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성

7. 예시 답안

[문제 1-1]

(가)는 '홀로 있음'의 긍정적 측면에 주목한다. 많은 사람이 '외톨이로 여겨지는 것'을 두려워하여 '홀로 있음'을 피하려 노력하지만 그것은 '홀로 있음'의 장점을 모르기 때문이라고 파악한다. '홀로 있음'을 통하여 타인의 눈치를 보거나 유행에 휩쓸리지 않음으로써 개성을 찾을 수 있고 진정한 자유를 누릴 수 있다는 것이다.

반면 (나)는 '홀로 있음'의 부정적 측면을 강조한다. (나)는 점차 각박해지는 현실 속에서 다른 사람과 어울려 지낼 때 생기는 피로감 때문에 '혼족의 시대'가 확산되었다고 진단한다. 이러한 추세가 계속되면 고독사 같은 부정적 사회 현상이 증가할 것이며, 개인 차원에서도 심리적인 부담이 커질 것이라 예상한다. 이런 부정적 측면을 경계하기 위해서라도 '함께'와 '더불어'의 가치가 폄하되어서는 안 된다는 것이다.(411자)

[문제 1-2]

(옹호)

최근 20대를 중심으로 다른 사람과 어울리기보다는 혼자만의 생활을 즐기는 '나 홀로 문화'가 확산되고 있다. 설문조사에 의하면 혼자 행동하기 적합한 일에는 영화나 공연 관람, 쇼핑 등이 꼽히고, 혼자 하는 이유로 '내 취향껏 하고 싶은 것이 있어서'라는 답변 비율이 높은 것으로 보아 그만큼 자신의 개성을 중요시하는 20

대의 특성이 반영된 것으로 볼 수 있다.
외톨이가 되지는 않을까 하는 두려움 때문에 다른 사람들의 눈치만 보다가는 정작 자신이 원하는 것, 자신에게 소중한 것을 놓치기 십상이다. 혼자 여행을 하거나 쇼핑을 하면 유행보다 개성을 따를 수 있고, 혼자 사색과 반성의 시간을 보내면 진정한 정신적 자유를 만끽할 수 있다. 외톨이라고 여겨질 때 생기는 부담감을 이겨내고 자기 자신의 개성과 자유를 존중하는 혼자 있는 시간이 중요해지는 시기이다.(421자)

(비판)
최근 20대를 중심으로 혼자만의 생활을 즐기는 '나홀로 문화'가 확산되고 있다. 설문조사에 따르면 혼자서 행동하는 가장 큰 이유는 '혼자가 편해서'였다. 즉 20대들은 다른 사람과 어울릴 때 생기게 되는 여러 가지 상황을 피곤하고 부담스럽게 여기는 것이다.
그러나 뭐든 혼자 해결하는 '혼족의 시대'는 필연적으로 고독감의 증가를 동반할 수밖에 없다. 우리 사회에는 어디에선가 도움의 손길을 기다리는 사람들이 있을 수밖에 없는데 그들에 대하여 무관심으로 지나쳐버리게 된다. 다른 사람에 대한 무관심의 증가는 비단 사회적 전체의 차원뿐만 아니라 우리 자신과 가까운 친구, 이웃에게도 영향을 미칠 수 있다는 점을 간과해서는 안 된다. 나홀로 문화가 확산되면서 주위에 대한 관심이 줄어드는 요즘, '함께'와 '더불어'의 가치가 폄하되지 않도록 노력해야 한다.(419자)

[아주대학교 문항정보 4]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	인문/ 문제2	
출제 범위	교육과정 과목명	독서
	핵심개념 및 용어	인과관계, 상관관계
예상 소요 시간	60분	

2. 문항 및 자료

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 아래 문제에 답하시오.

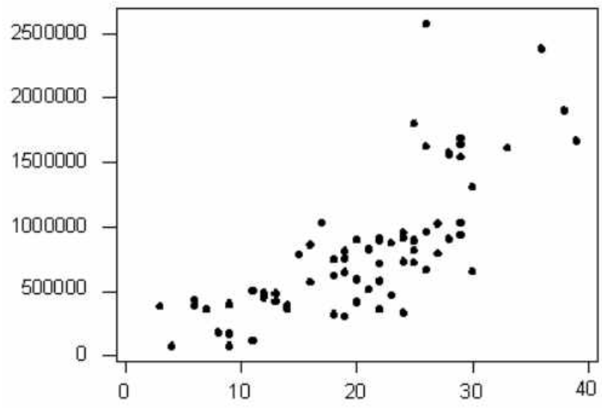
(가)

미국 대학에 진학하기 위해 고등학생들이 치르는 SAT 성적은 인종별로 다르게 나타난다. 2015년 자료에 따르면, 수학 과목에 대한 백인 학생의 평균 성적은 800점 만점에서 534점이었던 것에 비해 흑인 학생의 평균 성적은 428점으로 나타났다. 백인과 흑인 학생의 이러한 성적 차이에 대해 인종차별적 입장을 취하는 학자는 백인과 흑인의 선천적인 지적 능력이 다르기 때문이라고 주장하였다. 그러나 이러한 주장을 비판하는 학자들은 백인 가정이 흑인 가정에 비해 더 부유하기 때문에 백인 학생의 성적이 더 우수하다고 주장한다. 부유한 백인 부모들은 우수한 학군의 학교에 자녀들을 보내거나 SAT 선행학습을 시킬 수 있기 때문에, 백인 학생들이 흑인 학생들에 비해 더 우수한 성적을 얻는다는 것이다.

(나)

아래 그림에서 가로 축은 화재를 진압하기 위해 출동한 소방관의 수를 나타내

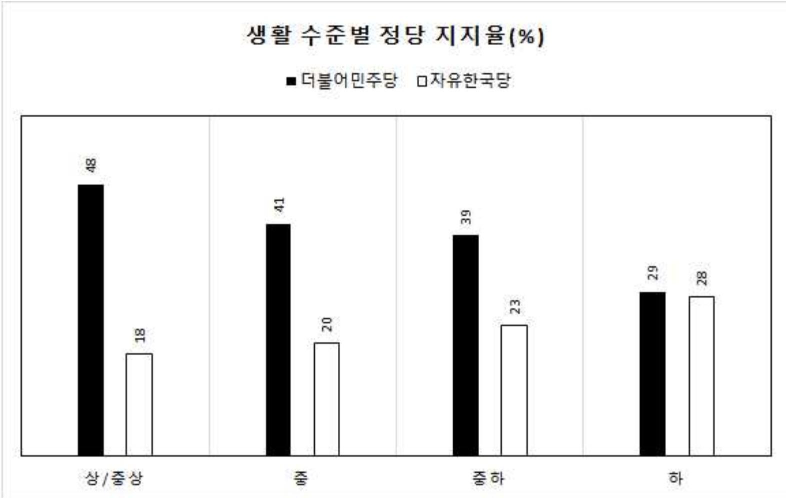
고 세로 축은 화재로 인한 경제적인 손실($)을 보여준다. 아래의 그림을 관찰한 사람은 더 많은 소방관이 출동할수록 화재로 인한 경제적인 손실이 커진다고 주장하였다.



출처: https://courses.lumenlearning.com/

(다)

한 신문사는 아래와 같은 기사를 실었다.
부자일수록 더불어민주당을 지지하고 가난할수록 자유한국당을 지지한다는 여론조사 결과가 나왔다. 민주당과 한국당의 핵심 정책 방향과 정당 지지율이 상반된 결과로 나타난 셈이다. 한국갤럽이 지난달 28~30일 전국 만 19세 이상 성인남녀 1002명을 대상으로 유・무선 전화 면접 여론조사를 진행한 결과, 생활수준별 정당 지지율은 일반적 상식과는 정반대로 나타났다.



민주당은 생활수준이 높을수록 지지율이 올라가는 구조를 보였다. 생활수준에서 '상·중상' 계층의 민주당 지지율은 48%, '중' 41%, '중하' 39%, '하' 29%로 각각 조사됐다. 반면 자유한국당은 생활수준이 높을수록 지지율은 낮아지는 구조를 보였다. 자유한국당 지지율은 생활수준 '상·중상' 18%, '중' 20%, '중하' 23%, '하' 28% 등으로 각각 나타났다.

자유한국당은 전통적으로 '작은 정부' '세금 축소' '복지 확대 경계' 등 부유층 입맛에 맞는 정책에 초점을 맞춰 정치 활동을 벌였다. 민주당은 '서민 지원' '복지 확대' 등 저소득층에 초점을 맞춘 정책 개발에 힘을 실었다.

일반적으로 '부자(富者)의 정당'은 자유한국당, '빈자(貧者)의 정당'은 민주당에 가깝다는 생각을 하지만 여론조사에 나타난 결과는 정반대다. 주요 정당이 정책적으로 공을 들이는 계층에서 가장 낮은 지지율을 보이는 역설적인 결과가 나타났다는 얘기다.

출처: https://view.asiae.co.kr/news/view.htm?idxno=2019060311252988400

라)

<표>는 연령층에 따른 월평균 소득과 21대 총선당시 민주당 후보를 지지한 유

권자의 비율을 나타낸다. 아래 표에 따르면, 20대와 70대의 월평균 소득이 가장 낮았고, 민주당 지지율도 낮게 나타났다. 반면 소득이 높은 연령층일수록 민주당에 대한 지지율도 높게 나타났다.

<표> 연령층에 따른 월 평균 소득과 민주당 지지율

연령층	월평균소득 (만원)	민주당 지지율
20 대	156.7	40.6%
30 대	320.0	56.3%
40 대	364.5	58.2%
50 대	340.0	51.2%
60 대	235.0	42.2%
70 대	168.0	41.0%

[문제2-1]

(가)에서 “인종이 학생들의 SAT 성적에 영향을 미친다”는 주장과 “인종이 아니라 부모의 소득수준이 SAT 성적에 영향을 미친다”는 주장이 서로 충돌한다. ① 첫 번째 주장을 반박하기 위해 어떤 학생들을 서로 비교해서 어떤 결과를 얻어야 하는가? ② 두 번째 주장의 타당성은 어떤 학생들을 서로 비교해서 어떠한 분석결과를 얻을 때 뒷받침될 수 있는가? ③ (나)에서 “소방관이 많이 출동할수록 화재 손실이 커진다”는 주장에 무슨 문제가 있는가를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

[문제2-2]

(다)의 “부자일수록 더불어민주당을 지지하고 가난할수록 자유한국당을 지지한다”는 신문기사 결론에 ① 어떠한 문제가 있는가를 (라)의 자료를 통해 지적하시오. ② (라)의 자료에도 불구하고 신문기사 결론이 타당하다는 주장을 뒷받침하기 위해 어떠한 사례들을 비교해야 하는가를 설명하시오. ③ (가)의 “인종이 학생들의 SAT 성적에 영향을 미친다”는 주장과 (나)의 “소방관이 많이 출동할수록 화재 손실이 커진다”는 주장과 (다)의 “부자일수록 더불어민주당을 지지한다”는 주장은 공통적으로 어떠한 문제를 가지고 있는가를 설명하시오. 글의 분량은 띄어쓰기를 포함하여 400(±100)자로 할 것. (25점)

3. 출제 의도

이 문항은 4차 산업혁명 시대에 접어들면서, 단순한 이해 또는 암기능력보다 자료해석에 기본적으로 요구되는 분석적·논리적 사고 능력 및 적용 능력을 평가하기 위해 설계되었다. 이를 위해 인과관계와 상관관계의 차이를 정확히 파악하고, 제시문에서 제시한 주장의 문제를 파악할 수 있는 능력을 평가하였다. 제시문의 내용의 핵심을 파악하는가를 평가하기 위해, 성적과 인종과의 관계, 화재규모와 소방관 수의 관계, 소득과 정당 지지와의 관계에 대한 주장의 공통점이 무엇인가를 파악할 수 있는가를 평가하였고, 인과관계와 상관관계를 혼돈하는 주장의 타당성을 파악하기 위해 어떤 분석적 사고가 필요한가를 평가하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015 – 74호 [별책 5]국어과 교육과정
관련 성취기준	(아래 표)

	과목명 : 독서	관련
성취기준 1	[12독서02-01] 글에 드러난 정보를 바탕으로 중심 내용, 주제, 글의 구조와 전개 방식 등 사실적 내용을 파악하며 읽는다. (95쪽)	문항 전체
성취기준 2	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다. (95쪽)	문항 전체
성취기준 3	[12독서02-03] 글에 드러난 관점이나 내용, 글에 쓰인 표현 방법, 필자의 숨겨진 의도나 사회·문화적 이념을 비판하며 읽는다. (95쪽)	문항 전체

나) 자료 출처

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부

교과서 외						
자료명(도서명)	작성자 (저자)	발행처	발행년도	쪽수	관련 자료	재구성 여부
한국 민주주의의 작동원리	문우진	고려대 학교	2018	413	제시문(가)	○
https://courses.lumenlearning.com/					제시문(나)	○
https://view.asiae.co.kr/news/view.htm?idxno=2019060311252988400	아시아경제	아시아 경제	2019		제시문(다)	○

5. 문항 해설

상관관계와 인과관계의 차이를 인식하고, 인과관계에 대한 타당성있는 주장을 하기 위한 분석적 사고능력을 평가하기 위한 문항이다. (가)는 인종이 SAT 성적과의 상관관계를 인과관계로 제시하고 있으며, 이러한 주장을 반박하기 위해 어떠한 비교가 요구되는가를 묻는다. (나)는 소방관 수와 화재 손실과의 상관관계를 인과관계로 제시하고 있으며, 이러한 주장의 문제를 파악할 수 있는가를 평가한다. (다)는 소득수준과 정당지지와의 상관관계를 인과관계로 제시하고 있으며, 이러한 주장의 문제를 (라)를 통해 파악할 수 있는가를 평가한다. 제시문 (가), (나), (다)의 공통점은 피상적인 상관관계와 인과관계를 혼돈한다는 것이다. 첫 번째 주장에서는 인종을, 두 번째 주장에서는 소방관의 수를, 세 번째 주장에서는 소득수준을 원인으로 제시하였으나, 실제로는 다른 이유(변수)들이 결과(종속변수)에 영향을 미쳤을 수 있다. 이 문항은 이러한 내용을 파악할 수 있는가를 평가하였다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위
문항</th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td>[2-1]</td><td>1 내용면 --- 20점

□ 상관관계와 인과관계는 서로 다르다는 사실을 인식하고, 잠복변수를 발굴하는 능력과 잠복변수 통제를 통한 독립변수의 독립적인 영향력 분석 능력 평가(20점)
- 부모의 소득수준이 비슷한 백인과 흑인의 성적을 비교했을 때, 백인과 흑인의 성적에 차이가 없어야 한다는 사실 지적 (6점)
- 같은 인종을 비교했을 때, 소득 수준이 높아질수록 SAT 성적도 높아져야 한다는 사실 지적 (6점)
- 소방관이 많이 출동할수록 화재 손실이 커진다는 주장을 논리적으로 반박하고, 소방관 규모(독립변수)와 피해액수(종속변수)를 매개하는 다른 이유들(화재규모, 출동시간, 기타 등등)을 원인으로 제시 (8점)

2 표현면 ------------------------------------ 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)
① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성</td><td>25</td></tr>
<tr><td>[2-2]</td><td>1 내용면 --20점

□ 피상적인 관찰에 근거한 인과관계 주장에 대한 문제점을 파악하고, 인과관계 분석을 위해 잠복변수의 통제 필요성을 인식하고 있는가를 평가(20점)
- 민주당 지지에 영향을 미치는 변수가 소득뿐만 아니라 연령이라는 사실을 인식하고 소득과 연령의 독립적인 효과를 구분하지 않았다는 사실 지적 (6점)
- 소득의 독립적인 영향력을 추정하기 위해서는 같은 연령대에서 소득 차이에 따른 정당지지 정도를 비교해야 한다는 사실 지적 (6점)
- 세 주장 모두 상관관계와 인과관계를 혼돈하고 있으며, 독립변수(제시된 원인)가 아니라 잠복변수(다른 원인)가 종속변수(결과)에 영향력을 미쳤을 가능성 지적 (8점)

2 표현면 ------------------------------------ 5점(상: 5, 중: 3, 하: 0)
① 어휘력: 적절한 어휘 사용
② 문장력: 문법적인 문장 구사
③ 단락구성력: 문장과 문장 간의 긴밀한 연관성</td><td>25</td></tr>
</table>

7. 예시 답안

[문제 2-1]

① 인종이 SAT 성적에 영향을 미친다는 주장을 반박하기 위해서는 부모의 소득 수준이 비슷한 백인과 흑인의 성적을 비교해야 하고, 이러한 비교 결과 백인과 흑인의 성적에 차이가 없을 경우, 인종이 SAT 성적에 영향을 미친다는 주장을 반박할 수 있다. ② 인종이 아니라 부모의 소득 수준이 SAT 성적에 영향을 미친다는 주장을 뒷받침하기 위해서는 같은 인종 사이에서 소득 수준이 높아질수록 SAT 성적도 높아진다는 결과를 얻어야 한다. ③ (나)에서 소방관이 많이 출동할수록 화재 손실이 커지는 것처럼 보이는 이유는 화재규모가 클수록 소방관이 많이 출동하고 손실도 커지기 때문이다. 즉, 더 많은 소방관이 화재 손실을 키운 것이 아니라 화재규모가 크기 때문에 더 많은 소방관이 출동하였고 큰 화재 손실을 본 것이다. (399자)

[문제 2-2]

① (다)는 소득수준이 높을수록 더불어민주당을 지지하는 유권자의 비율이 높고 소득수준이 낮을수록 자유한국당을 지지하는 유권자의 비율이 높다는 여론조사 결과를 보여주었다. 그러나 (라)는 소득수준이 높은 연령층일수록 민주당을 지지한다는 사실을 보여준다. 따라서 민주당을 더 지지하는 이유가 소득수준 때문인지 연령 때문인지 구분하기 어렵다. ② 신문기사 주장을 뒷받침하기 위해서는 같은 연령층에서 소득수준이 높을수록 민주당을 지지할 가능성이 높다는 사실을 보여주어야 한다. ③ 세 주장의 공통점은 피상적인 상관관계를 인과관계로 제시한다는 것이다. 첫 번째 주장에서는 인종을, 두 번째 주장에서는 소방관의 수를, 세 번째 주장에서는 소득수준을 원인으로 제시하였으나, 실제로는 다른 이유(변수)들이 결과(종속변수)에 영향을 미쳤을 수 있다. (411자)

[아주대학교 문항정보 5]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연(오전) 대문항 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 수학II, 미적분
	핵심 개념 및 용어	삼각함수, 그래프의 개형, 수열의 합, $\sum$의 성질, 자연 상수 e, 함수의 극한, 연속함수, 닫힌구간, 열린구간, 최대·최소 정리, 사잇값 정리, 부정적분, 합성함수 미분, 치환적분
예상 소요 시간	120분 중 60분	

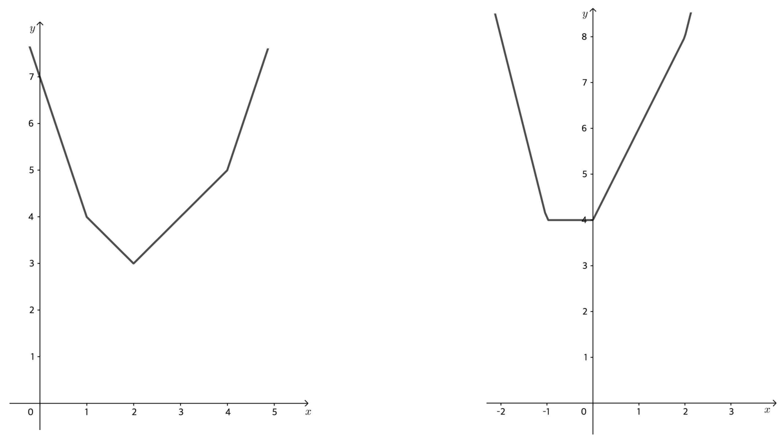
2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 양의 정수 n에 대하여 n개의 실수 x_1, ... , x_n(단, $x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_n$)을 사용하여 함수 $B(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$B(x) = \sum_{k=1}^{n} |x - x_k| = |x - x_1| + \ \cdots \ + |x - x_n|$$

함수 $y = B(x)$의 그래프는 구간 $(-\infty, x_1]$과 구간 $[x_n, \infty)$에서 기울기가 각각 $-n$과 n인 직선이 되며, $x_k \ne x_{k+1}$이면 닫힌구간 $[x_k, x_{k+1}]$에서도 직선이다. 이와 같이 $y = B(x)$의 그래프에 나타나는 직선의 기울기의 집합을 S라 하자. $-n$과 n은 항상 S의 원소이며 S의 원소의 개수는 $n+1$ 이하이다. [그림 1-1]의 왼쪽의 예에서 $y = B(x)$의 그래프에 나타나는 직선의 기울기는 $-3, -1, 1, 3$이므로 $S = \{-3, -1, 1, 3\}$이다.



$x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 4$ $\quad$ $x_1 = x_2 = -1, x_3 = 0, x_4 = 2$

[그림 1-1]

(나) 함수 $f(x)$와 두 실수 x_1과 x_2에 대해, 함수 $C(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$C(x) = \left(f(x) - f(x_1)\right)^2 + \left(f(x) - f(x_2)\right)^2$$

실수 a에 대해 $C(a) = 0$이면, $\left(f(a) - f(x_1)\right)^2 = \left(f(a) - f(x_2)\right)^2 = 0$ 이므로 $f(a) = f(x_1) = f(x_2)$ 이다.

[문항]

[문제 1-1] (30점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) $n = 401$이고 모든 $1 \le k \le n$에 대하여 $x_k = k$인 n개의 정수 $x_1, x_2, \dots, x_n$을 사용하여 함수 $B(x)$를 만들 때, $B(x)$의 최솟값을 구하여라.

(2) 서로 다른 n개의 실수 $x_1, x_2, \dots, x_n$을 사용하여 함수 $B(x)$와 집합 S를 만들 때, S의 원소의 제곱의 합을 a_n이라 하자. $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n^3}$의 값을 구하여라.

(3) 2 이상의 짝수 n에 대해, $1 \le x_1 \le x_2 \le \cdots \le x_n \le 3$을 만족하는 n개의 정수 $x_1, x_2, \dots, x_n$을 사용하여 함수 $B(x)$와 집합 S를 만들자. S의 원소의 곱이 양수가 되게 하는 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$의 개수를 n에 대한 식으로 나타내어라.

(4) 모든 $1 \le k \le n$에 대하여 $-1 < x_k < 1$인 n개의 실수 $x_1, x_2, \dots, x_n$을 사용하여 함수 $B(x)$를 만들자. 방정식 $B(x) = n$의 해가 닫힌구간 $[-1, 1]$에 존재하는지 여부를 판단하고 그 이유를 서술하여라.

[문제 1-2] (20점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 함수 $f(x) = \sec x$와 $x_1 = 0,\ x_2 = \frac{\pi}{3}$를 사용하여 함수 $C(x)$를 만들 때, $\int C(x) \tan x \, dx$를 구하여라.

(2) 함수 $f(x) = e^{3x} - \cos^2(\pi x)$를 사용하여 함수 $C(x)$를 만들었더니 $\lim_{x\to 1} \frac{C(x)}{(\ln x)^2}$가 실수 L로 수렴하였다. 이때 L의 값을 구하여라.

3. 출제 의도

[문제 1-1] 제시문의 상황을 통해 연속함수의 성질을 이해하고 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 1-2] 제시문의 함수의 성질을 이해하고 부정적분과 함수의 연속성을 활용할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 Ⅰ [12수학Ⅰ03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. 수학Ⅱ [12수학Ⅱ01-01] 함수의 극한의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다. 미적분 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	박교식 외 19	동아	2017	127. 131
	수학 Ⅰ	고성은 외 5	신사고	2017	133, 137
	수학 Ⅰ	황선욱 외 8	미래앤	2017	147
	수학 Ⅰ	배종숙 외 6	금성출판사	2017	148
	수학 Ⅰ	김원경 외 14	비상	2017	38, 139. 142
	수학 Ⅱ	권오남 외 19	교학사	2017	23
	수학 Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2017	38
	수학 Ⅱ	김원경 외 14	비상	2017	22
	`미적분	박교식 외 19	동아	2017	132
	미적분	고성은 외 5	신사고	2017	103

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅰ의 $\sum$의 성질 활용, 수학 II에서의 자연 상수 e와 삼각함수 성질, 함수의 극한과 극한값, 연속함수의 성질과 활용에 대한 내용, 미적분에서의 극한에 대한 성질과 극한값, 합성함수의 미분, 여러 가지 함수의 부정적분, 치환적분의 간단한 지식을 활용하고 있다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 주어진 상황에서 함수의 해의 여부를 최대·최소 정리, 사잇값 정리 등을 이용하여 판단하며, 다항함수의 도함수를 적용하고, 부정적분을 구하며 합성함수의 미분법을 이용하여 극한값을 구할 수 있는지 확인한다. 또한 본 문항은 학생들이 간단한 함수를 통해 수학 내적 연결성을 활용한 함수적 사고를 할 수 있는지 측정하고 문제 해결의 효율적인 해결 전략을 찾는 문제해결력 역량과 이를 논리적으로 전개할 수 있는 추론 역량을 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	$x=201$에서 최솟값을 가지는 것을 확인	3점
	$B(201)=2\sum_{k=1}^{200}k$	1점
	40200	2점
[1-1] (2)	$S=\{-n, -(n-2), \dots, n-2, n\}$	2점
	S의 원소의 제곱의 합 $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ (최고차항이 $\frac{1}{3}n^2$임을 확인)	3점
	$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^3}=\frac{1}{3}$	2점
[1-1] (3)	$x_k=1,2,3$인 k의 개수를 각각 a_1, a_2, a_3 로 두고 문제 해결 시도	1점
	a_1, a_2 a_3가 모두 양수인 경우: $\left(\frac{n}{2}-1\right)^2$	4점
	a_1, a_2 a_3 중 어느 하나가 0인 경우: $\frac{3n}{2}-3$	3점
	전체 경우의 수 $\left(\frac{n}{2}-1\right)^2+\frac{3n}{2}-3=\frac{n^2}{4}+\frac{n}{2}-2$	1점
[1-1] (4)	$B(1)=n-\sum x_k$, $B(-1)=n+\sum x_k$	1점
	$B(1)=n$이면 $x=1$이 $B(x)=n$의 해	2점
	$B(1)\neq n$이면, $B(1)+B(-1)=2n$이므로 $B(1)<n$, $B(-1)>n$이거나 $B(1)>n$, $B(-1)<n$임을 언급	2점

하위문항	채점 기준	배점
	사잇값 정리에 의해 열린구간 $(-1,\ 1)$에서 방정식 $B(x)-n=0$은 적어도 1개의 해를 가진다.	2점
	결론 도출: "방정식 $B(x)=n$은 닫힌구간 $[-1,\ 1]$에서 항상 해를 가진다."	1점
[1-2] (1)	$C(x)$ 전개: $(1-\sec x)^2+(2-\sec x)^2=5-6\sec x+2\sec^2 x$	2점
	$\int \tan x dx=-\ln\lvert\cos x\rvert+C$	2점
	$\int \tan x \sec x dx=\sec x+C$	2점
	$\int \sec^2 x \tan x dx=\frac{\sec^2 x}{2}+C$ (혹은 $\frac{\tan^2 x}{2}+C$)	2점
	답 $\int C(x)\tan x\ dx=-5\ \ln\lvert\cos x\rvert-6\sec x+\sec^2 x+C$ (혹은 $-5\ \ln\lvert\cos x\rvert-6\sec x+\tan^2 x+C$)	2점
[1-2] (2)	분자의 극한 $\lim_{x\to 1} C(x)=0$	2점
	$C(x)=2\,(f(x)-f(1))^2$	3점
	$g(t)=f(e^t)$ 라 두면, $g'(0)=f'(1)=3e^3$	3점
	답 $18e^6$	2점

7. 예시 답안

[문제 1-1]

(1) 구간 $(-\infty,\ 201]$에서 직선의 기울기가 음수이고, 구간 $[201,\ \infty)$에서 기울기가 양수이다. 따라서 그래프의 개형으로부터 $x=201$에서 최솟값을 가짐을 알 수 있다.

따라서 $B(201)\ =\ \sum_{k=1}^{401}\lvert 201-k\rvert$가 최솟값이 되며, 이를 계산하면

$B(201)\ =2\sum_{k=1}^{200}k=2\ \cdot\ \frac{200\times 201}{2}=200\times 201\ =40200$ 이다.

(2) x_k들이 모두 다르기 때문에, 집합 S는 $n+1$개의 원소를 가지고 다음과 같은 형태를 가진다.

$$S=\{-n,\ -(n-2),\ \ldots\ ,\ n-2,\ n\}$$

따라서 S의 원소들의 제곱의 합은

$$\sum_{i=0}^{n}(-n+2i)^2=\sum_{i=0}^{n}(n^2-4ni+4i^2)=n^2(n+1)-4n\sum_{i=1}^{n}i+4\sum_{i=1}^{n}i^2$$
$$=n^2(n+1)-4n\cdot\frac{n(n+1)}{2}+4\cdot\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
$$=-n^2(n+1)+\frac{2}{3}\cdot n(n+1)(2n+1)=\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

이고, a_n은 n에 대한 삼차식으로 최고차항이 $\frac{1}{3}n^3$이 되어 $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^3}=\frac{1}{3}$이다.

(3) $x_k=1$인 k의 개수를 a_1, $x_k=2$인 k의 개수를 a_2, $x_k=3$인 k의 개수를 a_3이라 하고 다음 ①과 ②를 생각하자.

① a_1, a_2 a_3가 모두 양수인 경우:

집합 $S=\{-a_1-a_2-a_3,\ -a_1-a_2+a_3,\ -a_1+a_2+a_3,\ a_1+a_2+a_3\}$이 된다.

이때 $-a_1-a_2-a_3=-n$ 이고 $a_1+a_2+a_3=n$ 이므로 S의 원소의 곱이 양수가 되기 위해서는 $-a_1-a_2+a_3=-n+2a_3<0$ 이고 $-a_1+a_2+a_3=n-2a_1>0$ 이어야 한다.

즉, a_1과 a_3은 모두 0보다 크고 $\frac{n}{2}$보다 작은 정수이므로 a_2가 결정되고, 모든 가능한 경우의 수는 $\left(\frac{n}{2}-1\right)^2$이다.

② a_1, a_2 a_3 중 어느 하나가 0인 경우:

a_1, a_2 a_3 중 0인 것이 2개이면, $S=\{-n,n\}$이 되어 S의 원소의 곱이 항상 음수가 되어 모순이다. 따라서 정확히 하나만 0이 되는데, $a_i=0$이고 $a_j, a_l>0$ (단, $j<l$)이라 두자. 그러면, $S=\{-a_j-a_l,\ -a_j+a_l,\ -a_j+a_l\}$이고 $-a_j-a_l=-n$ 이고 $a_j+a_l=n$ 이므로 $-a_j+a_l<0$가 성립해야 한다. 즉 가능한 경우는 a_l이 0보다 크고 $\frac{n}{2}$보다 작은 정수인 경우로 총 경우의 수는 $\frac{n}{2}-1$이 된다.

$a_i=0$인 i를 고르는 방법이 3가지이므로, 이 경우 가능한 경우의 수는 $\frac{3n}{2}-3$이다.

따라서 ①과 ②의 경우를 고려하면 S의 원소의 곱이 양수가 되는 n에 대한 식은 $\left(\frac{n}{2}-1\right)^2+\frac{3n}{2}-3=\frac{n^2}{4}+\frac{n}{2}-2$ 이다.

(4) $|x_k|<1$로부터 $B(1)=n-\sum x_k$, $B(-1)=n+\sum x_k$이다.

$B(1)=n$이면 $x=1$이 $B(x)=n$의 해가 된다.

$B(1)\neq n$이면, $B(1)+B(-1)=2n$이므로 $B(1)<n$, $B(-1)>n$이거나 $B(1)>n$, $B(-1)<n$이다. 사잇값 정리에 의해 열린구간 $(-1,1)$에서 방정식 $B(x)-n=0$은 적어도 1개의 해를 가진다. 따라서 방정식 $B(x)=n$은 닫힌구간 $[-1,1]$에서 항상 해를 가진다.

[문제 1-2]

(1) $\sec 0 = 1$, $\sec\dfrac{\pi}{3} = 2$이므로 $C(x) = (1-\sec x)^2 + (2-\sec x)^2 = 5 - 6\sec x + 2\sec^2 x$이다. 따라서

$\int C(x)\tan x\,dx = 5\int \tan x\,dx - 6\int \tan x\sec x\,dx + 2\int \sec^2 x\tan x\,dx$이다.

한편 $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$, $\int \tan x\sec x dx = \sec x + C$,

$\int \sec^2 x\tan x dx = \dfrac{\sec^2 x}{2} + C$ 이므로, $\int C(x)\tan x\,dx = -5\ln|\cos x| - 6\sec x + \sec^2 x + C$ 가 된다.

(2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{C(x)}{(\ln x)^2}$ 이 수렴하고 분모의 극한 $\lim\limits_{x\to 1}(\ln x)^2 = 0$ 이므로 분자의 극한도 $\lim\limits_{x\to 1}C(x) = 0$ 이다.

$C(x)$가 연속함수이므로, $0 = \lim\limits_{x\to 1}C(x) = C(1) = (f(1)-f(x_1))^2 + (f(1)-f(x_2))^2$ 이 되어

$f(1) = f(x_1) = f(x_2)$이고, $C(x) = 2(f(x)-f(1))^2$이다.

이를 계산하기 위해 $\ln x = t$로 치환하면,

$$\lim_{x\to 1}\frac{C(x)}{(\ln x)^2} = 2\cdot\lim_{x\to 1}\left(\frac{f(x)-f(1)}{\ln x}\right)^2 = 2\cdot\lim_{t\to 0}\left(\frac{f(e^t)-f(e^0)}{t}\right)^2$$

이 된다. $g(t) = f(e^t)$ 라 두면, $g'(t) = f'(e^t)\,e^t$이며, 미분 계수의 정의로부터 $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{g(t)-g(0)}{t-0} = g'(0) = f'(1) = 3e^3$이다. 따라서 답은 $18e^6$이다.

[아주대학교 문항정보 6]

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수자전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열(오전) 대문항 2번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학 I, 수학 II, 미적분, 확률과통계</td></tr>
<tr><td>핵심 개념 및 용어</td><td>경우의 수, 순열과 조합, 수렴, 발산, $\sum$의 성질, 자연 상수 e , 정적분, 급수, 급수의 합, 수열의 극한, $\lim_{n\to\infty} a_n$</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">120분 중 60분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

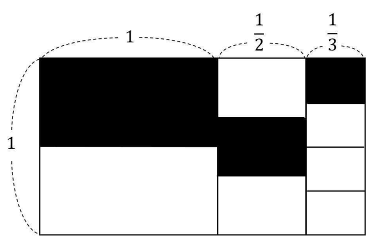
[제시문]

(가) [그림 2-1]과 같이 삼등분 된 모양의 깃발에 인접한 영역을 다른 색으로 칠한 것을 삼색기라 한다. 이때 회전하거나 뒤집어서 두 깃발이 같아지더라도 이들은 서로 다른 것으로 간주한다.

[그림 2-1]

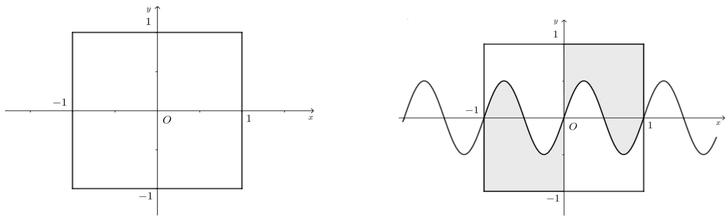
양의 정수 k에 대하여, k가지의 색을 사용하여 삼색기를 만드는 경우의 수를 $r(k)$라 하자. 예를 들어, 삼색기의 이웃하는 영역은 서로 다른 색을 가져야 하므로 곱의 법칙에 의해 $r(2)=2\times1\times1=2$이고, $r(3)=3\times2\times2=12$ 임을 알 수 있다.

(나) 양의 정수 $n(n\geq 2)$에 대하여, n개의 직사각형으로 구성된 깃발이 있고, $1\leq k\leq n$인 정수 k에 대하여 k번째 직사각형의 가로의 길이는 $\frac{1}{k}$이고 세로의 길이는 1로 일정하다. 각 k번째 직사각형을 $k+1$개의 합동인 작은 직사각형으로 다시 쪼개어 이 중 한 개를 검은색으로 색칠하고 나머지는 검은색이 아닌 색으로 칠한다. 검은색으로 칠해진 모든 직사각형의 넓이의 합을 b_n, 나머지 부분의 넓이를 a_n이라 하자. [그림 2-2]는 $n=3$일 때 그려지는 깃발의 예이다.



[그림 2-2]

(다) 가로와 세로의 길이가 모두 2 인 정사각형 모양의 깃발이 [그림 2-3]의 왼쪽 그림과 같이 좌표평면에 놓여있다. 이때 정사각형의 각 변은 직선 $x=1$, $x=-1$, $y=1$, $y=-1$ 의 일부이다. 함수 $f(x)$에 대하여, 깃발이 $y=f(x)$의 그래프와 y축에 의하여 같은 넓이를 가진 네 영역으로 나눠질 때, $f(x)$가 '균형 잡힌 깃발'을 만든다고 하자. 예를 들어 깃발이 $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2\pi x$의 그래프와 y축에 의하여 같은 넓이를 가진 네 영역으로 나눠지므로 함수 $f(x)$가 균형 잡힌 깃발을 만든다. ([그림 2-3] 참조)



[그림 2-3]

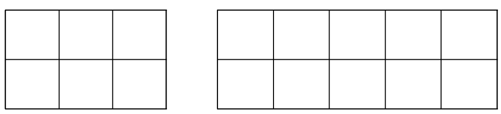
[문항]

[문제 2-1] (22점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) $\displaystyle\sum_{k=2}^{n} r(k)$을 n에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 5가지의 색을 사용한 $r(5)$개의 모든 삼색기 중에서 임의로 2개를 골랐을 때, 각 깃발에 사용된 색의 집합이 서로소일 확률을 구하여라.

(3) 아래의 그림과 같은 모양을 가진 두 깃발 A와 B가 있다. 3가지의 색을 이용하여 인접한 영역이 서로 다른 색을 가지도록 칠하는 경우의 수를 각각 구하여라. (단, 회전하거나 뒤집어서 두 깃발이 같아지더라도 이들은 서로 다른 것으로 간주한다.)



깃발 A　　　　깃발 B

[문제 2-2] (10점) 제시문 (나)에서 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$과 $\lim\limits_{n\to\infty} (b_n)^{2n+2}$의 수렴, 발산을 각각 조사하고, 수렴한다면 그 값을 구하여라.

[문제 2-3] (18점) 제시문 (다)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 함수 $f(x) = \frac{1}{2}\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right) + a$ (단, $|a| \le \frac{1}{2}$) 이 균형 잡힌 깃발을 만들 때, a의 값을 구하여라.

(2) 이차함수 $f(x) = 2 - bx^2$ (단, $b > 3$) 이 균형 잡힌 깃발을 만들 때, $\sqrt{b}$ 의 값을 구하여라.

3. 출제 의도

[문제 2-1] 제시문에서 주어진 경우의 수의 규칙을 이해하고 이를 통해 수열의 합을 구하고 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 2-2] 수열의 수렴과 발산을 판단하고 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 2-3] 제시문의 함수의 성질을 확인하고 이를 통해 삼각함수의 정적분과 도형의 넓이 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 I [12수학 I 03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 수학 II [12수학II01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다. [12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학II03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. 확률과통계 [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다. 미적분 [12미적01-01] 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다. [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	박교식 외 19	동아	2017	131, 133
	수학 Ⅰ	고성은 외 5	신사고	2017	73, 138
	수학 Ⅰ	권오남 외 19	교학사	2017	144
	수학 Ⅰ	황선욱 외 8	미래앤	2017	147
	수학 Ⅰ	배종숙 외 6	금성출판사	2017	81, 148
	수학 Ⅰ	김원경 외 14	비상	2017	142, 144
	수학 Ⅱ	권오남 외 19	교학사	2017	121-122, 147
	수학 Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2017	117-118, 137
	수학 Ⅱ	류희찬 외 10	천재교과서	2017	117-118
	확률과통계	류희찬 외 10	천재교과서	2017	54
	확률과통계	김원경 외 14	비상	2017	44
	`미적분	박교식 외 19	동아	2017	72, 156
	미적분	황선욱 외 8	미래엔	2017	56
	미적분	고성은 외 5	신사고	2017	51, 142,

5. 문항 해설

본 문항은 수학Ⅰ의 $\sum$의 활용, 수학Ⅱ의 함수의 극한과 극한값, 다항함수의 정적분, 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이, 확률과 통계의 조합과 조합의 경우의 수, 미적분의 수열의 수렴과 발산, 수열의 극한에 대한 성질과 극한값의 기초적인 내용을 근간으로 하는 수학 내적 연결 융합형 문항이다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 주어진 규칙을 이해하고 이를 미적분과 확률통계의 기초적인 수학적 사실을 활용하여 수열의 수렴과 발산을 판단하고 문제를 해결하며, 정적분을 이용하여 삼각함수를 적분하고 도형의 넓이를 구하는 문제를 전략적으로 해결할 수 있는지 파악하고자 하는 문항이다. 또한 학생들이 제시문에 주어진 수학적 설명과 시각적 정보를 관찰하여 이를 귀납적으로 추론해 나가며 수학적 사실을 추측하고 적절한 근거에 기초하여 문제 해결과정을 전개할 수 있는지 문제해결력 역량과 효율적인 방법을 찾거나 정교화하는 융합 역량을 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[2-1] (1)	$r(k) = k(k-1)(k-1)$	2점
	$\sum_{k=2}^{n} r(k) = \frac{1}{12}(n-1)n(n+1)(3n-2)$	3점
[2-1] (2)	두 깃발 모두 두 개의 색을 사용하거나(①), 한 깃발은 세 개의 색, 다른 깃발은 두 개의 색을 사용(②)하여야 함을 관찰.	2점
	두 깃발 모두 두 개의 색을 쓰는 경우 : 60 가지	2점
	한 깃발은 세 개의 색, 다른 깃발은 두 개의 색을 쓰는 경우 : 120 가지	2점
	전체 확률 $\frac{60+120}{3160} = \frac{9}{158}$	2점
[2-1] (3)	깃발 A 54가지	4점
	깃발 B 486가지	5점
[2-2]	$b_n = 1 - \frac{1}{n+1}$	2점
	$\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ (발산함을 언급하면 1점, 풀이 3점)	4점
	$\lim_{n\to\infty} (b_n)^{2n+2} = \frac{1}{e^2}$ 이므로 수렴한다. (수렴함을 언급하면 1점)	4점
[2-3] (1)	$\int_0^1 \left(\frac{1}{2}\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right) + a\right)dx = 0$을 만족하는 a를 구해야 함을 확인	3점
	$\int \cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx = \frac{2}{\pi}sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) - \frac{2}{3\pi}sin^3\left(\frac{\pi}{2}x\right) + C$	3점
	$a = -\frac{2}{3\pi}$	3점
[2-3] (2)	구해야 하는 영역의 넓이가 1이어야 함을 관찰	1점
	영역에서 교점 $\left(\frac{1}{\sqrt{b}}, 1\right)$과 $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{b}}, -1\right)$를 구함	2점
	$1 = \frac{2}{\sqrt{b}} + \int_{\frac{1}{\sqrt{b}}}^{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{b}}} (2 - bx^2 + 1)\, dx$	3점
	$\sqrt{b} = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$	3점

7. 예시 답안

[문제 2-1]

(1) k가지 색을 사용해서 삼색기를 칠하는 방법의 수는 깃발의 이웃하는 영역을 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수이다. 이는 곱의 법칙에 의해 $r(k) = k(k-1)(k-1)$이 된다.

$$\begin{aligned}\sum_{k=2}^{n} r(k) &= \sum_{k=2}^{n} k(k-1)(k-1) = \sum_{\ell=1}^{n-1}(\ell+1)\ell^2 = \sum_{\ell=1}^{n-1}\ell^3 + \sum_{\ell=1}^{n-1}\ell^2 \\ &= \left(\frac{(n-1)n}{2}\right)^2 + \frac{(n-1)n(2n-1)}{6} \\ &= \frac{1}{12}(n-1)n(n+1)(3n-2)\end{aligned}$$

(2) 5가지 색으로 만드는 삼색기의 총 경우의 수 $r(5) = 5\times 4^2 = 80$이므로 이 중 두 개의 깃발을 뽑는 경우의 수는 ${}_{80}C_2 = 40\times 79 = 3160$이다.

각 삼색기를 색칠하기 위해서는 두 개 혹은 세 개의 색을 사용해야 한다. 골라진 두 깃발 모두가 세 개의 색을 사용하고 서로 중복되는 색이 사용되지 않았다면 최소 여섯 개의 색이 필요하다. 따라서 주어진 조건을 만족하기 위해서는 두 깃발 모두 두 개의 색을 사용하거나(①), 한 깃발은 세 개의 색, 다른 깃발은 두 개의 색을 사용(②)하여야 한다.

① 두 깃발 모두 두 개의 색을 쓰는 경우 : ${}_5C_2\times 2\times {}_3C_2\times 2\times \frac{1}{2} = 60$

② 한 깃발은 세 개의 색, 다른 깃발은 두 개의 색을 쓰는 경우 : ${}_5C_3\times 3!\times {}_2C_2\times 2 = 120$

①과 ②에 따라서 원하는 확률은 $\frac{60+120}{3160} = \frac{9}{158}$

(3) ⅰ) 깃발 A를 칠하는 경우:

①	②	③
④	⑤	⑥

먼저 ②영역과 ④영역의 색이 같은 경우를 생각하면 ①과 ②의 색 선택은 모두 3×2가지 경우가 있고, ③과 ⑤의 색이 같은 경우(4가지)와 다른 경우(2가지)를 고려하면, 경우의 수는 곱의 법칙에 의해 $6\times(4+2) = 36$가지이다. 비슷하게 ②영역과 ④영역의 색이 다른 경우를 생각하면 $6\times(2+1) = 18$가지이다. 따라서 A를 칠하는 경우의 수를 a라 하면, $a = 36+18 = 54$이다.

ⅱ) 깃발 B를 칠하는 경우:

깃발 B를 칠하기 위해 아래 표시된 A와 모양이 동일한 부분을 생각하자.

		③		
		⑥		

③, ⑥ 부분에 칠할 수 있는 경우의 수는 모두 6가지이므로 ③, ⑥의 색이 정해져 있다면 표시된 부분을 색칠할 수 있는 경우의 수는 $\frac{a}{6}$가지. 따라서 B를 색칠하는 경우의 수는 먼저 처음 세 줄을 색칠하고(a가지) 뒤의 두 줄을 색칠하는($\frac{a}{6}$가지)를 색칠하는 경우와 같으므로 곱의 법칙에 의해 $a\times\frac{a}{6}=486$이다.

[문제 2-2]

k번째 직사각형 안에 검은색으로 칠해지는 부분의 넓이는 $\frac{1}{k}\times\frac{1}{k+1}$이다. 따라서 $b_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)=1-\frac{1}{n+1}$이므로 $\lim_{n\to\infty}b_n=1$로 수렴한다.

또한 이 깃발 전체의 넓이는 $S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$이고,

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots=1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{3}+\frac{1}{4})+(\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{8})+(\frac{1}{9}+\cdots$$
$$>1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\cdots=1+\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2}n=\infty$$

이므로 $\lim_{n\to\infty}S_n=\infty$이다. $S_n=a_n+b_n$이고, $\lim_{n\to\infty}b_n=1$ 이므로 $\lim_{n\to\infty}a_n=\infty$이다.

한편, $-\frac{1}{n+1}=h$라 놓으면 $n\to\infty$일 때, $h\to0$이므로,

$$\lim_{n\to\infty}(b_n)^{2n+2}=\lim_{n\to\infty}(1-\frac{1}{n+1})^{2(n+1)}=\lim_{h\to0}(1+h)^{\frac{1}{h}\times(-2)}=e^{-2}=\frac{1}{e^2}$$

이므로 수렴한다.

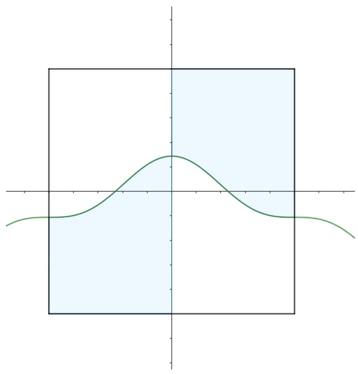
[문제 2-3]

(1) $|a|\le\frac{1}{2}$이므로 함수 $f(x)$는 $-1\le x\le1$ 범위에서 $-1\le f(x)\le1$을 만족하므로 정사각형 내부에 그려진다. 또한 $f(x)$는 y축에 대한 대칭이다. 따라서 $\int_0^1\left(\frac{1}{2}\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)+a\right)dx=0$을 만족하는 a를 구하면 충분하다.

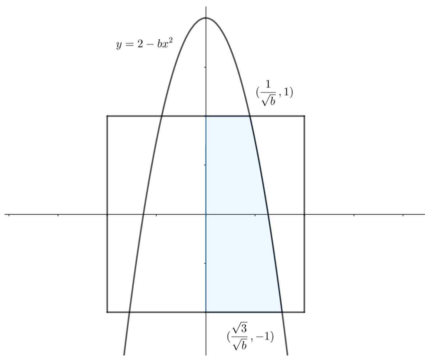
한편, $\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right)$이므로

$\int\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx=\frac{2}{\pi}sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)-\frac{2}{3\pi}sin^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)+C$ (단, C는 적분 상수)

이고, 이를 이용하면 $\int_0^1\left(\frac{1}{2}\cos^3\left(\frac{\pi}{2}x\right)+a\right)dx=\frac{1}{\pi}-\frac{1}{3\pi}+a=0$ 이다. 따라서 $a=-\frac{2}{3\pi}$이다.



(2) $f(x)=2-bx^2$는 y축에 대한 대칭인 함수이고 $b>3$이므로 아래 그림과 같은 개형을 가지고 있다. $f(x)$가 균형 잡힌 깃발을 만들기 위해서는 아래 그림의 색칠된 넓이가 1이 되어야 한다.



$f(x)=2-bx^2$과 정사각형의 윗변과 아랫변이 만나는 점을 $x>0$범위에서 구해보면 각각 점 $\left(\frac{1}{\sqrt{b}},\ 1\right)$, 점 $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{b}},\ -1\right)$이다. 따라서 위 부분의 넓이는

$$1=\frac{2}{\sqrt{b}}+\int_{\frac{1}{\sqrt{b}}}^{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{b}}}(2-bx^2+1)\,dx$$

이므로 이를 계산하면 $\sqrt{b}=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}$을 얻을 수 있다.

[아주대학교 문항정보 7]

1. 일반 정보

유형	■논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연(오후) 대문항 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학I, 수학 II, 미적분
	핵심 개념 및 용어	미분가능, $\sum$의 성질, 자연 상수 e , 접선의 성질, 삼각함수의 미분, 함수의 최댓값, 미분가능, 그래프의 개형, 정적분
예상 소요 시간	120분 중 60분	

2. 문항 및 제시문

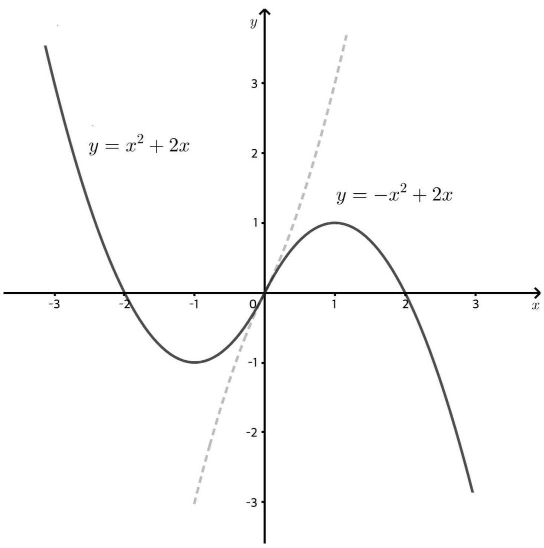
[제시문]

(가) 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 $f(a)=g(a)$를 만족하면 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x=a$ 에서 '만난다'고 하고, 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le a) \\ g(x) & (x > a) \end{cases}$$

를 $f(x)$에서 $g(x)$로 $x=a$에서 '갈아타는 함수'라 하자. 또한 $x=a$에서 만나는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여, $f(x)$와 $g(x)$가 각각 $x=a$에서 미분가능하고 $f'(a)=g'(a)$이면, 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가$x=a$에서 '부드럽게 만난다'고 하자.

예를 들어, 두 함수 $f(x)=x^2+2x$ 와 $g(x)=-x^2+2x$ 에 대하여, $f(0)=g(0)=0$이고 $f'(0)=g'(0)=2$ 이므로 $f(x)$와 $g(x)$는 $x=0$에서 부드럽게 만난다. [그림 1-1]은 $f(x)$ 에서 $g(x)$로 $x=0$ 에서 갈아타는 함수의 그래프이다.



[그림 1-1]

(나) 실수 전체에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a, f(a))$에서의 접선의 기울기는 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$와 같다. 즉, 곡선 위의 점 P에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하면 $g(a)=f(a)$이고, $g'(a)=f'(a)$이므로, $f(x)$와 $g(x)$는 $x=a$에서 부드럽게 만난다. 따라서 임의의 실수 a에 대해서 $f(x)$와 $x=a$에서 부드럽게 만나는 직선은 존재한다.

함수 $f(x)$와 두 점에서 부드럽게 만나는 이차함수는 존재하지 않을 수 있다. 가령 함수 $f(x)=e^x$과 $x=0$, $x=2$에서 동시에 만나는 이차함수는 항상 찾을 수 있지만, 두 점 모두에서 부드럽게 만나는 이차함수는 존재하지 않는다.

[문항]

[문제 1-1] (15점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 실수 c에 대하여 두 함수 $f(x)=x^2-3x-6$과 $g(x)=x^3-4x+c$가 $x=a$에서 부드럽게 만난다. a가 정수가 아닐 때, $27c$의 값을 구하여라.

(2) 두 함수 $f(x)=x^4-2x^2-2x$와 $g(x)=\frac{3}{2}x^2-5x+\frac{1}{2}$이 $x=a$에서 부드럽게 만난다. 함수 $h(x)$를 $f(x)$에서 $g(x)$로 $x=a$에서 갈아타는 함수라고 할 때, $\int_0^2 h(x)\,dx$를 계산하여라.

[문제 1-2] (15점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 양의 정수 n에 대해, 함수 $f(x)=2^x$과 $x=n$에서 부드럽게 만나는 직선의 방정식을 $y=a_nx+b_n$ (단, a_n, b_n은 실수)라 할 때, $\sum_{n=1}^{100}\frac{b_n}{a_n}$의 값을 구하여라.

(2) 함수 $f(x)=e^x$과 이차함수 $g(x)$는 $x=0$에서 부드럽게 만나고 $x=2$에서 만난다. 점 $\mathrm{P}(2, e^2)$에서 $y=f(x)$의 접선과 점 P에서의 $y=g(x)$의 접선이 이루는 예각을 θ라 할 때, $\tan\theta$의 값을 구하여라.

[문제 1-3] (20점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 실수 b와 c에 대하여 두 함수 $f(x)=-x^4-2x^2+b$와 $g(x)=-\frac{4}{3}x^3-4x+c$가 $x=a$에서 부드럽게 만난다고 하자. $f(x)$에서 $g(x)$로 $x=a$에서 갈아타는 함수의 최댓값이 20일 때 $3(a+b+c)$의 값을 구하여라.

(2) 실수 d에 대하여 두 함수 $f(x)=\sin 2x+d$와 $g(x)=-\left|x-\frac{\pi}{2}\right|$이 $x=a$에서 부드럽게 만난다고 하자. $f(x)$에서 $g(x)$로 $x=a$에서 갈아타는 함수의 최댓값을 M이라 하면, M이 가장 클 때의 d의 값을 구하여라.

3. 출제 의도

[문제 1-1] 제시문을 통해 주어진 함수의 성질을 이해하고 이를 활용하여 다항함수의 정적분 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[문제 1-2] 제시문에 주어진 함수의 접선의 성질을 이해하고 두 직선이 이루는 각의 삼각함수 값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 1-3] 함수의 성질과 미분을 활용하여 함수의 최댓값 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 Ⅰ [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학Ⅰ03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. 수학 Ⅱ [12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. 미적분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	권오남 외 19	교학사	2017	95
	수학 Ⅰ	홍성복 외 10	지학사	2017	141
	수학 Ⅰ	황선욱 외 8	미래앤	2017	90
	수학 Ⅰ	이준열 외 9	천재교육	2017	86, 147
	수학 Ⅰ	김원경 외 14	비상	2017	87, 142
	수학 Ⅱ	권오남 외 19	교학사	2017	98, 136
	수학 Ⅱ	고성은 외 5	신사고	2017	57, 60, 66-67
	수학 Ⅱ	류희찬 외 10	천재교과서	2017	56, 80, 88, 117-118
	미적분	박교식 외 19	동아	2017	65, 101, 105
	미적분	고성은 외 5	신사고	2017	62, 97, 105,

5. 문항 해설

본 문항은 수학 I의 삼각함수의 그래프, $\sum$의 성질, 수열의 합, 수학 II의 미분가능성과 연속성, 함수 그래프의 개형, 다항함수의 정적분, 미적분의 삼각함수와 합성함수의 미분, 다항함수의 정적분 등의 교육과정 수학 내용을 활용하여 문제해결력을 평가하기 위한 문항이다. 이러한 다양한 수학적 지식을 토대로 정적분을 계산하고, 접선의 성질을 이해를 토대로 접선이 이루는 각을 구하며 삼각함수의 이해를 바탕으로 함수의 최댓값 문제를 해결할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 또한 학생들은 제시문에 주어진 일상적인 표현을 수학적 상황으로 연결하여 수학 모델을 적절히 활용하여 수학적 표현을 만들거나 변환하는 활동을 적합하게 할 수 있는지에 대한 수학 문제해결력 및 추론 역량을 평가하는 문항이다.

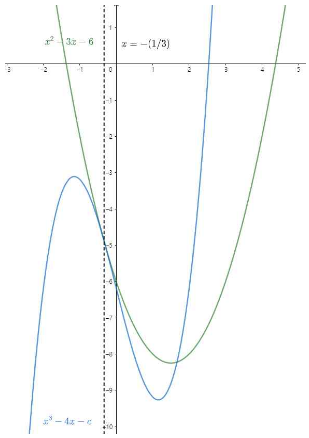
6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	$a=-\dfrac{1}{3}$	3점
	$27c=-167$	4점
[1-1] (2)	$a=1$	4점
	$\displaystyle\int_0^2 h(x)\,dx=-\dfrac{149}{30}$	4점
[1-2] (1)	$a_n=\ln 2\,(e^{n\ln 2})=2^n\ln 2$	2점
	$b_n=2^n-n2^n\ln 2$	2점
	$\displaystyle\sum_{n=1}^{100}\dfrac{b_n}{a_n}=\dfrac{100}{\ln 2}-5050$	3점
[1-2] (2)	$g(x)=\dfrac{e^2-3}{4}x^2+x+1$	3점
	$f'(2)=e^2,\quad g'(2)=e^2-2$	2점
	$\tan\theta=\dfrac{2}{(e^2-1)^2}$	3점
[1-3] (1)	$a=1$	2점
	$b=20$	4점
	$3(a+b+c)=130$	3점

하위문항	채점 기준	배점
[1-3] (2)	$1+d>0$인 d의 존재여부와 존재하는 경우 그 최댓값을 살펴보면 된다.	3점
	$\left\lvert a-\frac{\pi}{2}\right\rvert \ge 2$이거나 $a \le \frac{\pi}{2}$이면 $d+1<0$ 임을 안다.	3점
	M이 최대가 되는 경우는 $a=\frac{2\pi}{3}$이고 $d=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$일 때이다.	5점

7. 예시 답안

[문제 1-1]



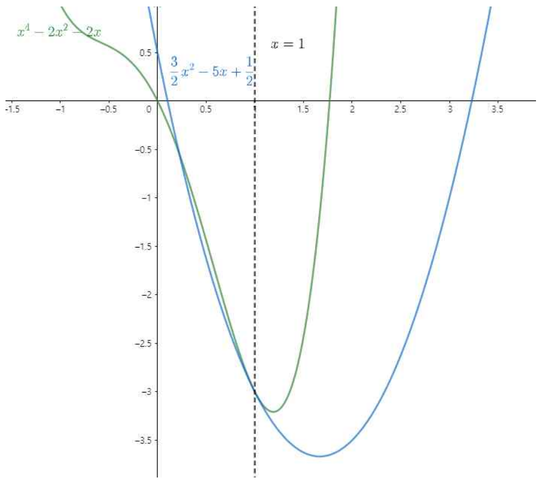
(1) 두 함수 $f(x)=x^2-3x-6$과 $g(x)=x^3-4x+c$가 $x=a$에서 부드럽게 만나므로 $f(a)=g(a)$이고 $f'(a)=g'(a)$이다. 즉, $a^2-3a-6=a^3-4a+c$이고 $2a-3=3a^2-4$이다.

이를 풀면 $2a-3=3a^2-4$로부터, $3a^2-2a-1=(3a+1)(a-1)=0$ 이 되고 a는 정수가 아니므로 $a=-\frac{1}{3}$이다. 이제 $a^2-3a-6=a^3-4a+c$에 $a=-\frac{1}{3}$을 대입하면 $\frac{1}{9}+1-6=-\frac{1}{27}+\frac{4}{3}+c$이므로 $27c=-167$이다.

(2) $f(x)=x^4-2x^2-2x$과 $g(x)=\frac{3}{2}x^2-5x+\frac{1}{2}$이 $x=a$에서 부드럽게 만나므로 $f(a)=g(a)$이고 $f'(a)=g'(a)$이다. 즉, $a^4-2a^2-2a=\frac{3}{2}a^2-5a+\frac{1}{2}$이고 $4a^3-4a-2=3a-5$이다.

이를 풀면 $4a^3-4a-2=3a-5$로부터, $4a^3-7a+3=(a-1)(2a-1)(2a+3)=0$이고 따라서 가능한 a의 값은 1, $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2}$ 이다. 이 중 $a^4-2a^2-2a=\frac{3}{2}a^2-5a+\frac{1}{2}$을 만족하는 것을 찾으면 $a=1$ 이다. 따라서 $h(x)$는 $f(x)$에서 $g(x)$로 $x=1$에서 갈아타는 함수이고, 주어진 식을 계산하면 아래와 같다.

$$\int_0^2 h(x)\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^2 g(x)\,dx=\left[\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}-x^2\right]_0^1+\left[\frac{x^3}{2}-\frac{5x^2}{2}+\frac{x}{2}\right]_1^2$$
$$=\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}-1\right)+\left(4-10+1-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right)=-\frac{149}{30}$$



[문제 1-2]

(1) 양의 정수 n에 대해, $y=2^x$와 $x=n$에서 부드럽게 만나는 직선의 방정식은 $x=n$에서의 접선이다. $f'(n)=2^n\ln 2$이고 점 $(n, 2^n)$을 지나므로 접선의 방정식은 $y-2^n=2^n\ln 2(x-n)$가 되어 $a_n=\ln 2\,(e^{n\ln 2})=2^n\ln 2$ 이고, $b_n=2^n-n2^n\ln 2$ 이다. 따라서 $\sum_{n=1}^{100}\frac{b_n}{a_n}=\sum_{n=1}^{100}\left(\frac{1}{\ln 2}-n\right)=\frac{100}{\ln 2}-5050$ 이다.

(2) $g(x)=px^2+qx+r$이라 하자. $g(0)=f(0)$로부터 $r=1$이고 $g'(0)=f'(0)$로부터 $q=1$이다. $g(2)=f(2)$로부터 $p=\frac{e^2-3}{4}$이므로 $g(x)=\frac{e^2-3}{4}x^2+x+1$이다.

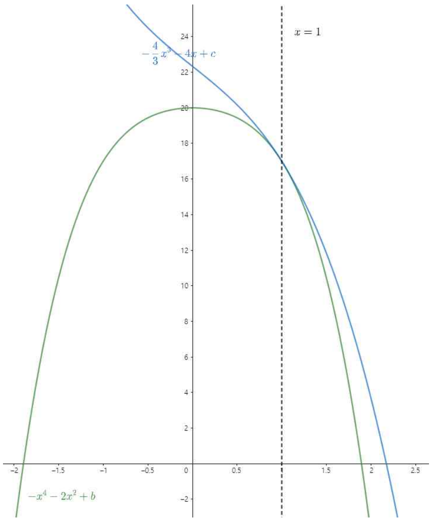
함수 $f(x)$위의 점 P에서의 접선의 기울기는 $f'(2)=e^2$이고, 함수 $g(x)$위의 점 P에서의 접선의 기울기는 $g'(2)=e^2-2$이고, θ는 예각이므로 삼각함수의 덧셈정리에 의하여

$$\tan\theta=\frac{e^2-(e^2-2)}{1+e^2(e^2-2)}=\frac{2}{(e^2-1)^2}$$

이다.

[문제 1-3]

(1) $f(x) = -x^4 - 2x^2 + b$와 $g(x) = -\frac{4}{3}x^3 - 4x + c$가 $x = a$에서 부드럽게 만나므로 $f(a) = g(a)$이고 $f'(a) = g'(a)$이다. 즉, $-4a^3 - 4a = -4a^2 - 4$로부터, $4(a^2+1)(a-1) = 0$이므로 $a = 1$이다. 한편, $g(x)$는 $x \geq 1$에서 감소하므로 $h(x)$의 최댓값은 구간 $(-\infty, 1]$에서 $f(x)$의 최댓값과 같고, 따라서 $f(x)$의 극댓값 혹은 $f(1)$에서 최댓값을 가진다. $f'(x) = -4(x^2+1)x = 0$의 실수해는 $x = 0$이므로 $f(0)$와 $f(1)$의 값을 비교하면 $f(0) = b$이고 $f(1) = b - 6$이므로 b 최댓값이다. 즉, $b = 20$이다. $f(1) = g(1)$로부터, $-3 + b = -\frac{16}{3} + c$이고 $c = 17 + \frac{16}{3}$이다. 따라서 $3(a+b+c) = 3\left(1 + 20 + 17 + \frac{16}{3}\right) = 130$ 이다.

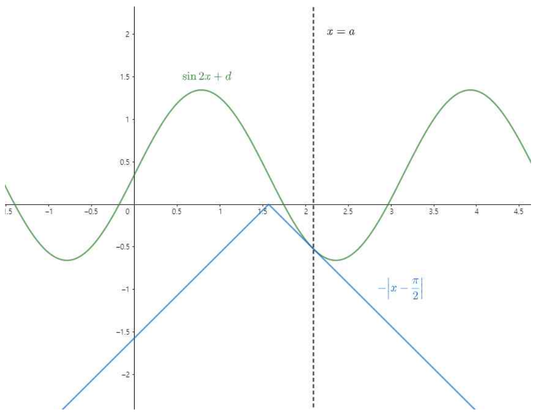


(2) 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x = a$에서 부드럽게 만나므로, $f(a) = g(a)$이고 $a \neq \frac{\pi}{2}$이며, $f'(a) = g'(a)$이다. $f(a) = g(a)$로부터, $d = -\sin 2a - \left|a - \frac{\pi}{2}\right|$가 된다. $f(x)$에서 $g(x)$로 $x = a$에서 갈아타는 함수의 최댓값 M은 $d+1$ 혹은 0이다. 따라서 $1 + d > 0$인 d의 존재여부와 존재하는 경우 그 최댓값을 살펴보면 된다.

$\left|a - \frac{\pi}{2}\right| \geq 2$이면 $1 + d = 1 - \sin 2a - \left|a - \frac{\pi}{2}\right| \leq 0$ 이므로 $\left|a - \frac{\pi}{2}\right| < 2$이라 가정하자. 먼저 $a \leq \frac{\pi}{2}$라 하자. $f'(a) = g'(a)$로부터 $2\cos 2a = 1$이므로 $a = \frac{\pi}{6} + k\pi$ 혹은 $a = \frac{5\pi}{6} + k\pi$ (단, k는 정수) 꼴이고 이 중 범위를 만족하는 a는 $\frac{\pi}{6}$뿐이다. 이때 $d + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \left|\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right| + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3} + 1 < 0$ 이다.

$a > \frac{\pi}{2}$인 경우를 살펴보자. $f'(a) = g'(a)$로부터 $2\cos 2a = -1$이므로 $a = \frac{\pi}{3} + k\pi$ 혹은 $a = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ (단, k는 정수) 꼴이고 이 중 범위를 만족하는 a는 $\frac{2\pi}{3}$ 뿐이다. 이때 $d + 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} + 1 > 0$이다.

따라서 M이 최대가 되는 경우는 $a = \frac{2\pi}{3}$이고 $d = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$일 때이다.



[아주대학교 문항정보 8]

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수자전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연(오후) 대문항 2번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학 I, 확률과통계</td></tr>
<tr><td>핵심 개념 및 용어</td><td>수열의 합, 합의 법칙, $\sum$의 성질, 경우의 수, 순열과 조합, 확률, 기댓값, 분산, 조건부 확률</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">120분 중 60분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 주머니에 빨간 공이 r개, 파란 공이 b개 있다. 주머니에서 공 하나를 임의로 꺼내서 색을 확인한 다음 다시 주머니에 넣고, 방금 꺼낸 공과 같은 색의 공을 하나 더 가져와 주머니에 넣는 것을 1회 시행이라고 하자. 즉, 시행을 1회 할 때마다 주머니 속의 공의 개수는 하나씩 늘어난다. 예를 들어 $r=2$이고 $b=1$인 경우 첫 번째 시행에서 꺼낸 공이 파란 공이면, 첫 번째 시행을 마친 직후 주머니에는 빨간 공과 파란 공이 각각 정확히 2개씩 있다.

(나) 주머니에 빨간 공이 r개, 파란 공이 b개, 흰 공이 w개 있다. 수열 $\{a_n\}$을 음이 아닌 정수로 이루어진 수열이라고 하자. 양의 정수 n에 대하여 n번째 시행에서 공 하나를 임의로 꺼내서 색을 확인한 다음 다시 주머니에 넣고, 방금 꺼낸 공과 같은 색의 공을 a_n개 더 가져와 주머니에 넣는다. 예를 들어 $r=1$, $b=w=2$이고 $a_n=3n$인 경우, 첫 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공이면 첫 번째 시행을 마친 직후 주머니에는 빨간 공이 4개, 파란 공과 흰 공이 각각 2개씩 있다. 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 파란 공이면, 두 번째 시행을 마친 직후 주머니에는 빨간 공이 4개, 파란 공이 8개, 흰 공이 2개 있다.

[문항]

[문제 2-1] (21점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) r과 b가 양의 정수일 때, 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공일 확률을 r, b에 대한 식으로 나타내어라.

(2) $r=2$ 이고 $b=1$ 이라 하자. 세 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공이었을 때, 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공이었을 확률을 구하여라.

(3) $r=2$ 이고 $b=1$ 인 경우, 2021회 시행을 마친 직후 주머니의 빨간 공과 파란 공의 개수가 같을 확률을 구하여라.

[문제 2-2] (29점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수열 $\{a_n\}$이 $a_n = n$ 이고, $r = b = 1$, $w = 2$ 라 하자. 2회 시행을 마친 직후 주머니의 흰 공의 개수를 확률변수 X라 할 때, 기댓값 $\mathrm{E}(X)$와 분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하여라.

(2) 수열 $\{a_n\}$은 양의 정수로 이루어진 수열이고, $r = b = w = 1$ 이라 하자. 10 이하의 모든 양의 정수 n에 대하여 n회 시행을 마친 직후에는 주머니의 공의 개수가 $3^n + 2$이고, 10회 시행을 마친 직후 주머니의 흰 공의 개수는 547이다. 4 번째 시행을 마친 직후 주머니의 흰 공의 개수를 구하여라.

(3) 수열 $\{a_n\}$은 모든 양의 정수 n에 대하여 $a_n < a_{n+1}$을 만족하는 음이 아닌 정수로 이루어진 수열이고, $r = b = w = 1$ 이라 하자. 100회 시행을 마친 직후 주머니의 빨간 공, 파란 공, 흰 공의 개수는 각각 2, 12, 4940 이다. 파란 공을 꺼낸 횟수를 m이라 할 때, 가능한 m의 값을 모두 구하고 $\displaystyle\sum_{n=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}}$ 의 값을 구하여라.

3. 출제 의도

[문제 2-1] 주어진 상황에 대한 경우의 수를 구할 수 있는지 확인하고 순열과 조합을 이해하고 이를 활용하여 확률을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 2-2] 주어진 상황을 전략적으로 분석하여 기댓값과 분산을 구할 수 있는지 확인하고 경우의 수를 이용한 수열의 합 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 Ⅰ [12수학Ⅰ03-04] $\sum$의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.) 확률과통계 [12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다. [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다. [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. [12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	박교식 외 19	동아	2017	114. 131
	수학 Ⅰ	고성은 외 5	신사고	2017	121, 137
	수학 Ⅰ	이준열 외 9	천재교육	2017	121
	확률과통계	류희찬 외 10	천재교과서	2017	44, 81, 86-87
	확률과통계	이준열 외 9	천재교육	2017	45
	확률과통계	박교식 외 19	동아	2017	51, 62-63
	확률과통계	김원경 외 14	비상	2017	44, 54-55, 62, 73, 77, 79, 96, 101

5. 문항 해설

본 문항은 수학 Ⅰ의 $\sum$의 성질, 확률과 통계의 조합과 경우의 수, 조건부확률, 이산확률변수에서의 기댓값과 분산 등의 교육과정 수학 내용을 활용하여 문제해결력을 평가하기 위한 문항이다. 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 교육과정에 주어진 기본적인 수학적 개념을 토대로 주어진 상황에 적합한 경우의 수와 확률을 계산하며 기댓값과 분산, 수열의 합 문제를 상황에 적용하여 문제를 해결할 수 있는지 파악한다. 또한 본 문항은 학생들이 제시문의 문제 해결 과정에서 필요한 내용들을 파악하여 상황에 맞게 전략적으로 헤아리는 정보처리 역량과 해의 과정을 수학적 개념을 활용하여 논리적으로 전개할 수 있는 추론 역량을 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[2-1] (1)	첫 번째 공이 빨간 공인 경우의 확률은 $\frac{r}{r+b}\times\frac{r+1}{r+b+1}$ 이다.	2점
	첫 번째 공이 파란 공인 경우의 확률은 $\frac{b}{r+b}\times\frac{r}{r+b+1}$ 이다.	2점
	두 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\frac{r}{r+b}$ 이다.	2점
[2-1] (2)	R-R-R 확률 $\frac{24}{60}$, B-R-R 확률 $\frac{6}{60}$, R-B-R 확률 $\frac{6}{60}$, B-B-R 확률 $\frac{4}{60}$	4점
	조건부확률은 $\frac{3}{4}$ 이다.	3점

하위문항	채점 기준	배점
[2-1] (3)	빨간 공은 1010번, 파란 공은 1011번 꺼내져야 한다.	2점
	${}_{2021}C_{1010}\dfrac{(2\times3\times4\times\cdots\times1011)\times(1\times2\times\cdots\times1011)}{3\times4\times\cdots\times2023}$	3점
	$\dfrac{1}{2023}$	3점
[2-2] (1)	즉, $\mathrm{E}(X)=\dfrac{7}{2}$	4점
	$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2=\dfrac{29}{20}$	5점
[2-2] (2)	$a_n=3^n-3^{n-1}=2\cdot3^{n-1}$	2점
	흰 공은 $2,\ 4,\ 6$번째 뽑혔다.	4점
	4번째 시행 직후 흰 공의 개수는 $1+6+54=61$ 개다.	3점
[2-2] (3)	$a_{100}=100$이고, $n<100$인 모든 n에 대해 $a_n=n-1$이다.	5점
	$\displaystyle\sum_{n=1}^{99}\frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}}=5+\frac{\sqrt{98}}{2}$	2점
	$m=1,\ 2,\ 3,\ 4$가 가능하다.	2점
	$m\geq5$에서는 성립하지 않는다.	2점

7. 예시 답안

[문제 2-1]

(1) 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공일 확률을 경우를 나눠서 계산하자. 첫 번째 공이 빨간 공인 경우의 확률은 $\dfrac{r}{r+b}\times\dfrac{r+1}{r+b+1}$이고, 첫 번째 공이 파란 공인 경우의 확률은 $\dfrac{b}{r+b}\times\dfrac{r}{r+b+1}$이다.

따라서 확률의 덧셈정리에 의해 두 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공일 확률은 $\dfrac{r(r+1)+br}{(r+b)(r+b+1)}=\dfrac{r}{r+b}$ 이다.

(2) 세 번째 시행에서 꺼낸 공이 빨간 공일 경우는 모두 4가지이다. 빨간 공을 꺼내는 시행을 R, 파란 공을 꺼내는 시행을 B이라 하고 각 경우의 확률을 구하면 아래와 같다.

R-R-R : $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{60}$ … ①

B-R-R : $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{4}\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{60}$ … ②

R-B-R : $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{60}$ … ③

B-B-R : $\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{60}$ … ④

따라서 조건부확률은 $\frac{①+②}{①+②+③+④}=\frac{24+6}{24+6+6+4}=\frac{3}{4}$ 이다.

(3) 2021회 시행 직후 공의 수는 2024개이고 빨간 공과 파란 공의 개수가 1012개로 같아야 하므로 빨간 공은 1010번, 파란 공은 1011번 꺼내져야 한다.

이렇게 공을 꺼내는 각 경우의 확률이 모두 $\frac{(2\times3\times4\times\cdots\times1011)\times(1\times2\times\cdots\times1011)}{3\times4\times\cdots\times2023}$ 와 같으므로 2021회 시행을 마친 직후 주머니의 빨간 공과 파란 공의 개수가 같을 확률은

$$
\begin{aligned}
{}_{2021}C_{1010}\frac{(2\times3\times4\times\cdots\times1011)\times(1\times2\times\cdots\times1011)}{3\times4\times\cdots\times2023} &= \frac{2021!}{1010!\times1011!}\cdot\frac{2\times(1011!)^2}{2023!} \\
&= \frac{2\times1011}{2022\times2023}=\frac{1}{2023}
\end{aligned}
$$

가 된다.

[문제 2-2]

(1) 각 시행에서 꺼낸 공을 흰 공인 경우(W)와 흰 공이 아닐 경우(C)로 나누자. 각 경우의 확률과 X, X^2을 각각 구하면 아래와 같다.

C-C : $\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{20}$, $X=2$, $X^2=4$

W-C : $\frac{2}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{20}$, $X=3$, $X^2=9$

C-W : $\frac{2}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{20}$, $X=4$, $X^2=16$

W-W : $\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{20}$, $X=5$, $X^2=25$

즉, $\mathrm{E}(X)=\frac{7}{2}$, $\mathrm{E}(X^2)=\frac{137}{10}$ 이다. 따라서 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2=\frac{29}{20}$ 이다.

(2) $3+a_1+\cdots+a_n=3^n+2$ 이므로 $a_n=3^n-3^{n-1}=2\cdot3^{n-1}$ 이다. $2\cdot3^6>546$ 이므로 $547-1=546$ 은 $2\cdot3^0$, $2\cdot3^1$, … , $2\cdot3^5$ 의 조합만으로 이루어져야 한다. 한편, 그러한 조합은 $547=1+2(3+3^3+3^5)$ 으로 유일함을 알 수 있다. 즉, 흰 공은 2, 4, 6번째 뽑혔다. 따라서 4번째 시행 직후 흰 공의 개수는 $1+6+54=61$ 개이다.

(3) 수열 $\{a_n\}$이 모든 n에 대해 $a_n\geq0$, $a_{n+1}>a_n$ 이므로 $a_n\geq n-1$ 이다.

$2+12+4940=4954=3+a_1+a_2+\cdots+a_{100}\geq3+0+1+\cdots+99=4953$ 이므로, $a_n\geq n-1$ 에 대하여 하나의 n을 제외하고 등호가 성립해야 한다. $n<100$ 일 때 $a_n\geq n$ 이면, $a_{n+1}\geq a_n+1=n+1$ 가 되어

전체 공의 개수는 4955 이상이라 모순이다. 따라서 $a_{100}=100$이고, $n \le 99$ 이면 $a_n = n-1$이다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{a_n}+\sqrt{a_{n+1}}} = \left(\sum_{n=1}^{98} \frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}\right) + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{98}} = \sum_{n=1}^{98}(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}) + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{98}}$$
$$= \sqrt{98} + \frac{10-\sqrt{98}}{2} = 5 + \frac{\sqrt{98}}{2}$$

이다.

 한편 빨간 공의 개수가 $2=1+1$개이므로 두 번째 시행에서 반드시 빨간 공을 꺼내야 한다. 즉, 파란 공을 11개를 꺼내는 방법은 1을 사용하지 않아야 하므로, 11을 뽑는 방법은 아래와 같다.

- 12번째 시행에서 파란 공을 꺼냄 (11개)
- 1번째 시행과 12번째 시행에서 파란 공을 꺼냄 ($0+11=11$개)
- 1번째, 3번째, 10번째 시행에서 파란 공을 꺼냄 ($0+2+9=11$개)
- 1번째, 3번째, 4번째, 7번째 시행에서 파란 공을 꺼냄 ($0+2+3+6=11$개)
- 1번째, 3번째, 5번째, 6번째 시행에서 파란 공을 꺼냄 ($0+2+4+5=11$개)

따라서, $m=1, 2, 3, 4$가 가능하다. 공을 다섯 번 꺼내면 파란 공은 최소한 $1+(0+2+3+4+5)=15$개 이상이므로, $m \ge 5$에서는 성립하지 않는다.

[아주대학교 문항정보 9]

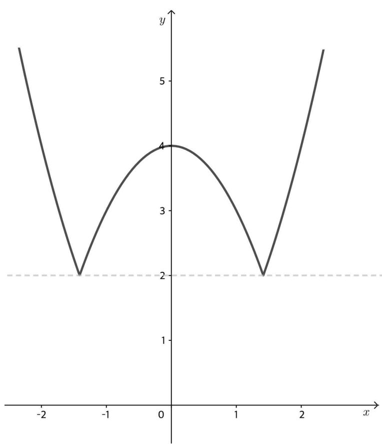
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수자전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(저녁, 의학계열 제외) 대문항 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 II, 미적분
	핵심 개념 및 용어	등비수열, 미분가능, 그래프의 개형, 극솟값, 극댓값, 변곡점, 정적분, 사잇값 정리, 급수, 급수의 합,
예상 소요 시간	120분 중 60분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

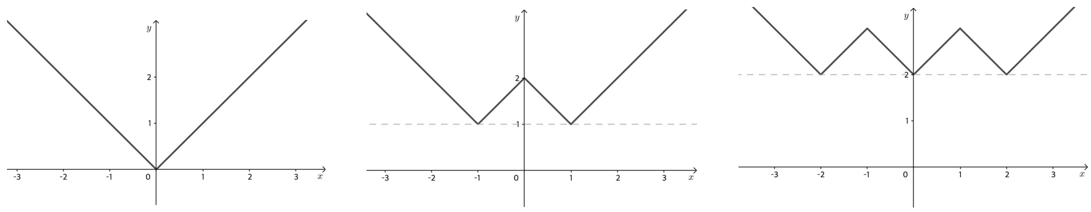
(가) 함수 $f(x)$에 대하여 $y=|f(x)|$의 그래프는 $y=f(x)$의 그래프에서 x축 아래에 있는 부분을 x축에 대하여 대칭이동하여 그릴 수 있다. 이것은 $y=0$에서 $y=f(x)$의 그래프를 접어 올려 그린 것으로 볼 수 있다. 일반적으로, 실수 b에 대하여, $y=|f(x)-b|+b$ 의 그래프는 $y=f(x)$를 y축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동하여 x축 아래에 있는 부분을 x축에 대하여 대칭이동하고 다시 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하여 그릴 수 있는데, 이 또한 $y=b$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프를 접어 올려 그린 것으로 볼 수 있다. 이러한 이유로, 함수 $y=|f(x)-b|+b$ 를 $y=b$에서 $y=f(x)$를 '접어 올린 함수'라 하자. [그림 1-1]은 $y=2$에서 $y=x^2$을 접어 올린 함수의 그래프이다.



[그림 1-1]

(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프를 음이 아닌 정수 n에 대하여 $y=0,\ \ldots,\ y=n$에서 차례로 연이어 접어 올린 함수의 그래프와 직선 $y=n$이 만나는 점의 x 좌표의 집합을 S_n이라 하자. 예를 들어, $f(x)=x$이면, $y=0,\ \ y=1,\ \ y=2$에서 순서대로 접어 올린 함수의 그래프는 [그림 1-2]와 같으므로 $S_0=\{0\}$,

$S_1 = \{-1, 1\}$, $S_2 = \{-2, 0, 2\}$이다.



[그림 1-2]

[문항]

[문제 1-1] (35점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 함수 $f(x)$는 이차함수 $y=(x-2)^2$을 $y=1$에서 접어 올린 함수이다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=kx$가 정확히 세 점에서 만나도록 하는 실수 k의 값을 모두 구하여라.

(2) 삼차함수 $f(x)=x^3-3x^2+2x-4$의 그래프의 변곡점 (a, b)를 생각하자. 함수 $g(x)$는 $y=f(x)$를 $y=b$ 에서 접어 올린 함수이다. 함수 $g(x)$가 $x=p$ 에서 극대가 되고 $x=q$ 에서 극소가 되도록 하는 모든 p와 q의 값을 구하여라.

(3) 함수 $g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$를 $y=1$에서 접어 올린 함수이고, 함수 $h(x)$는 $y=f'(x)$를 $y=1$에서 접어 올린 함수이다. $g(x)$가 실수 전체에서 미분가능 할 때, 두 곡선 $y=g(x)$와 $y=h(x)$의 교점의 개수를 구하여라.

(4) 양의 실수 a에 대하여, 함수 $f(x)$는 $y=a\tan^3\left(\dfrac{\pi x}{4}\right)$를 $y=0$에서 접어 올린 함수이다. $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx = \frac{4}{\pi}$일 때 a의 값을 구하여라.

[문제 1-2] (15점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 이차함수 $f(x)=(x-7)^2$에 대하여 집합 S_{10}의 원소의 개수를 a라 하고 S_{10}의 모든 원소의 합을 b라 하자. a와 b의 값을 각각 구하여라.

(2) $x>0$ 에서 정의된 함수 $f(x)=\ln 3x$ 와 음이 아닌 정수 n에 대하여 S_n의 모든 원소의 곱을 p_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} p_n$을 구하여라.

3. 출제 의도

[문제 1-1] 제시문의 내용을 이해하고 미분가능한 함수에서 주어진 조건을 활용하여 극댓값과 극솟값을 확인하여 정적분을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 1-2] 주어진 조건을 활용하여 정적분의 값을 구하고 주어진 함수의 성질을 만족시키는 조건을 확인하여 등비급수를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 II [12수학Ⅱ02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다. [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. 미적분 [12미적01-03] 등비수열의 극한값을 구할 수 있다. [12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다. [12미적01-06] 등비급수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅱ	권오남 외 19	교학사	2017	91
	수학 Ⅱ	류희찬 외 10	천재교과서	2017	38, 54, 93
	수학 Ⅱ	이준열 외 9	천재교육	2017	86
	수학 Ⅱ	고성은 외 5	신사고	2017	43, 61, 87
	미적분	김원경 외 14	비상	2017	33, 101
	`미적분	박교식 외 19	동아	2017	35, 105
	미적분	홍성복 외 10	지학사	2017	64-65
	미적분	고성은 외 5	신사고	2017	33, 60, 79, 105

5. 문항 해설

본 문항은 수학 II의 미분가능성과 연속성, 미적분의 등비수열의 극한값, 등비급수, 다항함수의 정적분에 대한 내용을 다루고 있다. 따라서 본 문항을 통해 간단한 함수를 가지고 극댓값과 극솟값, 정적분을 구하며, 주어진 함수의 성질을 만족시키는 조건을 확인하여 무한등비급수를 구할 수 있는지 평가하는 문항이다. 본 문항은 학생들이 간단한 수학적 현상을 관찰하여 이를 수학적 개념과 연결하고 다양한 함수적 사고를 할 수 있는지 측정하고 문제를 해결하기 위한 수학적 절차를 논리적으로 수행할 수 있는지에 대한 수학 문제해결 역량 및 추론 역량을 평가한다.

6. 채점 기준

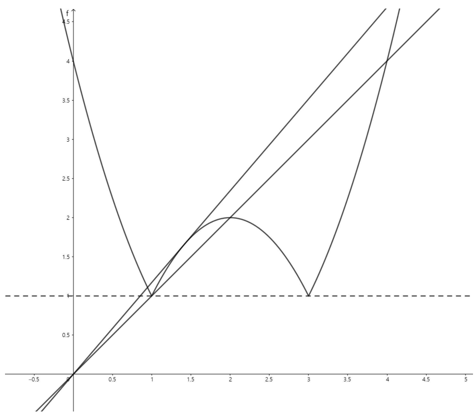
하위문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	$y=kx$가 $(1,1)$을 지나거나 $y=kx$가 $y=f(x)$와 접해야 함을 안다	3점
	$k=1$	1점
	$k=-2(\sqrt{2}-2)=4-2\sqrt{2}$	4점
[1-1] (2)	변곡점의 좌표 $(1,-4)$	2점
	$q=0,1,2$	2점
	$p=1\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$	3점
[1-1] (3)	$f(x)=(x-a)^3+1$	4점
	$x<\frac{1}{\sqrt{3}}$일 때 $g(x)$는 증가하고 $h(x)$는 감소함을 알고, $g(0)<h(0)$이고 $g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)>h\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ 임을 이용하여 $g(x)$와 $h(x)$는 한 점에서 만남을 증명	2점
	한 근은 구간 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},1\right)$에, 다른 근은 구간 $(1,3)$에 존재함을 증명	2점
	6개의 교점	2점
[1-1] (4)	$\int_0^1 \tan^3\left(\frac{\pi x}{4}\right)dx = \frac{2}{\pi}\left[\tan^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right]_0^1+\frac{4}{\pi}\left[\ln\left(\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right)\right]_0^1$	5점
	$a=\frac{1}{1-\ln 2}$	5점

하위문항	채점 기준	배점
[1-2] (1)	$a = 11$	3점
	$b = 77$	3점
[1-2] (2)	$S_n = S_{n-2} \cup \left\{ \frac{e^n}{3}, \frac{e^{-n}}{3} \right\}$ 혹은 $p_n = p_{n-2} \times \frac{1}{9}$	4점
	$p_n = \frac{1}{3} p_{n-1}$ 혹은 첫째항이 $\frac{1}{3}$이고 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비급수	3점
	등비급수 = $\frac{1}{2}$	2점

7. 예시 답안

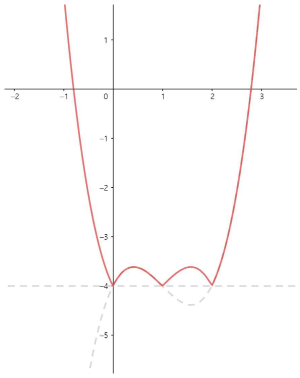
[문제 1-1]

(1) $y = f(x)$와 $y = kx$가 세 점에서 만나려면 아래 그림과 같이, $y = kx$가 $(1, 1)$을 지나거나 $y = kx$가 $y = f(x)$와 접해야 한다. $y = kx$가 $(1, 1)$을 지나는 경우 $k = 1$이다.



$y = kx$와 $y = f(x)$가 $x = a$에서 접하는 경우를 생각하면, $1 \leq a \leq 3$가 되고, $f(x) = 2 - (x-2)^2$가 되므로 $f'(a) = -2(a-2)$이다. 따라서 $k = -2(a-2)$가 되어 접점의 y좌표는 $-2a(a-2)$이다. 한편 접점의 y좌표는 $f(a)$이므로, $-2a(a-2) = 2 - (a-2)^2$가 성립한다. 이를 정리하면, $a^2 = 2$이고 $1 \leq a \leq 3$이므로 $a = \sqrt{2}$이다. 따라서 $k = -2(\sqrt{2} - 2) = 4 - 2\sqrt{2}$이다. 따라서 가능한 k는 $k = 1, 4 - 2\sqrt{2}$이다.

(2) $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2$이고 $f''(x) = 6x - 6$이므로, 변곡점의 좌표는 $(1, -4)$이다. 따라서 $g(x)$는 $x^3 - 3x^2 + 2x - 4 = -4$의 세 근 $x = 0, 1, 2$에서 극솟값을 가진다. 또한, $f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 = 0$의 두 근 $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$에서 극댓값을 가지므로, $p = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, $q = 0, 1, 2$ 이다.

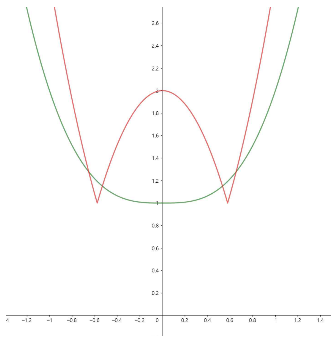


(3) 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$를 $y=1$에서 접어 올렸더니 미분가능한 함수의 그래프가 되었으므로, $f(a)=1$인 모든 a에 대하여, $f'(a)=0$이어야 한다. 그런데 $x=a$에서 함수가 극댓값을 가지거나 극솟값을 가지면, 삼차함수 그래프의 개형으로부터 $g(x)$가 미분 불가능한 점이 항상 존재한다. 따라서 $x=a$에서 함수 $f(x)$는 변곡점을 가지므로 $f(x)=(x-a)^3+1$이다.

교점을 구하기 위해서 x축 방향으로 $-a$만큼 평행이동 시켜 생각하면 $a=0$일 때만 구하면 충분하다. $g(x)=|x|^3+1$과 $h(x)=|3x^2-1|+1$은 둘 다 y축 대칭이므로, $x>0$일 때의 교점의 개수를 구하면 된다.

① $x<\dfrac{1}{\sqrt{3}}$일 때: $g(x)$는 증가하고 $h(x)$는 감소한다. $g(0)-h(0)<0$이고 $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)-h\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)>0$이므로 $g(x)-h(x)=0$이 되는 점이 하나 존재하므로, $g(x)$와 $h(x)$는 한 점에서 만난다.

② $x>\dfrac{1}{\sqrt{3}}$일 때: $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)-h\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)>0,\ g(1)-h(1)<0,\ g(3)-h(3)>0$ 이므로, 사잇값 정리에 의해 한 근은 구간 $\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}},1\right)$에, 다른 근은 구간 $(1,3)$에 존재한다. 두 근 모두 $x>\dfrac{1}{\sqrt{3}}$이므로, 두 점에서 만난다. 그래프 $g(x)$와 $h(x)$의 개형으로부터, $x>0$인 근은 두 개 뿐이다.



따라서 $x>0$에서 교점은 세 개이고, 대칭성에 의해 모두 6개의 교점이 있다.

(4) $y=a\tan^3\left(\dfrac{\pi x}{4}\right)$는 원점 대칭인 함수이므로 $y=f(x)$는 y축에 대하여 대칭인 함수이다. 즉, $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2\int_{0}^{1} f(x)\,dx$이고, 구간 $[0,\,1]$에서 $\tan^3\left(\dfrac{\pi x}{4}\right)\geq 0$이므로, $\displaystyle\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 a\tan^3\left(\dfrac{\pi x}{4}\right)dx$ 이다.

한편,

$$\begin{aligned}\int_0^1 \tan^3\left(\frac{\pi x}{4}\right) dx &= \int_0^1 \left(\sec^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)-1\right)\tan\left(\frac{\pi x}{4}\right) dx \\ &= \frac{2}{\pi}\left[\tan^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right]_0^1 + \frac{4}{\pi}\left[\ln\left(\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)\right)\right]_0^1 \\ &= \frac{2}{\pi}(1-\ln 2)\end{aligned}$$

이므로, $\int_{-1}^1 f(x)dx = 2a \cdot \frac{2}{\pi}(1-\ln 2) = \frac{4}{\pi}$ 이고, $a = \frac{1}{1-\ln 2}$ 이다.

[문제 1-2]

(1) 먼저, S_0, S_1의 원소의 개수가 각각 1, 2이다. 또한 $k \geq 2$에 대하여 S_k는 S_{k-2}와 $\{x \mid |f(x)| = k\}$의 합집합이고 그래프의 개형으로부터 S_k의 원소의 개수는 $k+1$ 임을 알 수 있다. S_k의 원소 s에 대하여 $14-s$도 S_k의 원소이므로 원소의 합은 $7k$이다. 따라서 $a = 1+2 \cdot 5 = 11$이며, $b = 7a = 77$이다.

(2) 먼저 $S_0 = \left\{\frac{1}{3}\right\}$이고, $\ln 3x = \pm 1$으로부터 $S_1 = \left\{\frac{e}{3}, \frac{e^{-1}}{3}\right\}$이다. 따라서 $p_0 = \frac{1}{3}$이고 $p_1 = \frac{1}{9}$이다.

$n \geq 2$일 때 그래프의 개형으로부터 $S_n = S_{n-2} \cup \{x \mid \ln 3x = \pm n\} = S_{n-2} \cup \left\{\frac{e^n}{3}, \frac{e^{-n}}{3}\right\}$가 되므로 $p_n = p_{n-2} \times \frac{1}{9}$이다. 따라서 $p_n = \frac{1}{3}p_{n-1}$이 되고, 구하고자 하는 값은 첫째항이 $\frac{1}{3}$이고 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비급수와 같으므로 값은 $\dfrac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ 이다.

[아주대학교 문항정보 10]

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수자 전형</td></tr>
<tr><td>해당 대학의 계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계열(저녁, 의학계열 제외) 대문항 2번</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학 Ⅰ, 확률과통계</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>로그, 경우의 수, 확률, 독립시행, 이항정리, 이항분표의 평균과 분산, 순열과 조합, 조건부 확률</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">120분 중 60분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 검은 바둑돌을 이동시키거나 버리는 것을 1회의 시행이라 하자.

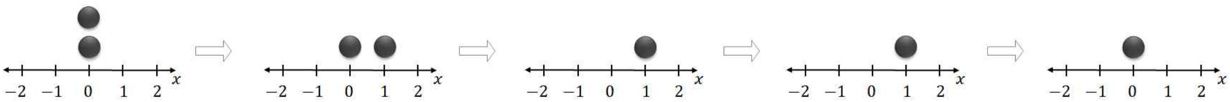
<검은 바둑돌의 규칙>

㉠ 눈의 수가 1 또는 4이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 $x=1$의 위치로 이동시킨다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

㉡ 눈의 수가 2 또는 5이면, $x=1$의 위치에 있는 검은 바둑돌 1개를 원점으로 이동시킨다. $x=1$의 위치에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

㉢ 눈의 수가 3 또는 6이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 버린다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

예를 들어, 검은 바둑돌 2개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 순서대로 시행한 규칙은 ㉠ - ㉢ - ㉠ - ㉡ 이 되어 검은 바둑돌의 배치는 [그림 2-1]과 같이 변한다.



[그림 2-1]

(나) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 검은 바둑돌을 제시문 (가)의 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키거나 버리고, 흰 바둑돌을 <흰 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키는 것을 1회의 시행이라 하자.

<흰 바둑돌의 규칙>

Ⓐ 눈의 수가 짝수이면 흰 바둑돌을 양의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.
Ⓑ 눈의 수가 홀수이면 흰 바둑돌을 음의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.

예를 들어 검은 바둑돌 2개, 흰 바둑돌 1개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 검은 바둑돌 1개가 원점에 있고 흰 바둑돌은 $x=2$의 위치에 있다.

[문항]

[문제 2-1] (24점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 3회 시행 직후 검은 바둑돌이 수직선 위에 남아 있지 않을 확률을 p 라 할 때, $\log p$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.47$, $\log 7 = 0.84$로 계산한다.)

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 12회 시행을 하였을 때, 2, 4, 6, 8, 10, 12번째 시행 직후마다 검은 바둑돌이 원점에 있지 않는 사건을 A라 하고, 12번째 시행 직후 수직선 위에 검은 바둑돌이 남아 있는 사건을 B라 하자. 이때 $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A}) < \frac{3}{92}$임을 증명하여라. (단, $\left(\frac{5}{9}\right)^5 < \frac{19}{359}$를 증명 없이 이용할 수 있다.)

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 2개가 놓여 있고 3회 시행을 하였다. 수직선 위에 남아 있는 검은 바둑돌의 개수를 확률변수 X라 할 때, X의 기댓값 $\mathrm{E}(X)$와 표준편차 $\sigma(X)$를 구하여라.

[문제 2-2] (26점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 양의 정수 n에 대하여 n회 시행 직후 흰 바둑돌이 $x=k$의 위치에 있을 확률을 p_k라 할 때, $\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k + p_{-k})$의 값을 n에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 3개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 3 이상의 정수 n에 대하여 n회 시행 직후 바둑돌 배치로 가능한 경우의 수를 n에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있고, 13회 시행을 하여 나온 주사위의 눈의 수를 순서대로 $x_1, \ldots, x_{13}$이라 하자. 다음 <조건>을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, \ldots, x_{13})$의 개수를 구하여라.

< 조 건 >

① 첫 12회 시행을 하는 동안 모든 주사위의 눈이 정확히 두 번씩 나왔다.
② 13번째 시행을 마친 직후에는 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌이 모두 $x=1$의 위치에 있다.

3. 출제 의도

[문제 2-1] 제시문에 주어진 규칙을 이해하고 이에 대한 조건부확률 값과 기댓값, 표준편차를 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 2-2] 제시문에 주어진 조건에 맞는 기댓값, 표준편차를 확인하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 Ⅰ [12수학Ⅰ01-05] 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확률과통계 [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다. [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. [12확통02-06] 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다. [12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	권오남 외 19	교학사	2017	131
	수학 Ⅰ	황선욱 외 8	미래앤	2017	27, 147
	수학 Ⅰ	김원경 외 14	비상	2017	26, 131, 142
	확률과통계	류희찬 외 10	천재교과서	2017	54, 81, 86-87
	확률과통계	이준열 외 9	천재교육	2017	17, 21, 54
	확률과통계	박교식 외 19	동아	2017	43, 67, 94-95
	확률과통계	홍성복 외 10	지학사	2017	64, 65, 68, 93-94
	확률과통계	김원경 외 14	비상	2017	15, 17, 37, 73, 77, 79

5. 문항 해설

본 문항은 수학 I의 상용로그, 확률과통계의 중복조합, 조건부확률, 독립시행, 이항분포의 평균과 표준편차의 간단한 교육과정 개념을 다루고 있다. 따라서 본 문항은 제시문에 주어진 상황의 규칙성을 파악하고 이를 체계적으로 헤아리며 간단한 수학적 개념을 적용하여 조건에 맞는 기댓값, 표준편차를 확인하고 조건부확률과 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하는 문항이다. 또한 본 문항은 일상적인 상황에서 생길 수 있는 소재를 통해 일어날 수 있는 사건의 규칙을 파악하고 이를 전략적으로 헤아릴 수 있는 정보처리 역량과 자신의 논리를 효율적으로 전개할 수 있는 의사소통 역량 및 해결과정을 논리적으로 수행해 나가는 추론 역량을 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[2-1] (1)	3번째 시행 직후 버려질 확률 $2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$	3점
	$p=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{27}=\frac{14}{27}$	1점
	$\log p=-0.27$	2점
[2-1] (2)	$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{3}{9}\times\left(\frac{5}{9}\right)^5$	3점
	$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}\sum_{k=1}^{5}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}=\frac{4}{9}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{5^5}{9^5}\right)$	3점
	$\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})}$	2점
	$\mathrm{P}(\mathrm{B}\mid\mathrm{A})=\frac{12\alpha}{9\alpha+19}<\frac{12\alpha}{9\alpha+359\alpha}=\frac{3}{92}$	2점
[2-1] (3)	$X=0$인 경우 5가지, $X=1$인 경우 13가지, $X=2$인 경우 9가지	각 1점
	$\mathrm{E}(X)=\frac{31}{27}$	2점
	$\sigma(X)=\frac{\sqrt{362}}{27}$	3점

하위문항	채점 기준	배점
[2-2] (1)	홀수가 m번 나오면 흰 바둑돌의 위치는 $k=n-2m$	2점
	$\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k+p_{-k}) = \sum_{m=0}^{n}(n-2m)^2 \frac{{}_nC_m}{2^n}$	2점
	이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$에 따라 계산	2점
	답 n 구함	2점
[2-2] (2)	검 바둑돌 배치 10가지	3점
	흰 바둑돌 배치 $n+1$가지	2점
	전체 $10(n+1)$가지	3점
[2-2] (3)	x_{13}은 $2,\ 4,\ 6$ 중 하나 (짝수)	1점
	㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡ (3점)	3점
	㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ (3점)	3점
	$6^3=216$	2점
	$3 \cdot 6^3=648$	1점

7. 예시 답안

[문제 2-1]

(1) 검은 바둑돌이 k번째 시행에서 규칙 ㉢에 의해 버려질 확률을 구하자.

$k=1$: 처음 시행에서 규칙 ㉢의 경우가 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

$k=2$: 처음 두 시행에서 ㉡ - ㉢이 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$이다.

$k=3$: 세 번의 시행동안 가능한 경우는 ㉡ - ㉡ - ㉢ 혹은 ㉠ - ㉡ - ㉢ 의 경우이므로 구하는 확률은 $2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$이다.

따라서 검은 바둑돌이 3회 시행 직후 수직선에 남아 있지 않을 확률은 $p=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{27}=\frac{14}{27}$이고, $\log p=\log 2+\log 7-3\log 3=0.30+0.84-1.41=-0.27$이다.

(2) $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}$이므로 $\mathrm{P}(\mathrm{A})$와 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 각각 구하자.

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 먼저 계산하자. 사건 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$은 12회 시행하는 동안 $2k$번째 시행 직후 $(k=1,2,\ldots,6)$ 검은 바둑돌은 $x=1$의 위치에 있어야 한다. 처음 검은 바둑돌의 위치는 원점이므로 두 번째 시행 직후에 검은 바

둑돌이 $x=1$의 위치에 있기 위해서는 시행된 규칙은 ㉠ - ㉠의 경우, ㉠ - ㉢ 의 경우, ㉡ - ㉠의 경우로 총 3가지 경우가 있다. 이제 두 번의 시행을 더 했을 때 여전히 $x=1$의 위치에 있으려면 차례로 시행된 규칙은 아래의 5가지 중 하나이다.

㉠ - ㉠, ㉠ - ㉢, ㉡ - ㉠, ㉢ - ㉠, ㉢ - ㉢

따라서 12회의 시행을 마치기까지 이렇게 5번을 시행해야 하므로, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{3}{9}\times\left(\frac{5}{9}\right)^5$이다.

이제 $\mathrm{P}(\mathrm{A})$를 구하자. $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$이므로, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})$을 구하면 된다.
바둑돌이 $2k+1$ 번째 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 확률을 구하자.
$k=0$일 때 : 첫 번째 혹은 두 번째 시행에서 버려져야 하므로, 첫 시행에서 규칙 ㉢의 경우이거나 두 번째 시행까지 차례로 ㉡ - ㉢의 경우가 된다. 따라서 확률은 $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$이다.
$k>0$일 때 : $2k$번째 까지는 검은 바둑돌이 남아 있어야 하므로 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 구하는 같이 구할 수 있으므로 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$이고, $2k+1$ 혹은 $2k+2$번째에서 버려지는 경우는 규칙 ㉡ - ㉢ 이 차례대로 나오는 경우 밖에 없으므로 구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{27}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$이다.

즉, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}\sum_{k=1}^{5}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}=\frac{4}{9}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{5^5}{9^5}\right)$이다. 이제 $\frac{5^5}{9^5}=\alpha$라 하고, 조건부 확률을 구하면

$$\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^{\mathrm{C}})}=\frac{\frac{\alpha}{3}}{\frac{\alpha}{3}+\frac{4}{9}+\frac{1}{12}(1-\alpha)}=\frac{12\alpha}{9\alpha+19}\text{이다.}$$

한편, $359\alpha<19$ 이므로, $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{12\alpha}{9\alpha+19}<\frac{12\alpha}{9\alpha+359\alpha}=\frac{3}{92}$이다.

(3) 총 27 가지의 경우 중 각 X에 대하여 경우의 수를 구하면 다음과 같다.
$X=0$인 경우 : ㉢ - ㉢ - *, ㉢ - ㉡ - ㉢, ㉡ - ㉢ - ㉢ 으로 모두 5가지.
$X=2$인 경우 : ㉠ - ㉠ - ㉢, ㉢이 나오지 않는 경우로 총 $1+8=9$가지.
$X=1$인 경우 : 나머지 27개에 대한 나머지 경우 13가지

따라서 $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{5}{27}+1\times\frac{13}{27}+2\times\frac{9}{27}=\frac{31}{27}$이다.

분산을 구해보면 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2=\frac{49}{27}-\frac{31^2}{27^2}=\frac{7^2\times3^3-31^2}{27^2}$이다.

따라서 $\sigma(X)=\frac{\sqrt{362}}{27}$ 이다.

[문제 2-2]
(1) 홀수가 m번 (단, $2m\le n$) 나온다고 하면 흰 바둑돌의 위치는 $k=n-2m$ 이며, 홀수가 $n-m$ 번 나오면 흰 바둑돌의 위치는 $-k$이다. $\sum_{k=1}^{n}k^2(p_k+p_{-k})=\sum_{k=1}^{n}k^2p_k+\sum_{k=1}^{n}(-k)^2p_{-k}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 (p_k + p_{-k}) = \sum_{m=0}^{n} (n-2m)^2 \frac{{}_n\mathrm{C}_m}{2^n}$$

한편, n번의 시행에서 주사위의 눈의 수가 홀수가 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면, X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$를 따르므로 이항분포의 평균과 분산으로부터 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{V}(X)$를 구하면 다음과 같다.

$$\mathrm{E}(X) = \frac{n}{2} = 0 \times {}_n\mathrm{C}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 \times {}_n\mathrm{C}_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n \times {}_n\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\mathrm{V}(X) = \frac{n}{4} = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E}(X)\}^2 = 0^2 \times {}_n\mathrm{C}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1^2 \times {}_n\mathrm{C}_1 \left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n^2 \times {}_n\mathrm{C}_n \left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

이로부터 $\mathrm{E}(X^2) = \frac{n^2+n}{4}$임을 확인 할 수 있다.

$$(\text{준식}) = n^2 - 4n\mathrm{E}(X) + 4\mathrm{E}(X^2) = n^2 - 2n^2 + n + n^2 = n$$

(2) 검은 바둑돌은 원점 혹은 $x=1$위에 있어야 하고 최대 3개까지 있을 수 있다. 원점의 검은 바둑돌의 개수를 a, $x=1$위의 검은 바둑돌의 개수를 b라고 하면 가능한 (a, b)는 $a+b \leq 3$이 되는 음이 아닌 정수의 순서쌍이 되므로, $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$, $(2,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$, $(3,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$, $(0,3)$으로 모두 10개이다. 또한 흰 바둑돌 배치의 경우의 수는 $n+1$이다.

한편 검은 바둑돌이 규칙 ㉠을 따라 움직이는 사건을 A라 하고 흰 바둑돌이 규칙 Ⓐ을 따라 움직이는 사건을 B라 하면, $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3}$,$\mathrm{P}(B) = \frac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$이므로 두 사건은 독립이다.

비슷하게 하면, 검은 바둑돌의 규칙 중 ㉠, ㉡, ㉢ 하나가 일어나는 사건과 흰 바둑돌의 규칙 중 Ⓐ와 Ⓑ가 일어나는 사건은 독립이다. 따라서 검은 바둑돌과 흰 바둑돌의 움직임은 서로 독립적이므로 전체 경우의 수는 $10(n+1)$가지이다.

(3) 먼저 흰 바둑돌의 위치는 주사위의 눈의 순서에 상관없이 그 횟수에 의해서만 결정되므로 조건 ①에 의해 12회 시행 직후에 흰 바둑돌은 원점에 있고 조건 ②에 의하여 x_{13}은 $2, 4, 6$중에 하나가 되어야 한다. 조건 ①로부터 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉠, ㉡, ㉢의 경우가 각각 네 번씩 일어났다는 것을 알 수 있고, 13회 시행까지 검은 바둑돌이 버려지지 않고 모두 남아 있으므로 규칙 ㉢의 경우가 되는 시행의 직전에 원점에 검은 바둑돌이 있으면 안된다. 따라서 ㉢이 시행되기 전에 검은 바둑돌 4개를 $x=1$의 위치로 옮기는 시행 (㉠)이 모두 일어나야 한다. 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉡이 ㉢과 ㉠ 사이에 일어나게 되면 검은 바둑돌을 버리게 되므로, 12회까지 가능한 경우는 아래 두 가지 중 하나이다.

(i) ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡

검은 바둑돌 1개가 12회 시행 직후에 원점의 위치에 있으므로, ㉠의 경우가 일어나는 $x_{13} = 4$ 이다.

(ii) ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢

검은 바둑돌이 모두 $x=1$의 위치에 있으므로, ㉠, ㉢의 경우가 일어나는 $x_{13} = 4$ 또는 $x_{13} = 6$이다.

즉 ㉠의 자리에는 $1,1,4,4$, ㉡ 의 자리에는 $2, 2, 5, 5$, ㉢의 자리에는 $3, 3, 6, 6$이 있어야 한다.
a, a, b, b를 일렬로 나열하는 순열의 개수는 6이므로, 구하고자 하는 답은 $3 \cdot 6^3 = 648$ 이다.

[아주대학교 문항정보 11]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열(저녁, 의학계열) 대문항 1번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I, 확률과통계
	핵심개념 및 용어	로그, 경우의 수, 확률, 독립시행, 이항정리, 이항분포의 평균과 분산, 순열과 조합, 조건부 확률
예상 소요 시간	120분 중 60분	

2. 문항 및 제시문

[제시문]

(가) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 검은 바둑돌을 이동시키거나 버리는 것을 1회의 시행이라 하자.

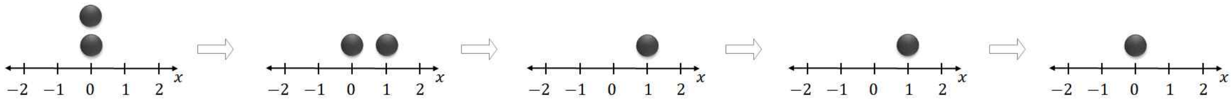
<검은 바둑돌의 규칙>

㉠ 눈의 수가 1 또는 4이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 $x=1$의 위치로 이동시킨다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

㉡ 눈의 수가 2 또는 5이면, $x=1$의 위치에 있는 검은 바둑돌 1개를 원점으로 이동시킨다. $x=1$의 위치에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

㉢ 눈의 수가 3 또는 6이면, 원점에 있는 검은 바둑돌 1개를 버린다. 원점에 검은 바둑돌이 없다면 아무 일도 하지 않는다.

예를 들어, 검은 바둑돌 2개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 순서대로 시행한 규칙은 ㉠-㉢-㉠-㉡이 되어 검은 바둑돌의 배치는 [그림 2-1]과 같이 변한다.



[그림 2-1]

(나) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 b개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 한 개의 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수를 확인하고 검은 바둑돌을 제시문 (가)의 <검은 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키거나 버리고, 흰 바둑돌을 <흰 바둑돌의 규칙>에 따라 이동시키는 것을 1회의 시행이라 하자.

<흰 바둑돌의 규칙>

Ⓐ 눈의 수가 짝수이면 흰 바둑돌을 양의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.
Ⓑ 눈의 수가 홀수이면 흰 바둑돌을 음의 방향으로 1 만큼 이동시킨다.

예를 들어 검은 바둑돌 2개, 흰 바둑돌 1개가 원점에 놓여 있고 4회 시행을 하는 동안 주사위 눈의 수가 순서대로 1, 6, 4, 2가 나왔다면, 검은 바둑돌 1개가 원점에 있고 흰 바둑돌은 $x=2$의 위치에 있다.

[문항]

[문제 1-1] (25점) 제시문 (가)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 5회 시행 직후 검은 바둑돌이 수직선 위에 남아 있지 않을 확률을 p라 할 때, $\log p$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.30$, $\log 3 = 0.47$, $\log 7 = 0.84$, $\log 11 = 1.04$로 계산한다.)

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 1개가 놓여 있다. 12회 시행을 하였을 때, 2, 4, 6, 8, 10, 12번째 시행 직후마다 검은 바둑돌이 원점에 있지 않는 사건을 A라 하고, 12번째 시행 직후 수직선 위에 검은 바둑돌이 남아 있는 사건을 B라 하자. 이때 $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A}) < \frac{3}{92}$임을 증명하여라. (단, $\left(\frac{5}{9}\right)^5 < \frac{19}{359}$를 증명 없이 이용할 수 있다.)

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 2개가 놓여 있고 4회 시행을 하였다. 수직선 위에 남아 있는 검은 바둑돌의 개수를 확률변수 X라 할 때, X의 기댓값 $\mathrm{E}(X)$와 표준편차 $\sigma(X)$를 구하여라.

[문제 1-2] (25점) 제시문 (나)를 읽고 다음 물음에 답하여라.

(1) 수직선의 원점에 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 홀수인 양의 정수 n에 대하여 n회 시행 직후 흰 바둑돌이 $x=k$의 위치에 있을 확률을 p_k라 할 때 $\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)(p_k+p_{-k})$의 값을 n에 대한 식으로 나타내어라.

(2) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 3개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있다. 3 이상의 정수 n에 대하여 n회 시행 직후 바둑돌 배치로 가능한 경우의 수를 n에 대한 식으로 나타내어라.

(3) 수직선의 원점에 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌 1개가 놓여 있고, 13회 시행을 하여 나온 주사위의 눈의 수를 순서대로 $x_1, \dots, x_{13}$이라 하자. 다음 <조건>을 만족시키는 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, \dots, x_{13})$의 개수를 구하여라.

< 조 건 >

① 첫 12회 시행을 하는 동안 모든 주사위의 눈이 정확히 두 번씩 나왔다.
② 13번째 시행을 마친 직후에는 검은 바둑돌 4개와 흰 바둑돌이 모두 $x=1$의 위치에 있다.

3. 출제 의도

[문제 1-1] 제시문에 주어진 규칙을 이해하고 이에 대한 조건부확률 값과 기댓값, 표준편차를 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 1-2] 제시문에 주어진 조건에 맞는 기댓값, 표준편차를 확인하여 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
	수학 Ⅰ [12수학Ⅰ01-05] 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 확률과통계 [12확통01-02] 중복조합을 이해하고, 중복조합의 수를 구할 수 있다. [12확통02-05] 조건부확률의 의미를 이해하고, 이를 구할 수 있다. [12확통02-06] 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다. [12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	권오남 외 19	교학사	2017	131
	수학 Ⅰ	황선욱 외 8	미래앤	2017	27, 147
	수학 Ⅰ	김원경 외 14	비상	2017	26, 131, 142
	확률과통계	류희찬 외 10	천재교과서	2017	54, 81, 86-87
	확률과통계	이준열 외 9	천재교육	2017	17, 21, 54
	확률과통계	박교식 외 19	동아	2017	43, 67, 94-95
	확률과통계	홍성복 외 10	지학사	2017	64, 65, 68, 93-94
	확률과통계	김원경 외 14	비상	2017	15, 17, 37, 73, 77, 79

5. 문항 해설

본 문항은 수학 I의 상용로그, 확률과통계의 중복조합, 조건부확률, 독립시행, 이항분포의 평균과 표준편차의 간단한 교육과정 개념을 다루고 있다. 따라서 본 문항은 제시문에 주어진 상황의 규칙성을 파악하고 이를 체계적으로 헤아리며 간단한 수학적 개념을 적용하여 조건에 맞는 기댓값, 표준편차를 확인하고 조건부확률과 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하는 문항이다. 또한 본 문항은 일상적인 상황에서 생길 수 있는 소재를 통해 일어날 수 있는 사건의 규칙을 파악하고 이를 전략적으로 헤아릴 수 있는 정보처리 역량과 자신의 논리를 효율적으로 전개할 수 있는 의사소통 역량 및 해결 과정을 논리적으로 수행해 나가는 추론 역량을 평가하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[1-1] (1)	5번째 시행 직후 버려질 확률 $13\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{243}$	4점
	$p=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{27}+\frac{5}{81}+\frac{13}{243}=\frac{154}{243}$	1점
	$\log p=-0.17$	2점
[1-1] (2)	$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{3}{9}\times\left(\frac{5}{9}\right)^5$	3점
	$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}\sum_{k=1}^{5}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}=\frac{4}{9}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{5^5}{9^5}\right)$	3점
	$\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)}$	1점
	$\mathrm{P}(\mathrm{B}\mid\mathrm{A})=\frac{12\alpha}{9\alpha+19}<\frac{12\alpha}{9\alpha+359\alpha}=\frac{3}{92}$	2점
[1-1] (3)	$X=0$인 경우 21가지, $X=1$인 경우 39가지, $X=2$인 경우 21가지	각 2점
	$\mathrm{E}(X)=1$	1점
	$\sigma(X)=\frac{\sqrt{42}}{9}$	2점

하위문항	채점 기준	배점
[1-2] (1)	홀수가 m번 나오면 흰 바둑돌의 위치는 $k=n-2m$	2점
	$\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k+p_{-k}) = \sum_{m=0}^{n}(n-2m)^2\frac{{}_nC_m}{2^n}$	2점
	이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$에 따라 계산	1점
	$\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k+p_{-k}) = n$	2점
	$\sum_{k=1}^{n}(p_k+p_{-k}) = 1$	1점
[1-2] (2)	검 바둑돌 배치 10가지	2점
	흰 바둑돌 배치 $n+1$가지	2점
	서로 독립이므로 $10(n+1)$가지	3점
[1-2] (3)	x_{13}은 $2, 4, 6$ 중 하나 (짝수)	1점
	㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡	3점
	㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢	3점
	$6^3=216$	2점
	$3 \cdot 6^3 = 648$	1점

7. 예시 답안

[문제 1-1]

(1) 검은 바둑돌이 k번째 시행에서 규칙 ㉢에 의해 버려질 확률을 구하자.

$k=1$: 처음 시행에서 규칙 ㉢의 경우가 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

$k=2$: 처음 시행 후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 첫 시행에서 반드시 규칙 ㉡의 경우가 나와야 하므로 2번째 시행 직후 버려질 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$이다.

$k=3$: 두 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로 차례대로 규칙 ㉡, ㉡의 경우가 되거나 혹은 차례로 규칙 ㉠ - ㉡의 경우가 되어야 한다. 3번째 시행 직후 버려질 확률은 $2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$이다.

$k=4$: 세 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 5가지의 경우 중 하나이다.

㉡ - ㉡ - ㉡, ㉡ - ㉠ - ㉡, ㉠ - ㉡ - ㉡, ㉠ - ㉠ - ㉡, ㉠ - ㉢ - ㉡

즉 4번째 시행 직후 버려질 확률은 $5\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{81}$이다.

$k=5$: 네 번의 시행 이후 검은 바둑돌이 원점에 있어야 하므로, 차례로 나온 규칙은 아래의 나열된 13가지의 경우 중 하나이다.

ㄴ - ㄴ - ㄴ - ㄴ, ㄴ - ㄴ - ㄱ - ㄴ, ㄴ - ㄱ - * - ㄴ,
ㄱ - ㄴ - ㄴ - ㄴ, ㄱ - ㄴ - ㄱ - ㄴ, ㄱ - ㄱ - * -ㄴ,
ㄱ - ㄷ - *- ㄴ

즉 5번째 시행 직후 버려질 확률은 $13\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{243}$이다.

따라서 검은 바둑돌이 4회 시행 직후 수직선에 남아 있지 않을 확률은 $p=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{2}{27}+\frac{5}{81}+\frac{13}{243}=\frac{154}{243}$이고,

$$\log p=\log\frac{154}{243}=\log 2+\log 7+\log 11-5\log 3=0.3+0.84+1.04-2.35=-0.17$$

이다.

(2) $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A})=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}$이므로 $\mathrm{P}(\mathrm{A})$와 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 각각 구하자.

$\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 먼저 계산하자. 사건 $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$은 12회 시행하는 동안 $2k$번째 시행 직후 $(k=1,2,...,6)$ 검은 바둑돌은 $x=1$의 위치에 있어야 한다.

처음 검은 바둑돌의 위치는 원점이므로 두 번째 시행 직후에 검은 바둑돌이 $x=1$의 위치에 있기 위해서는 시행된 규칙은 ㄱ - ㄱ의 경우, ㄱ - ㄷ 의 경우, ㄴ - ㄱ의 경우로 총 3가지 경우가 있다. 이제 두 번의 시행을 더 했을 때 여전히 $x=1$의 위치에 있으려면 차례로 시행된 규칙은 아래의 5가지 중 하나이다.

ㄱ - ㄱ, ㄱ - ㄷ, ㄴ - ㄱ, ㄷ - ㄱ, ㄷ - ㄷ

따라서 12회의 시행을 마치기까지 이렇게 두 번씩 5번을 시행해야 하므로, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=\frac{3}{9}\times\left(\frac{5}{9}\right)^5$이다.

이제 $\mathrm{P}(\mathrm{A})$를 구하자. $\mathrm{P}(\mathrm{A})=\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$이므로, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)$을 구하면 된다.
바둑돌이 $2k+1$ 번째 혹은 $2k+2$ 번째에서 버려지는 확률을 먼저 구하자.
$k=0$일 때 : 첫 번째 혹은 두 번째 시행에서 버려져야 하므로, 첫 시행에서 규칙 ㄷ의 경우이거나 두 번째 시행까지 차례로 ㄴ - ㄷ의 경우가 된다. 따라서 확률은 $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$이다.

$k>0$일 때 : $2k$번째 까지는 검은 바둑돌이 남아 있어야 하므로 $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$를 구하는 같이 구할 수 있으므로 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$이고, $2k+1$ 혹은 $2k+2$번째에서 버려지는 경우는 규칙 ㄴ - ㄷ 이 차례대로 나오는 경우 밖에 없으므로 구하고자 하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{27}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}$이다.

즉, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}\sum_{k=1}^{5}\left(\frac{5}{9}\right)^{k-1}=\frac{4}{9}+\frac{1}{12}\left(1-\frac{5^5}{9^5}\right)$이다. 이제 $\frac{5^5}{9^5}=\alpha$라하고, 조건부 확률을 구하면

$$\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A})}=\frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})+\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B}^C)}=\frac{\frac{\alpha}{3}}{\frac{\alpha}{3}+\frac{4}{9}+\frac{1}{12}(1-\alpha)}=\frac{12\alpha}{9\alpha+19}$$이다.

한편, $359\alpha < 19$ 이므로, $\mathrm{P}(\mathrm{B}|\mathrm{A}) = \dfrac{12\alpha}{9\alpha+19} < \dfrac{12\alpha}{9\alpha+359\alpha} = \dfrac{3}{92}$ 이다.

(3) 총 81 가지의 경우 중 각 X에 대하여 경우의 수를 구하면 다음과 같다.

$X=0$인 경우 : 아래의 나열된 $9+3+3+6=21$ 가지의 경우이다.

ⓒ - ⓒ - * - *, ⓒ - ⓛ - ⓒ - *, ⓛ - ⓒ - ⓒ-*,

ⓛ - ⓛ - ⓒ - ⓒ, ㉠ - ⓛ - ⓒ - ⓒ, ⓛ - ⓒ - ⓛ - ⓒ,

ⓒ - ㉠ - ⓛ - ⓒ, ⓒ - ⓛ - ⓛ - ⓒ, ㉠ - ⓒ - ⓛ - ⓒ

$X=2$인 경우 : ㉠, ⓛ 으로만 구성된 16가지 경우와 ㉠ - ㉠ - ⓒ - *, ⓛ - ㉠ - ㉠ - ⓒ, ㉠ -㉠ - ㉠ - ⓒ의 21가지의 경우이다.

$X=1$인 경우 : 81개에 대한 나머지 경우이므로 경우의 수는 39이다.

따라서 $\mathrm{E}(X) = 0\times\dfrac{21}{81}+1\times\dfrac{39}{81}+2\times\dfrac{21}{81}=1$이다.

분산을 구해보면 $\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2 = \dfrac{123}{81}-1 = \dfrac{42}{81}$이므로, $\sigma(X) = \dfrac{\sqrt{42}}{9}$이다.

[문제 1-2]

(1) 홀수가 m번 (단, $2m \le n$) 나온다고 하면 흰 바둑돌의 위치는 $k=n-2m$ 이며, 홀수가 $n-m$ 번 나오면 흰 바둑돌의 위치는 $-k$이다. $\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k+p_{-k}) = \sum_{k=1}^{n} k^2 p_k + \sum_{k=1}^{n}(-k)^2 p_{-k}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{n} k^2(p_k+p_{-k}) = \sum_{m=0}^{n}(n-2m)^2 \frac{{}_n\mathrm{C}_m}{2^n}$$

이다. 한편, n번의 시행에서 주사위의 눈의 수가 홀수가 나오는 횟수를 확률변수 X라 하면, X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \dfrac{1}{2}\right)$를 따르므로 이항분포의 평균과 분산으로부터 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{V}(X)$를 구하면 다음과 같다.

$$\mathrm{E}(X) = \frac{n}{2} = 0\times{}_n\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1\times{}_n\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n\times{}_n\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\mathrm{V}(X) = \frac{n}{4} = \mathrm{E}(X^2) - \{\mathrm{E}(X)\}^2 = 0^2\times{}_n\mathrm{C}_0\left(\frac{1}{2}\right)^n + 1^2\times{}_n\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{2}\right)^n + \cdots + n^2\times{}_n\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{2}\right)^n - \left(\frac{n}{2}\right)^2$$

이로부터 $\mathrm{E}(X^2) = \dfrac{n^2+n}{4}$임을 확인 할 수 있다.

$$(\text{준식}) = n^2 - 4n\mathrm{E}(X) + 4\mathrm{E}(X^2) = n^2 - 2n^2 + n + n^2 = n$$

이다. 또한 n이 홀수 이므로 원점의 위치에 흰 바둑돌이 위치할 수 없고, $\sum_{k=1}^{n}(p_k+p_{-k})$는 모든 확률의 합이므로 1이다. 따라서 답은 $n+1$이다.

(2) 검은 바둑돌은 원점 혹은 $x=1$위에 있어야 하고 최대 3개까지 있을 수 있다. 원점의 검은 바둑돌의 개수를 a, $x=1$위의 검은 바둑돌의 개수를 b라고 하면 가능한 (a, b)는 $a+b \le 3$이 되는 음이 아닌 정수의 순서쌍이 되므로, $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$, $(2,0)$, $(1,1)$, $(0,2)$, $(3,0)$, $(2,1)$, $(1,2)$, $(0,3)$으로 모두 10개이다. 또한 흰 바둑돌 배치의 경우의 수는 $n+1$이다.

한편 검은 바둑돌이 규칙 ㉠을 따라 움직이는 사건을 A라 하고 흰 바둑돌이 규칙 Ⓐ을 따라 움직이는 사건을 B라 하면, $\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{3}$,$\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{6}$이므로 두 사건은 독립이다.

비슷하게 하면, 검은 바둑돌의 규칙 중 ㉠, ㉡, ㉢ 하나가 일어나는 사건과 흰 바둑돌의 규칙 중 Ⓐ와 Ⓑ가 일어나는 사건은 독립이다. 따라서 검은 바둑돌과 흰 바둑돌의 움직임은 서로 독립적이므로 전체 경우의 수는 $10(n+1)$가지이다.

(3) 먼저 흰 바둑돌의 위치는 주사위의 눈의 순서에 상관없이 그 횟수에 의해서만 결정되므로 조건 ①에 의해 12회 시행 직후에 흰 바둑돌은 원점에 있고 조건 ②에 의하여 x_{13}은 $2,\,4,\,6$중에 하나가 되어야 한다. 조건 ①로부터 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉠, ㉡, ㉢의 경우가 각각 네 번씩 일어났다는 것을 알 수 있고, 13회 시행까지 검은 바둑돌이 버려지지 않고 모두 남아 있으므로 규칙 ㉢의 경우가 되는 시행의 직전에 원점에 검은 바둑돌이 있으면 안된다. 따라서 ㉢이 시행되기 전에 검은 바둑돌 4개를 $x=1$의 위치로 옮기는 시행 (㉠)이 모두 일어나야 한다. 12회 시행을 하는 동안 규칙 ㉡이 ㉢과 ㉠ 사이에 일어나게 되면 검은 바둑돌을 버리게 되므로, 12회까지 가능한 경우는 아래 두 가지 중 하나이다.

(i) ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉡

검은 바둑돌 1개가 12회 시행 직후에 원점의 위치에 있으므로, ㉠의 경우가 일어나는 $x_{13}=4$ 이다.

(ii) ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉡ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉠ - ㉢ - ㉢ - ㉢ - ㉢

검은 바둑돌이 모두 $x=1$의 위치에 있으므로, ㉠, ㉢ 의 경우가 일어나는 $x_{13}=4$ 또는 $x_{13}=6$이다.

즉 ㉠의 자리에는 $1,1,4,4$, ㉡의 자리에는 $2,\,2,\,5,\,5$, ㉢의 자리에는 $3,\,3,\,6,\,6$이 있어야 한다.

$a,\ a,\ b,\ b$를 일렬로 나열하는 순열의 개수는 6이므로, 각 경우 6^3가지이고, 구하고자 하는 답은 $3\cdot 6^3=648$이다.

[아주대학교 문항정보 12]

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형 고사
전형명		논술우수자 전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호		자연계열(의학과) / 대문항 2번
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학Ⅰ, 생명과학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	발효, 호흡, 미토콘드리아, 유전자 발현
예상 소요 시간		120분 중 60분

2. 문항 및 제시문

[제시문]

[가] 100년 전 독일의 과학자 Otto Warburg박사는 암세포가 산소 소비 없이 정상세포에 비하여 약 16배의 포도당을 소모한다는 사실을 발견하였다. 이러한 발견은 현대의학에서 암 환자의 진단에 유용하게 응용되고 있다. FDG-PET(주1) 진단법은 방사성동위원소로 표지된 탈산소 포도당(FDG)을 우리 몸에 주입하여, 포도당을 많이 사용하는 암조직을 양전자 방사 단층 촬영(PET)으로 찾아내는 방식이다. FDG는 포도당과 동일하게 세포에 흡수되지만 대사되지 않아 세포에 축적된다.

[나] Otto Warburg박사는 이러한 발견을 통하여 정상세포의 미토콘드리아 호흡(주2)이 파괴되면 정상세포가 암세포로 변형된다는 가설을 제시하였다. 이후 많은 과학자들의 연구를 통하여 Otto Warburg박사의 가설이 적용되는 암세포들이 존재하는 반면 적용되지 않는 암세포들도 많이 존재한다는 사실이 밝혀졌다. 즉 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 정상세포가 암세포로 변형되는 경우와 미토콘드리아 호흡과 상관없이 암세포로의 변형되는 경우가 혼재 되어 있음을 확인하였다. 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 발생한 암세포에서는 대부분의 경우 미토콘드리아 DNA 돌연변이(mutation)가 발견된다. 미토콘드리아 DNA는 미토콘드리아의 기질(matrix)에 존재하는 DNA로 미토콘드리아 전자전달계의 기능 유지에 중요한 역할을 담당하는 단백질들의 유전자들을 담고 있다. 현재까지 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 유방암, 대장암, 췌장암 등 많은 암세포들의 발생에 원인이 되고 있음이 보고되고 있다.

[다] Otto Warburg박사의 발견은 항암제의 개발에도 큰 영향을 주고 있다. 미국의 AbbVie 제약사에서 개발 중인 항암제 Ritonavir는 포도당이 세포로 들어오는 통로인 포

도당 운반 단백질의 저해제로 현재 임상 2단계의 약효성 테스트 중이며, 항암효과가 탁월하여 새로운 항암제로 미국 FDA의 승인을 얻을 수 있을 것으로 기대되고 있다. Ritonavir는 정상세포에는 독성이 적은 것으로 알려지고 있다.

(주1)FDG-PET: ^{18}F-fluorodeoxyglucose positron emission tomography imaging
(주2)미토콘드리아 호흡: 미토콘드리아에서의 산소 소비

[문항]

[문제 2-1] (5점) Warburg박사는 암세포가 정상세포에 비교하여 약 16배의 포도당을 소비한다는 사실을 발견하였다. Warburg박사의 가설을 바탕으로 암세포가 정상세포보다 16배의 포도당을 소비하는 원인을 설명하시오.

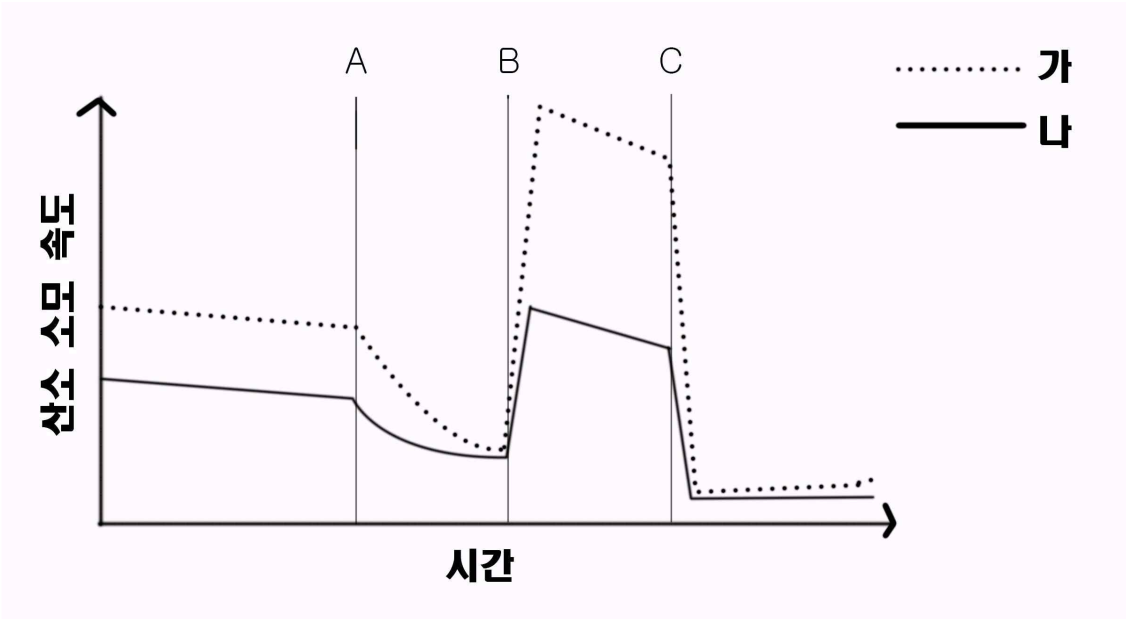
[문제 2-2] (5점) 암세포에서 미토콘드리아 DNA의 돌연변이에 의해 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체(NADH 산화 효소)의 기능이 소실되었다. 이 암세포에서 1 몰(1 mol)의 포도당이 미토콘드리아 호흡을 통해 완전히 산화되었을 때 생산될 수 있는 최대의 ATP의 양을 계산하고 그 이유를 설명하시오.

[문제 2-3] (5점) 피루브산에서 젖산이 생성되지 않는 상황에서 1몰(mol) 포도당이 완전히 산화될 때 소비되는 O_2의 몰(mol) 수, 발생되는 CO_2의 몰(mol) 수와 H_2O의 몰(mol) 수를 정상세포와 Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포에서 계산하시오.

[문제 2-4] (15점) 미토콘드리아는 생명체 진화의 가설 중 세포내 공생설에 부합하며, 아직도 원핵생물의 특성을 유지하고 있다. 이 사실을 바탕으로 다음의 질문들에 답하시오.
(1) 미토콘드리아 DNA에는 13개의 유전자가 존재한다. 대장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 단 한 염기의 돌연변이가 발견되었으며, 미토콘드리아에서 12개의 유전자의 mRNA가 사라진 것이 발견되었다. 미토콘드리아 DNA의 프로모터의 수는 몇 개인가?
(2) 췌장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 전사 종결 지점에 돌연변이가 발견되었으며, 12개 유전자의 mRNA가 매우 많이 증가하는 것이 발견되었다. 췌장암에서 mRNA가 증가한 이유를 설명하시오.
(3) (1), (2) 문제의 대장암과 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 초래하는 결과들로부터 미토콘드리아 DNA 프로모터들의 위치를 추정해 낼 수 있다. DNA 이중가닥을 단일 가닥1, 단일 가닥2로 규정할 때 프로모터들이 어디에 존재해야 하는 가를 설명하시오.

[문제 2-5] (15점) 다음은 정상세포 (가)와 세균의 단백질 합성을 억제하는 특정 항생제(테트라사이클린)를 장기간 처리한 세포 (나)에서 미토콘드리아를 추출한 후, NADH와

ADP의 존재 하에 시간에 따른 미토콘드리아의 산소 소모 속도를 측정한 그래프이다. 산소 소모 속도의 측정 중에 각각 A, B, C의 약물을 투여하였다. A는 전자전달복합체의 ATP 합성효소를 억제하는 약물이고, B는 미토콘드리아 내막에서 수소이온의 농도차를 소실시키는 약물이며 C는 첫 번째 전자전달 복합체를 억제하는 약물이다.



(1) (가)와 (나)에서 산소소모 속도의 차이가 나타나는 원인을 설명하시오.
(2) A와 C 약물 투여 후 산소 소모 속도가 저하된 이유와 A와 C에 대한 반응이 차이가 나타나는 원인을 설명하시오.
(3) B 약물에 의한 산소 소모 속도 변화의 원인을 설명하시오.

[문제 2-6] (5점) Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포들은 Ritonavir에 의하여 사멸되는 반면 정상세포들의 경우 큰 영향을 받지 않는 이유를 에너지 생산의 관점에서 설명하시오.

3. 출제 의도

생명과학 II 과정의 세포의 에너지 대사 과정인 발효와 호흡 과정을 정확히 이해하고 이를 응용할 수 있는가를 알아보고자 하였으며 이 과정에서 미토콘드리아의 역할에 중점을 두었다. 그리고 원핵생물의 유전자 발현에 관한 지식을 바탕으로 미토콘드리아의 유전자 발현을 추론할 수 있는지를 알아보고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

제시문		영역별 내용
하위문항	2-1	생명과학 II - (3) 세포의 호흡과 광합성(p183) [12생과Ⅱ03-01] 미토콘드리아와 엽록체의 구조와 기능을 이해하고, 두 세포 소기관을 비교하여 공통점과 차이점을 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-02] 세포 호흡 과정과 광합성의 탄소 고정 반응을 단계별로 구분하여 이해하고, 산화적 인산화 과정을 화학 삼투로 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-03] 산소 호흡과 발효의 차이를 이해하고 실생활 속에서 발효를 이용한 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	2-2	생명과학 II - (3) 세포의 호흡과 광합성(p183) [12생과Ⅱ03-02] 세포 호흡 과정과 광합성의 탄소 고정 반응을 단계별로 구분하여 이해하고, 산화적 인산화 과정을 화학 삼투로 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-03] 산소 호흡과 발효의 차이를 이해하고 실생활 속에서 발효를 이용한 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	2-3	생명과학 II - (3) 세포의 호흡과 광합성(p183) [12생과Ⅱ03-02] 세포 호흡 과정과 광합성의 탄소 고정 반응을 단계별로 구분하여 이해하고, 산화적 인산화 과정을 화학 삼투로 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-03] 산소 호흡과 발효의 차이를 이해하고 실생활 속에서 발효를 이용한 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	2-4	생명과학 II - (4) 유전자의 발현과 조절(p184) [12생과Ⅱ04-01] 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있다. [12생과Ⅱ04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ04-04] 유전 암호를 이해하고, 유전 암호 표를 사용하여 유전 정보를 해독할 수 있다. [12생과Ⅱ04-05] 원핵생물과 진핵생물의 전사 조절 과정을 비교하여 설명할 수 있다.
	2-5	생명과학 II - (3) 세포의 호흡과 광합성(p183) [12생과Ⅱ03-01] 미토콘드리아와 엽록체의 구조와 기능을 이해하고, 두 세포 소기관을 비교하여 공통점과 차이점을 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-02] 세포 호흡 과정과 광합성의 탄소 고정 반응을 단계별로 구분하여 이해하고, 산화적 인산화 과정을 화학 삼투로 설명할 수 있다.
	2-6	생명과학 II - (2) 세포의 특성(p181) [12생과Ⅱ02-02] 탄수화물, 지질, 단백질, 핵산의 기본 구조와 기능을 설명할 수 있다. 생명과학 II - (3) 세포의 호흡과 광합성(p183) [12생과Ⅱ03-02] 세포 호흡 과정과 광합성의 탄소 고정 반응을 단계별로 구분하여 이해하고, 산화적 인산화 과정을 화학 삼투로 설명할 수 있다. [12생과Ⅱ03-03] 산소 호흡과 발효의 차이를 이해하고 실생활 속에서 발효를 이용한 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과Ⅱ03-05] 세포 호흡과 광합성의 전자 전달계를 비교하여 공통점과 차이점을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 II	오현선 외 5인	Mirae N	2020	78-93, 134-137,
	생명과학 II	권혁빈 외 5인	㈜교학사	2020	64-79, 121-124, 142-145
	생명과학 II	전상학 외 5인	지학사	2020	72-81, 124-131, 150-157
	생명과학 II	심규철 외 5인	Visang	2020	72-87, 134-140, 150-157
	생명과학 II	심규철 외 5인	천재교육	2020	68-81, 128-136, 144-150
기타					

5. 문항 해설

제시문의 내용은 세포의 발효와 호흡 과정의 비정상적인 작동이 종양의 발생에 이를 수 있다는 Warberg 박사의 가설이다. 고등학교 생명과학 II의 발효와 호흡 교과 과정을 바탕으로 Warberg 박사의 가설을 설명할 것을 요구하였으며 이를 바탕으로 호흡과 발효 과정의 정확한 경로를 이해하고 있는 가를 질문하고자하는 응용문제를 제시하였다. 마지막으로 생명과학 II의 유전자와 형질 발현에서 원핵생물의 유전자 발현 과정을 이해하고 있는 가를 원핵생물 유전자의 특징을 보이는 미토콘드리아의 유전자를 통해 설명할 것을 요구하였다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[2-1]	$FADH_2$만이 ATP 생산에 사용할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여 (NADH는 ATP 생산에 사용 못 한다는 사실만 기재 시 1점 부여). 1분자의 $FADH_2$로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다는 사실 기재 시 3 점 부여. 계산이 틀리면 1점 차감.	5점
[2-2]	$FADH_2$만이 ATP 생산에 사용할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여 (NADH는 ATP 생산에 사용 못 한다는 사실만 기재 시 1점 부여). 1분자의 $FADH_2$로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다는 사실 기재 시 3 점 부여. 계산이 틀리면 1점 차감.	5점
[2-3]	정상세포에서 각 분자들의 몰 수 정확히 기재 시 2점 부여. 수가 하나라도 틀리면 0점 부여. 암세포에서 CO_2 수 정확히 기재 시 2 점 부여. 암세포에서 O_2와 H_2O 수를 모두 정확히 기재 시 1 점 부여.	5점

하위 문항	채점 기준	배점
[2-4] (1)	여러 유전자들이 한 프로모터에 의하여 발현조절 될수 있다 또는 polycistronic 기재 시 3점 부여. 2개의 프로모터 기재 시 2점 부여.	5점
[2-4] (2)	미토콘드리아 DNA가 원형의 구조를 가짐을 기재 시 1점 부여. 원형의 구조 DNA의 전사 종결 결함 시 끝임 없이 전사가 진행됨을 기재 시 4점 부여.	5점
[2-4] (3)	동일 가닥에 프로모터가 존재한다면 12개의 mRNA의 양이 증가할 수 없다는 추론 기재 시 또는 다른 가닥에 프로모터들이 존재해야만 12개의 mRNA들 만이 증가한다는 추론 기재 시 3점 부여. 서로 다른 단일 가닥에 프로모터가 존재 한다는 추론 기재 시 또는 단일 가닥1에 프로모터 1개, 단일 가닥2에 프로모터 1개가 존재한다고 기재 시 2점 부여.	5점
[2-5] (1)	미토콘드리아 DNA의 유전자 발현 시스템이 원핵생물(세균)과 유사하며 이로 인하여 항생제가 미토콘드리아의 유전자 발현을 저해한다는 추론 기재 시 3점 부여. (원핵생물 언급 없을 시 0점) 미토콘드리아 DNA의 유전자 발현이 저해되면 전자전달계의 기능(활성)이 감소하여 산소 소비가 감소한다는 추론 기재 시 2점 부여.	5점
[2-5] (2)	약물 A는 수소이온의 농도차이를 해소하지 못하여 또는 수소 이온이 과다하게 축적되어 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 1점 부여. 약물 C는 NADH가 전자전달계에 들어가지 못하게 하여 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 1점 부여. 약물 A는 수소이온 농도차이가 과도하게 증가하기까지 시간이 다소 소요되므로 산소소모가 완만히 감소하나 약물 C는 즉시 전자전달계에 멈추게 되어 급격히 산소 소모가 감소한다는 사실 기재 시 3점 부여.	5점
[2-5] (3)	수소이온 농도차이를 유지하기 위하여 산소 소모를 늘린다는 사실 기재 시 3점 부여. 효소 반응 원리에 의하여 생성물(product)의 감소는 기질(substrate)의 사용을 늘린다는 사실 기재 시 2점 부여.	5점
[2-6]	정상세포는 단백질을 사용하여 미토콘드리아에서 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여. 정상세포는 지방을 사용하여 미토콘드리아에서 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 2점 부여. 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 해당 과정으로만 에너지(ATP)를 생산할 수 있다는 사실 기재 시 1점 부여. (또는 암세포는 단백질, 지방을 사용하여 ATP를 생산할 수 없다 1점 부여)	5점

7. 예시 답안

[문제 2-1] (5점) Warburg박사는 암세포가 정상세포에 비교하여 약 16배의 포도당을 소비한다는 사실을 발견하였다. Warburg박사의 가설을 바탕으로 암세포가 정상세포보다 16배의 포도당을 소비하는 원인을 설명하시오

[예시 답안] Warburg박사의 가설: 미토콘드리아 호흡 파괴가 암세포로 변화하는 원인임. 설명: 포도당 한 분자에서 생성되는 ATP는 해당 과정에서 2분자, TCA회로에서 2분자, 산화적 인산화에서 약 28분자임. 미토콘드리아 호흡이 파괴되면 세포는 피루브산이 젖산으로 전환되는 발효과정을 통하여 ATP를 합성하므로, TCA회로와 산화적 인산화가 작동하지 못하여 포도당 한 분자당 ATP 2분자가 생성됨. 즉, 정상세포는 포도당 한 분자 당 32분자의 ATP 생성, 암세포는 2분자의 ATP 생성. 암세포가 생존을 위하여 정상세포와 유사한 양의 ATP가 필요하다고 가정할 때 정상세포보다 16배의 포도당이 필요함.

[문제 2-2] (5점) 암세포에서 미토콘드리아 DNA의 돌연변이에 의해 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체(NADH 산화 효소)의 기능이 소실되었다. 이 암세포에서 1 몰(1 mol)의 포도당이 미토콘드리아 호흡을 통해 완전히 산화되었을 때 생산될 수 있는 최대의 ATP의 양을 계산하고 그 이유를 설명하시오

[예시 답안] 1 몰의 포도당은 해당과정 중 2 몰의 ATP를 생산하고 TCA 회로에서 2 몰의 ATP를 생산하며 2 몰의 $FADH_2$와 10 몰의 NADH를 생산한다. $FADH_2$와 NADH는 전자전달계를 통하여 최대 28몰의 ATP를 생산한다. 전자전달계의 첫 번째 전자 전달 효소 복합체가 기능을 상실하면 NADH를 기질로 사용하지 못하고 $FADH_2$만을 사용하여 ATP를 생산할 수 있다. "1분자의 NADH로부터 2.5분자의 ATP가, 1분자의 $FADH_2$로부터 1.5분자의 ATP가 생성된다". 그러므로 생성될 수 있는 최대의 ATP는 해당과정 2몰 + TCA 회로 2몰 + $2FADH_2$ X 1.5 몰 = 7몰 이다.

[문제 2-3] (5점) 피루브산에서 젖산이 생성되지 않는 상황에서 1몰(mol) 포도당이 완전히 산화될 때 소비되는 O_2의 몰(mol) 수, 발생되는 CO_2의 몰(mol) 수와 H_2O의 몰(mol) 수를 정상세포와 Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포에서 계산하시오

[예시 답안] 정상세포에서는 1 몰의 포도당이 해당작용을 거쳐 2몰의 피루브산이 되며, 2몰의 피루브산이 2몰의 아세틸 CoA가 될 때 2몰의 CO_2(이산화탄소)와 2몰의 NADH가 발생된다. 2 몰의 아세틸 CoA는 TCA회로에서 4 몰의 CO_2(이산화탄소)와 6 몰의 NADH, 2 몰의 $FADH_2$가 발생된다. 8 몰의 NADH, 2 몰의 $FADH_2$는 전자전달계를 거쳐 6몰의 O_2(산소)를 6몰의 H_2O(물)로 환원시킨다. 즉, 정상세포에서는 1 몰의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2(이산화탄소)를 발생되고, 6 몰의 O_2(산소)를 소비하여 6 몰의 H_2O(물)

을 발생시킨다.
"$C_6H_{12}O_6$ + $6O_2$ → $6CO_2$ + $6H_2O$ + 에너지"
피루브산이 젖산으로 전환되지 못하는 암세포에서는 발효를 할 수 없어, 피루브산이 아세틸 CoA로 전환되어 TCA회로에 완전히 산화된다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당으로부터 6 몰의 CO_2(이산화탄소)가 발생된다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되었으므로 O_2(산소)의 소비를 못하고, O_2(산소)로부터 발생되는 H_2O(물)도 없다. 그러므로 암세포에서는 1 몰의 포도당이 완전 산화될 때 6 몰의 CO_2(이산화탄소)를 발생되고, 0 몰의 O_2(산소)를 소비하여 0 몰의 H_2O(물)을 발생시킨다.

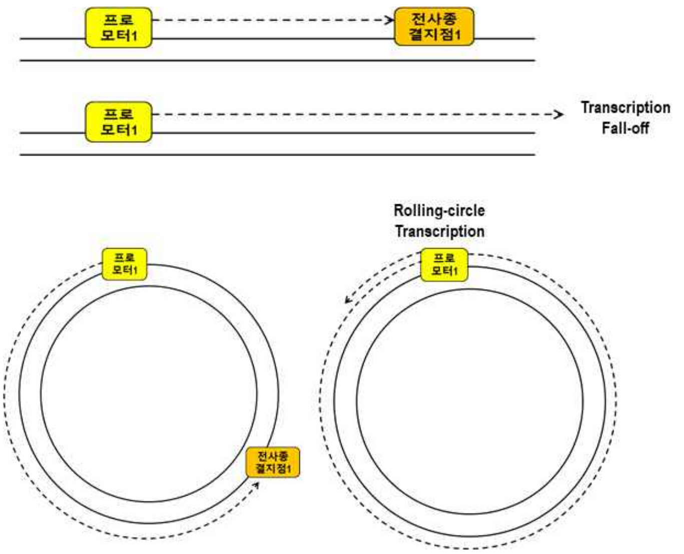
[문제 2-4] (15점) 미토콘드리아는 생명체 진화의 가설 중 세포내 공생설에 부합하며, 아직도 원핵생물의 특성을 유지하고 있다. 이 사실을 바탕으로 다음의 질문들에 답하시오

(1) (5점) 미토콘드리아 DNA에는 13개의 유전자가 존재한다. 대장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 단 한 염기의 돌연변이가 발견되었으며, 미토콘드리아에서 12개의 유전자의 mRNA가 사라진 것이 발견되었다. 미토콘드리아 DNA의 프로모터의 수는 몇 개인가?

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA 유전자들의 발현(전사)은 여러 유전자들이 한 프로모터(또는 조절 부위)에 의하여 발현조절 될 수 있다(polycistronic). 프로모터(또는 조절 부위)에 돌연변이가 발생하면 유전자 발현(전사)을 저해 할 수 있으므로, 대장암 미토콘드리아 DNA에서 발견된 돌연변이는 프로모터(또는 조절 부위)에 위치해 있다고 추론할 수 있다. 그리고 12개 유전자의 mRNA가 동시에 사라졌다는 사실로부터 12개의 유전자가 하나의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된 다는 사실을 알 수 있으며, 나머지 1 개의 유전자는 다른 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된 다는 사실을 알 수 있다. 그러므로 미토콘드리아 DNA 유전자들은 총 2 개의 프로모터에 의하여 발현(전사) 조절된 다는 사실을 추론할 수 있다.

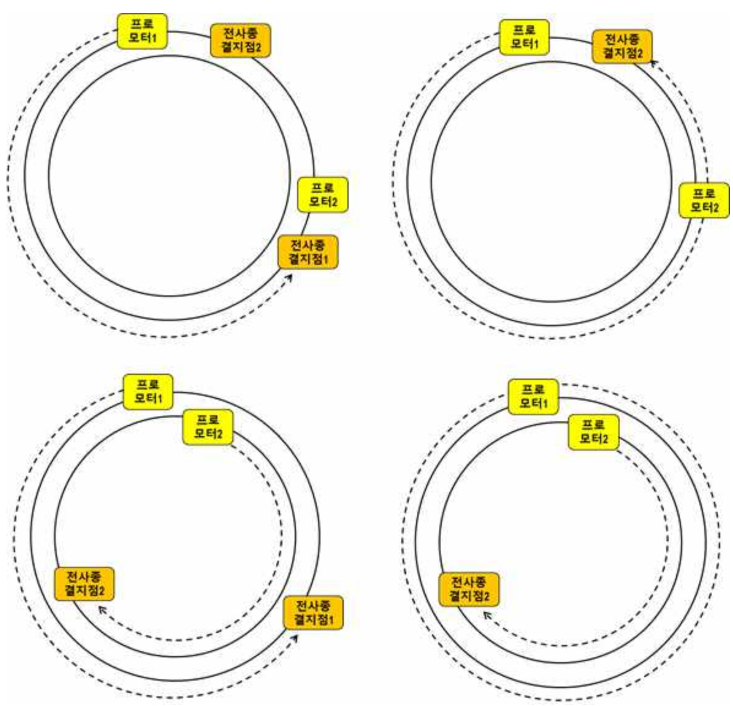
(2) (5점) 췌장암의 미토콘드리아 DNA 염기서열을 분석한 결과 전사 종결 지점에 돌연변이가 발견되었으며, 12개 유전자의 mRNA가 매우 많이 증가하는 것이 발견되었다. 췌장암에서 mRNA가 증가한 이유를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵생물의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조를 이루고 있다. 선형 DNA의 경우 전사 종결 지점에 돌연변이가 생겨 전사가 종결되지 않아도 DNA의 끝에서 전사가 끝나는 반면(RNA polymerase fall-off), 원형 DNA의 경우 전사 종결 지점의 돌연변이에 의하여 전사가 종결되지 못할 경우 끝임 없이 전사가 지속되게 된다(rolling circle transcription). 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연 변이는 전사 종결을 저해하여 끝임 없이 전사가 지속되게 하며, 이로 인하여 mRNA의 양이 매우 많이 증가하게 된다.

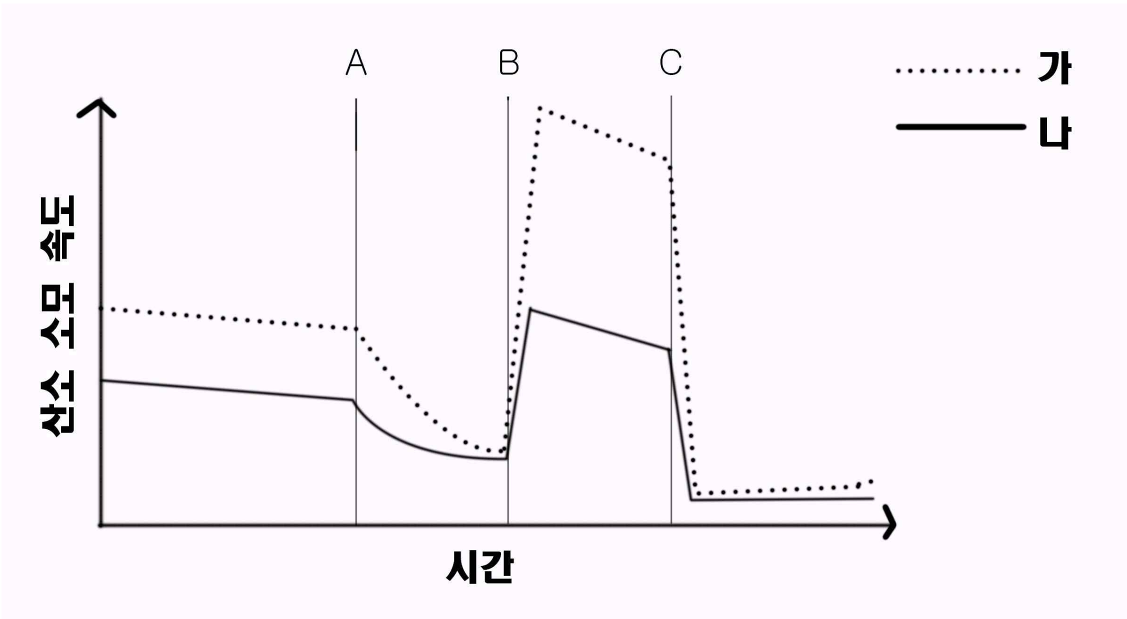


(3) (5점) (1), (2) 문제의 대장암과 췌장암 미토콘드리아 DNA 돌연변이가 초래하는 결과들로부터 미토콘드리아 DNA 프로모터들의 위치를 추정해 낼 수 있다. DNA 이중가닥을 단일 가닥1, 단일 가닥2로 규정할 때 프로모터들이 어디에 존재해야 하는 가를 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아 DNA는 원형의 구조이므로, 유전자들이 동일한 단일 가닥에 존재한다면, 전사 종결 지점 돌연 변이는 유전자들의 mRNA 양을 증가 시킬 수 없다. 문제 (2)의 결과로부터 12 개의 유전자들의 mRNA만 양이 증가 하였으므로, 나머지 1 개의 유전자는 동일한 단일 가닥에 존재할 수 없다. 그러므로 2개의 프로모터들은 서로 다른 단일 가닥에 존재해야만 한다.



[문제 2-5] (15점) 다음은 정상세포 (가)와 세균의 단백질 합성을 억제하는 특정 항생제(테트라사이클린)를 장기간 처리한 세포 (나)에서 미토콘드리아를 추출한 후, NADH와 ADP의 존재 하에 시간에 따른 미토콘드리아의 산소 소모 속도를 측정한 그래프이다. 산소 소모 속도의 측정 중에 각각 A, B, C의 약물을 투여하였다. A는 전자전달복합체의 ATP 합성효소를 억제하는 약물이고, B는 미토콘드리아 내막에서 수소이온의 농도차를 소실시키는 약물이며 C는 첫 번째 전자전달 복합체를 억제하는 약물이다.



(1) (5점) (가)와 (나)에서 산소소모 속도의 차이가 나타나는 원인을 설명하시오

[예시 답안] 미토콘드리아는 원핵세포로부터 진화하여 아직도 원핵생물(세균)의 특성을 유지하고 있으므로, 미토콘드리아는 원핵생물(세균)과 유사한 구조의 독립적인 DNA를 가지고 있으며 원핵생물(세균)과 유사한 독립적인 리보솜과 번역 시스템을 가지고 있다. 그러므로 세균의 단백질 합성을 특이하게 억제하는 항생제인 테트라사이클린은 장기간 사용되었을 경우에 세균과 유사한 단백질 합성 체계를 가지고 있는 미토콘드리아의 단백질 합성을 억제할 수 있다. 미토콘드리아는 전자전달복합체의 중요한 단백질들을 독자적으로 번역하여 합성하므로 테트라사이클린은 전자전달복합체의 단백질의 번역을 억제하여, 결국 전자전달복합체의 기능을 억제하고 산소의 소모를 감소시키는 결과를 초래한다.

(2) (5점) A와 C 약물 투여 후 산소 소모 속도가 저하된 이유와 A와 C에 대한 반응이 차이가 나타나는 원인을 설명하시오

[예시 답안] A는 다섯번째 전자전달복합체인 ATP 합성효소를 억제하는 약물이다. ATP 합성효소는 다른 전자전달복합체에서 전자의 이동과 이에 따른 수소이온의 미토콘드리아 내막 외부로의 이동 중에 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온 농도차이

를 해소하는 과정에서 발생하는 에너지를 이용하여 ADP로부터 ATP를 합성한다. 그러므로 ATP 합성효소를 억제하면 수소이온의 농도차이를 해소할 수 없게 되어 수소이온은 미토콘드리아의 내막 외부에 축적되고 이 현상은 효소반응의 원칙에 따라 NADH의 NAD^+로의 분해과정에서 나온 전자가 전자전달복합체를 이동하여 산소를 사용하여 물을 생성되는 과정이 억제된다.
C는 첫 번째 전자전달복합체 즉 NADH 산화효소를 억제하는 약물이다. NADH 산화효소는 NADH를 기질로 전자를 추출하여 다른 전자전달복합체로 전자를 운반하는 역할을 하는데, 이 효소가 억제되면 미토콘드리아에서 일어나는 전자의 이동과 산소의 소모가 중단된다.
C는 전자의 이동과 산소소모를 직접적으로 억제하므로 그 효과가 빠르게 나타나 두 세포 모두에서 산소소모를 급격하게 억제하지만, A는 산소소모를 직접적으로 억제하는 것이 아니라 전자의 이동에 의해 발생한 수소이온의 농도 차의 해소 과정을 억제함으로써 산소소모를 이차적으로 억제함으로 C 약물과 비교하여 상대적으로 산소 소모의 억제 효과가 늦게 발생한다.

(3) (5점) B 약물에 의한 산소 소모 속도 변화의 원인을 설명하시오
[예시 답안] B는 전자전달복합체에서 고에너지 전자의 이동에 의해 발생한 미토콘드리아 내막의 외부와 내부의 수소이온농도차이를 소실시키는 약물이므로 효소반응의 원칙에 의해 미토콘드리아의 전자전달복합체는 소실된 수소이온의 농도차를 복구하기 위해 NADH를 기질로 전자의 산화와 환원 과정에 의한 전자의 이동을 최대한으로 증가시키게 되고 이는 급격한 산소소모의 증가를 초래한다.
효소반응의 원칙: 효소는 기질을 사용하여 생성물을 만드는 단백질 또는 단백질 복합체이다. 일반적인 효소의 반응 속도는 기질과 생성물의 상대적인 양에 의해 결정된다. 즉 기질이 상재적으로 많을 경우에는 효소의 반응속도는 증가하고 효소의 반응에 따라 생성물의 상대적인 양이 많을 경우에는 효소의 반응 속도는 느려진다.

[문제 2-6] (5점) Warburg박사의 가설에 부합하는 암세포들은 Ritonavir에 의하여 사멸되는 반면 정상세포들의 경우 큰 영향을 받지 않는 이유를 에너지 생산의 관점에서 설명하시오
[예시 답안] 정상세포들은 미토콘드리아 호흡이 정상적이므로, 포도당의 세포 내 유입이 제한된다 하더라도 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 그러나 암세포는 미토콘드리아 호흡이 파괴되어 단백질과 지방으로부터 에너지(ATP)를 생산할 수 없고, 해당 과정을 통해서만 에너지(ATP)를 생산할 수 있다. 암세포의 세포 내로 포도당이 유입되지 못할 경우 해당 과정을 통한 에너지(ATP) 생산을 할 수 없어 결국 에너지의 부족으로 암세포는 사멸로 이르게 된다.